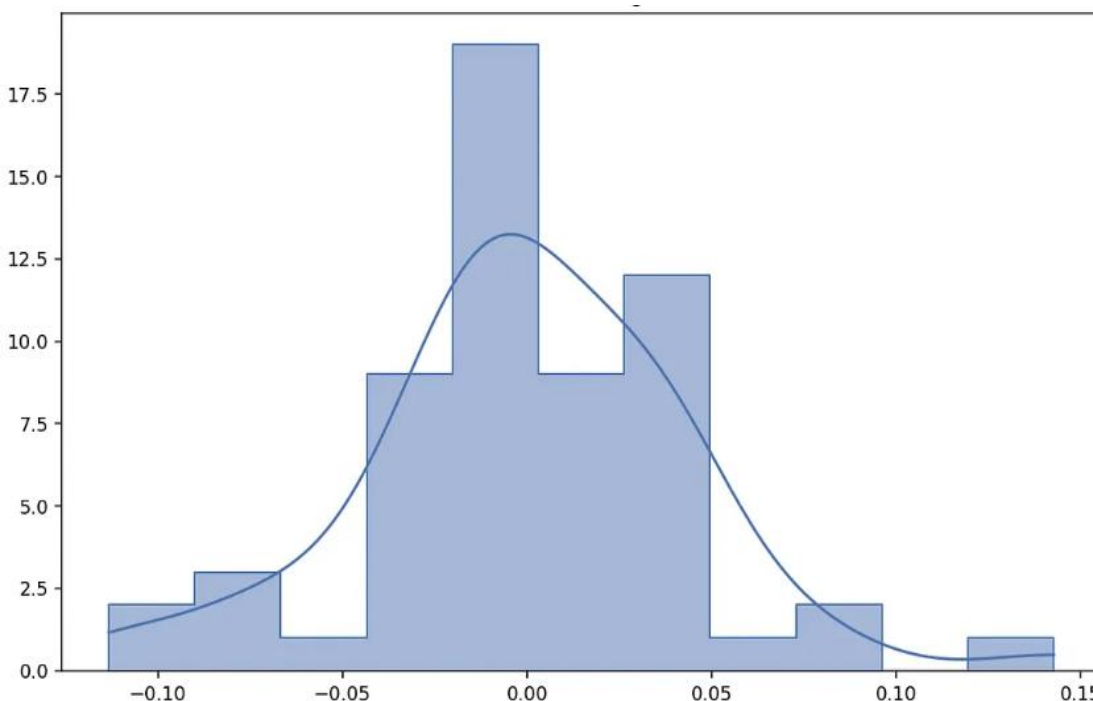


สถิตินอนพาราเมตริกในการวิจัยทางการศึกษา

(Nonparametric Statistics in Educational Research)



ผดุง เพชรสุข

สถิตินอนพาราเมตริกในการวิจัยทางการศึกษา

(Nonparametric Statistics in Educational Research)

อาจารย์ ดร.ผดุง เพชรสุข
สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา
สถานบัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏชัยภูมิ
ปีการศึกษา 2550

คำนำ

เอกสารประกอบการสอนวิชา 1045302 สถิตินอนพาราเมตริกในการวิจัยทางการศึกษา ฉบับนี้ จัดทำขึ้นเพื่อใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนและการศึกษาสำหรับนักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิชาวิจัยและประเมินผลการศึกษา ให้สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการวิจัยได้ ซึ่งใช้เวลาในการจัดการเรียนการสอน 16 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 4 ชั่วโมง ตามแผนบริหารการสอน รายวิชาและแผนบริหารการสอนแต่ละหน่วยที่กำหนดไว้ในเอกสารฉบับนี้

เนื้อหาสาระที่สำคัญแบ่งออกเป็น 8 หน่วย ประกอบด้วย บทนำ การทดสอบสมมติฐานในการฝึกกลุ่มตัวอย่างหนึ่งกลุ่ม การทดสอบสมมติฐานในการฝึกกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่สัมพันธ์กัน การทดสอบสมมติฐานในการฝึกกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่ไม่สัมพันธ์กัน การทดสอบสมมติฐานในการฝึกกลุ่มตัวอย่างมากกว่าสองกลุ่มที่สัมพันธ์กัน การทดสอบสมมติฐานในการฝึกกลุ่มตัวอย่างมากกว่าสองกลุ่มที่ไม่สัมพันธ์กัน การหาความสัมพันธ์และการทดสอบสมมติฐานของความสัมพันธ์ของนอนพาราเมตริก และการประยุกต์ใช้สถิตินอนพาราเมตริก ในแต่ละหน่วยยังได้มีคำถามทบทวนและแบบฝึกหัดไว้ท้ายบทให้ศึกษาด้วย

ในการคำนวณข้อมูลงานวิจัยโดยใช้สถิตินอนพาราเมตริก สามารถใช้เครื่องคอมพิวเตอร์โปรแกรมสำเร็จรูปช่วยอำนวยความสะดวกในการคำนวณได้ แต่อย่างไรก็ตาม ยังคงต้องอาศัยความเข้าใจในการใช้และการแปลความหมายของสถิติแต่ละตัวเป็นพื้นฐานด้วย

ผู้เขียนขอขอบคุณเจ้าของผลงานที่ปรากฏชื่อในเอกสารฉบับนี้ และผู้ที่มีส่วนช่วยให้เอกสารฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากขึ้น ไว้ ณ โอกาสนี้ด้วย

ผดุง เพชรสุข

มีนาคม 2550

สารบัญ

	หน้า
คำนำ	ก
สารบัญ	ข
สารบัญตาราง (ภาคผนวก)	ฉ
สารบัญรูปภาพ	ช
แผนบริหารการสอน	ฌ
แผนบริหารการสอนหน่วยที่ 1	1
หน่วยที่ 1 บทนำ	3
1.1 เทคนิคการทดสอบทางสถิติ	3
1.2 ระดับของการวัด	4
1.3 ขั้นตอนการทดสอบทางสถิติ	6
1.4 ประสิทธิภาพของการทดสอบทางสถิติ	10
1.5 เมื่อไรควรใช้นอนพาราเมตริก	11
1.6 การเลือกใช้เทคนิคการทดสอบทางสถิติที่เหมาะสม	13
1.7 ข้อดีและข้อเสียของการทดสอบแบบนอนพาราเมตริก	16
บทสรุป	17
คำถามทบทวน	18
เอกสารอ้างอิง	18
แผนบริหารการสอนหน่วยที่ 2	19
หน่วยที่ 2 การทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างหนึ่งกลุ่ม	21
2.1 การทดสอบไบนอมิเยล	21
2.2 การทดสอบไคสแควร์	30
2.3 การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ	33
บทสรุป	38
คำถามทบทวน	40
แบบฝึกหัดหน่วยที่ 2	40
เอกสารอ้างอิง	42

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บรรณานุกรม	213
ภาคผนวก	210
ประวัติผู้เขียน	274

สารบัญตาราง
(ภาคผนวก)

	หน้า
ตารางที่ 1	ความน่าจะเป็นส่วนที่อยู่เหนือค่า Z ของการแจกแจงปกติ
ตารางที่ 2	การแจกแจงทวินาม
ตารางที่ 3	ค่าความน่าจะเป็นของค่า k ที่เป็นค่ามีน้อยกว่าในการทดสอบทวินาม สำหรับการทดสอบทางเดียว เมื่อ $H_0 : p = q = \frac{1}{2}$
ตารางที่ 4	ค่าวิกฤตของไคกำลังสอง
ตารางที่ 5	ค่าวิกฤตของ D ในการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิร์นอฟ สำหรับกลุ่มตัวอย่างกลุ่มเดียว
ตารางที่ 6	ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบสองทางของ $mnD_{m,n}$ ในการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิร์นอฟ กรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่ม $\alpha = .10, \alpha = .05, \alpha = .01$ ตามลำดับ
ตารางที่ 7	ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบทางเดียวของ $mnD_{m,n}$ ในการทดสอบโคลโมโกรอฟ กรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่ม $\alpha = .10, \alpha = .05, \alpha = .01$ ตามลำดับ
ตารางที่ 8	ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบของ $D_{m,n}$ ในการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิร์นอฟ แบบสองทาง กรณีกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ 2 กลุ่ม
ตารางที่ 9	ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบของ K_D ในการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิร์นอฟ แบบสองทาง กรณีกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ 2 กลุ่ม
ตารางที่ 10	ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบวิลคอกซอล
ตารางที่ 11	ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบ D ในการทดสอบฟิชเชอร์
ตารางที่ 12	ความน่าจะเป็นที่ได้จากค่าต่ำสุดของ U ในการทดสอบแมน-วิทนี
ตารางที่ 13	ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบ U ในการทดสอบแมน-วิทนี
ตารางที่ 14	ค่าวิกฤตของ KW ในการทดสอบคอดครัน-คิว

สารบัญตาราง (ต่อ)

	หน้า
ตารางที่ 15 ค่าวิกฤต Xr^2 ในการทดสอบฟรีดแมน	265
ตารางที่ 16 ค่าวิกฤตของ t	267
ตารางที่ 17 ค่าวิกฤตของ r_s สำหรับการทดสอบสเปียร์แมน	268
ตารางที่ 18 ค่าความน่าจะเป็นของ τ ในการทดสอบสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ลำดับที่ของเคนดอล	269

สารบัญรูปภาพ

		หน้า
รูปภาพที่ 1.1	แสดงบริเวณที่รับและปฏิเสธ H_0 จากการทดสอบ One-tailed และ Two-tailed	9
รูปภาพที่ 2.1	ปาสคาลไทรเองเกิล 11 ระดับ	23
รูปภาพที่ 2.2	แสดงการแจกแจงแบบไบนอมียัลในกรณีที่ $N = 10$	25

แผนบริหารการสอนรายวิชา

รหัสวิชา	1045302
ชื่อวิชา	สถิตินอนพาราเมตริกในการวิจัยทางการศึกษา 3(2-2-5) (Nonparametric Statistics in Educational Research)
จำนวนหน่วยกิต	3 หน่วยกิต
จำนวนชั่วโมง	64 ชั่วโมง (1 ภาคการศึกษา 16 สัปดาห์ ๆ ละ 4 ชั่วโมง)

คำอธิบายรายวิชา

ประเภทข้อมูลและวัตถุประสงค์ในการใช้สถิตินอนพาราเมตริก ศึกษาความแตกต่างระหว่างสถิตินอนพาราเมตริกและสถิติพาราเมตริก การทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างเดียว เช่น การทดสอบไบนอมิเยล การทดสอบไคสแควร์ การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ เป็นต้น การทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่ม เช่น การทดสอบฟิชเชอร์ การทดสอบไคสแควร์ การทดสอบมัธยฐาน การทดสอบแมคนีมาร์ การทดสอบวิลคอกซอน การทดสอบแมน-วิทนี เป็นต้น การทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างมากกว่าสองกลุ่ม เช่น การทดสอบคอคครัน-คิว การทดสอบฟรیدแมน การทดสอบครัสคัล-วอลลิส เป็นต้น การหาความสัมพันธ์และการทดสอบสมมติฐานของความสัมพันธ์ เช่น สหสัมพันธ์ซี สหสัมพันธ์พี สหสัมพันธ์ลำดับที่แบบสเปียร์แมน สหสัมพันธ์ลำดับที่แบบเคนดอลล์ เป็นต้น

แนวคิด

การศึกษาวิจัยเพื่อศึกษาค้นคว้าหาความรู้ความจริงต่าง ๆ ทางการศึกษานั้น หลังจากที่ได้สังเกตเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อบรรยายคุณลักษณะหรือคุณสมบัติของตัวแปรที่ศึกษาแล้ว มักจะต้องการหาหลักเกณฑ์มาสรุปข้อมูลอ้างอิงไปยังมวลหมู่ประชากรที่ศึกษาด้วย ซึ่งผู้วิจัยจะต้องพิจารณาเลือกใช้การทดสอบที่เหมาะสม กล่าวคือ หากข้อมูลที่น่าสนใจวิเคราะห์อยู่ในระดับการวัดมาตราอันตรภาคหรือมาตราอัตราส่วน มีการแจกแจงของประชากรเป็นโค้งปกติ และข้อมูลที่มาจาก 2 กลุ่มขึ้นไปมีค่าความแปรปรวนเท่ากันหรือใกล้เคียงกัน สามารถใช้การทดสอบแบบพาราเมตริกได้ แต่หากข้อมูลไม่เป็นไปตามข้อตกลงของการทดสอบแบบพาราเมตริกดังกล่าว โดยข้อมูลอยู่ในระดับการวัดมาตรานามบัญญัติหรือมาตราเรียงอันดับ ไม่ต้องการสรุปหาพิสัยไปถึงค่าของประชากร หรือกลุ่มตัวอย่างมีจำนวนน้อยและไม่ต้องการจะตั้งข้อตกลงใด ๆ เกี่ยวกับข้อมูลที่น่าสนใจวิเคราะห์ ผู้วิจัยควรเลือกใช้การทดสอบแบบนอนพาราเมตริก

จุดมุ่งหมาย

1. เพื่อให้เข้าใจเทคนิคการทดสอบทางสถิติ ระดับของการวัด ขั้นตอนการทดสอบทางสถิติ การตั้งสมมติฐานทางสถิติ ประสิทธิภาพของการทดสอบทางสถิติ เมื่อไรควรใช้นอนพาราเมตริก การเลือกใช้เทคนิคการทดสอบทางสถิติที่เหมาะสม และข้อดีและข้อเสียของการทดสอบแบบนอนพาราเมตริก
2. เพื่อให้สามารถทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างหนึ่งกลุ่มโดยใช้การทดสอบไบนอมิเยล การทดสอบไคสแควร์ และการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ
3. เพื่อให้สามารถทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่สัมพันธ์กันโดยใช้การทดสอบวิลคอกซอน และการทดสอบแมคนีมาร์
4. เพื่อให้สามารถทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่ไม่สัมพันธ์กันโดยใช้การทดสอบฟิชเชอร์ การทดสอบไคสแควร์ การทดสอบมัธยฐาน การทดสอบแมน-วิทนี และการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ
5. เพื่อให้สามารถทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างมากกว่าสองกลุ่มที่สัมพันธ์กันโดยใช้การทดสอบคอคครัน-คิว และการทดสอบฟรیدแมน
6. เพื่อให้สามารถทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างมากกว่าสองกลุ่มที่ไม่สัมพันธ์กันโดยใช้การทดสอบไคสแควร์ และการทดสอบครัสคัล-วอลลิส
7. เพื่อให้เข้าใจการหาความสัมพันธ์และสามารถทดสอบสมมติฐานของความสัมพันธ์ของนอนพาราเมตริกโดยใช้สหสัมพันธ์ซี สหสัมพันธ์พี สหสัมพันธ์ลำดับที่แบบสเปียร์แมน และสหสัมพันธ์ลำดับที่แบบเคนดอลล์
8. เพื่อให้สามารถนำสถิตินอนพาราเมตริกไปประยุกต์ใช้ในงานวิจัยทางการศึกษาได้

คุณลักษณะที่พึงประสงค์

ใฝ่รู้ มีทักษะการแก้โจทย์ปัญหา มีทักษะการทำงานร่วมกัน

เนื้อหา

หน่วยที่ 1 บทนำ (1 สัปดาห์)

- 1.1 เทคนิคการทดสอบทางสถิติ
- 1.2 ระดับของการวัด
- 1.3 ขั้นตอนการทดสอบทางสถิติ
- 1.4 ประสิทธิภาพของการทดสอบทางสถิติ
- 1.5 เมื่อไรควรใช้นอนพาราเมตริก
- 1.6 การเลือกใช้เทคนิคการทดสอบทางสถิติที่เหมาะสม
- 1.7 ข้อดีและข้อเสียของการทดสอบแบบนอนพาราเมตริก

หน่วยที่ 2 การทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างหนึ่งกลุ่ม (2 สัปดาห์)

- 2.1 การทดสอบไบนอมิเยล
- 2.2 การทดสอบไคสแควร์
- 2.3 การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ

ทดสอบย่อยครั้งที่ 1

หน่วยที่ 3 การทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่สัมพันธ์กัน (2 สัปดาห์)

- 3.1 การทดสอบวิลคอกซอน
- 3.2 การทดสอบแมคนีมาร์

หน่วยที่ 4 การทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่ไม่สัมพันธ์กัน (3 สัปดาห์)

- 4.1 การทดสอบฟิชเชอร์
- 4.2 การทดสอบไคสแควร์
- 4.3 การทดสอบมัธยฐาน
- 4.4 การทดสอบแมน-วิทนี
- 4.5 การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ

ทดสอบกลางภาคการศึกษา

หน่วยที่ 5 การทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างมากกว่าสองกลุ่มที่สัมพันธ์กัน (1 สัปดาห์)

- 5.1 การทดสอบคอคครัน-คิว
- 5.2 การทดสอบฟรีดแมน

หน่วยที่ 6 การทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างมากกว่าสองกลุ่มที่ไม่สัมพันธ์กัน (2 สัปดาห์)

- 6.1 การทดสอบไคสแควร์
- 6.2 การทดสอบครัสคัล-วอลลิส

ทดสอบย่อยครั้งที่ 2

หน่วยที่ 7 การหาความสัมพันธ์และการทดสอบสมมติฐานของความสัมพันธ์ของนอนพาราเมตริก (2 สัปดาห์)

- 7.1 สหสัมพันธ์ซี
- 7.2 สหสัมพันธ์พี
- 7.3 สหสัมพันธ์ลำดับที่แบบสเปียร์แมน
- 7.4 สหสัมพันธ์ลำดับที่แบบเคนดอลล์
- 7.5 สหสัมพันธ์ฟิชเชิลของอันดับที่

หน่วยที่ 8 การประยุกต์ใช้สถิตินอนพาราเมตริก (2 สัปดาห์)

- 8.1 ตัวอย่างผลงานวิจัยทางการศึกษา

8.2 การวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม SPSS FOR WINDOW

ทดสอบปลายภาคการศึกษา (1 สัปดาห์)

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

วิธีสอน

- 1) วิธีสอนแบบบรรยาย
- 2) วิธีสอนแบบสืบเสาะหาความรู้
- 3) วิธีสอนกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา

เทคนิคการสอน

- 1) บรรยายประกอบเพาเวอร์พอยท์และเอกสารประกอบการสอน
- 2) ใช้กระบวนการกลุ่มในการฝึกปฏิบัติ สืบค้นและนำเสนอ
- 3) อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น
- 4) ตอบคำถามและทำแบบฝึกหัด
- 5) สะท้อนผลการปฏิบัติ

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. เอกสารประกอบการสอนรายวิชา
2. เพาเวอร์พอยท์ประกอบการบรรยาย
3. คำถามทบทวน
4. แบบฝึกหัด
5. อินเทอร์เน็ตเพื่อการสืบค้น

การวัดผลและประเมินผล

1. การวัดผล คะแนนเต็ม 100 คะแนน จำแนกเป็น
 - 1.1 คะแนนระหว่างภาคการศึกษา 70 คะแนน แบ่งได้ดังนี้
 - (1) การทำแบบฝึกหัด 20 คะแนน
 - (2) การทำงานกลุ่ม (การแก้โจทย์ปัญหา การสืบค้นและการนำเสนอ) 10 คะแนน
 - (3) การทดสอบย่อย 2 ครั้ง 20 คะแนน
 - (4) การทดสอบกลางภาคการศึกษา 20 คะแนน
 - 1.2 คะแนนสอบปลายภาคการศึกษา 30 คะแนน

2. การประเมินผล

นำคะแนนที่ได้จากการวัดผลในข้อ 1 มาประเมินผลการศึกษา โดยใช้เกณฑ์ดังนี้

คะแนนรวมตั้งแต่ 90 คะแนน ถึง 100 คะแนน	ได้ระดับ A
คะแนนรวมตั้งแต่ 85 คะแนน ถึง 89 คะแนน	ได้ระดับ B ⁺
คะแนนรวมตั้งแต่ 80 คะแนน ถึง 84 คะแนน	ได้ระดับ B
คะแนนรวมตั้งแต่ 75 คะแนน ถึง 79 คะแนน	ได้ระดับ C ⁺
คะแนนรวมตั้งแต่ 70 คะแนน ถึง 74 คะแนน	ได้ระดับ C
คะแนนรวมตั้งแต่ 65 คะแนน ถึง 69 คะแนน	ได้ระดับ D ⁺
คะแนนรวมตั้งแต่ 60 คะแนน ถึง 64 คะแนน	ได้ระดับ D
คะแนนรวมต่ำกว่า 60 คะแนน	ได้ระดับ E

ได้ Au (Audit) เมื่อลงทะเบียนเรียนเพื่อร่วมฟังโดยไม่นับหน่วยกิต และมีเวลาเข้าชั้นเรียนไม่น้อยกว่าร้อยละ 80 ของเวลาเรียนทั้งหมด

ได้ W (Withdraw) เมื่อได้รับอนุมัติให้ออนรายวิชาที่กำหนดการทดสอบปลายภาคการศึกษา 2 สัปดาห์

ได้ I (Incomplete) เมื่อยังทำงานที่ได้รับมอบหมายไม่แล้วเสร็จเมื่อสิ้นภาคการศึกษา หรือไม่มีคะแนนการทดสอบปลายภาคการศึกษา

หมายเหตุ มีเวลาเข้าชั้นเรียนไม่ถึงร้อยละ 80 ของเวลาเรียนทั้งหมด ไม่มีสิทธิเข้ารับการทดสอบปลายภาคการศึกษา

เอกสารประกอบการเรียนการสอน

ผดุง เพชรสุข. (2550). เอกสารประกอบการสอนวิชา 1045302 สถิติอนพาราเมตริกในการวิจัยทางการศึกษา. ชัยภูมิ: สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา
สถาบันบัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏชัยภูมิ.

เอกสารแนะนำ

ทวี รื่นจินดา. (2524). สถิติไร้พารามิเตอร์. กรุงเทพฯ: O.S. PRINTING HOUSE CO. LTD.

สัมพันธ์ พันธุ์พฤกษ์. (2546). สถิติประยุกต์เพื่อการวิจัย. ขอนแก่น: หจก.ขอนแก่นการพิมพ์.

ส. วาสนา ประवालพฤกษ์. (2526). เอกสารประกอบการสอนวิชา 217 713 สถิติที่ไม่ใช่พารามิเตอร์. ขอนแก่น: สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

ตารางกำหนดการสอน

สัปดาห์ที่	หน่วยเนื้อหา	จำนวนชั่วโมง
1	ปฐมนิเทศรายวิชา หน่วยที่ 1 บทนำ 1.1 ประเภทข้อมูล 1.2 วัตถุประสงค์ในการใช้สถิติอนพาราเมตริก 1.3 ความแตกต่างระหว่างสถิติอนพาราเมตริกและสถิติพาราเมตริก	4
2-3	หน่วยที่ 2 การทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างหนึ่งกลุ่ม 2.1 การทดสอบไคสแควร์ 2.2 การทดสอบไบโนเมียล 2.3 การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ ทดสอบย่อยครั้งที่ 1	8
4-5	หน่วยที่ 3 การทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่สัมพันธ์กัน 3.1 การทดสอบวิลคอกซอน 3.2 การทดสอบแมคนีมาร์	8
6-8	หน่วยที่ 4 การทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่ไม่สัมพันธ์กัน 4.1 การทดสอบฟิชเชอร์ 4.2 การทดสอบไคสแควร์ 4.3 การทดสอบมัธยฐาน 4.4 การทดสอบแมน-วิทนี ทดสอบกลางภาคการศึกษา	12
9	หน่วยที่ 5 การทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างมากกว่าสองกลุ่มที่สัมพันธ์กัน 5.1 การทดสอบคอคครัน-คิว 5.2 การทดสอบฟรیدแมน	4

ตารางกำหนดการสอน (ต่อ)

สัปดาห์ที่	หน่วยเนื้อหา	จำนวนชั่วโมง
10-11	หน่วยที่ 6 การทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างมากกว่าสองกลุ่มที่ไม่สัมพันธ์กัน 6.1 การทดสอบไคสแควร์ 6.2 การทดสอบครัสคัล-วอลลิส ทดสอบย่อยครั้งที่ 2	8
12-13	หน่วยที่ 7 การหาความสัมพันธ์และการทดสอบสมมติฐานของความสัมพันธ์ของนอนพาราเมตริก 7.1 สหสัมพันธ์ซี 7.2 สหสัมพันธ์พี 7.3 สหสัมพันธ์ลำดับที่แบบสเปียร์แมน 7.4 สหสัมพันธ์ลำดับที่แบบเคนดอลล์	8
14-15	หน่วยที่ 8 การประยุกต์ใช้สถิตินอนพาราเมตริก 8.1 ตัวอย่างผลงานวิจัยทางการศึกษา 8.2 ตัวอย่างการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม SPSS/PC+	8
16	ทบทวนบทเรียน ทดสอบปลายภาคการศึกษา	4

หมายเหตุ

- ในแต่ละภาคการศึกษา ใช้เวลาจัดกิจกรรมการเรียนการสอน 16 สัปดาห์ ๆ ละ 4 ชั่วโมง
- กำหนดการสอนนี้ อาจปรับเปลี่ยนได้ตามความเหมาะสม

แผนบริหารการสอนหน่วยที่ 1

บทนำ

เวลาสอน 4 ชั่วโมง

จุดมุ่งหมายรายวิชา

ข้อ 1 เพื่อให้เข้าใจเทคนิคการทดสอบทางสถิติ ระดับของการวัด ขั้นตอนการทดสอบทางสถิติ การตั้งสมมติฐานทางสถิติ ประสิทธิภาพของการทดสอบทางสถิติ เมื่อไรควรใช้นอนพาราเมตริก การเลือกใช้เทคนิคการทดสอบทางสถิติที่เหมาะสม และข้อดีและข้อเสียของการทดสอบแบบนอนพาราเมตริก

คุณลักษณะที่พึงประสงค์

ใฝ่รู้ มีทักษะการทำงานร่วมกัน

วัตถุประสงค์

เพื่อให้ผู้เรียนสามารถ

1. บอกเทคนิคการทดสอบทางสถิติได้
2. บอกระดับของการวัดทางสถิติได้
3. บอกขั้นตอนการทดสอบทางสถิติได้
4. บอกประสิทธิภาพของการทดสอบทางสถิติได้
5. บอกการใช้นอนพาราเมตริกกับข้อมูลทางสถิติได้
6. เลือกใช้เทคนิคการทดสอบทางสถิติที่เหมาะสมได้
7. อธิบายข้อดีและข้อเสียในการใช้การทดสอบแบบนอนพาราเมตริกได้

เนื้อหา

- 1.1 เทคนิคการทดสอบทางสถิติ
- 1.2 ระดับของการวัด
- 1.3 ขั้นตอนการทดสอบทางสถิติ
- 1.4 ประสิทธิภาพของการทดสอบทางสถิติ
- 1.5 เมื่อไรควรใช้นอนพาราเมตริก
- 1.6 การเลือกใช้เทคนิคการทดสอบทางสถิติที่เหมาะสม
- 1.7 ข้อดีและข้อเสียของการทดสอบแบบนอนพาราเมตริก

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ปฐมนิเทศรายวิชา ชี้แจงจุดมุ่งหมายรายวิชา คุณลักษณะที่พึงประสงค์ เนื้อหา กิจกรรมการเรียนรู้ เอกสารประกอบการสอน การวัดผลประเมินผลรายวิชา ภาระงาน และ แหล่งศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม

2. ชี้แจงวัตถุประสงค์ และเนื้อหาหน่วยที่ 1 บทนำ

ขั้นสอน

1. บรรยายประกอบเพาเวอร์พอยท์และเอกสารประกอบการสอน

2. แบ่งกลุ่มศึกษากรณีตัวอย่าง วิเคราะห์หวัพาทษผลงาน

3. นำเสนอ อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

ขั้นสรุป

1. ร่วมตอบคำถามเกี่ยวกับ ระดับของการวัด ขั้นตอนการทดสอบทางสถิติ การ ตั้งสมมติฐานทางสถิติ และการเลือกใช้เทคนิคการทดสอบทางสถิติที่เหมาะสม

2. ร่วมกันสรุปข้อดีและข้อเสียของการทดสอบแบบนอนพาราเมตริก

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. เอกสารประกอบสอนหน่วยที่ 1 บทนำ

2. เพาเวอร์พอยท์หน่วยที่ 1

3. อินเทอร์เน็ตเพื่อการสืบค้น

การวัดและประเมินผล

สังเกตพฤติกรรมใฝ่รู้ และการทำงานร่วมกัน

หน่วยที่ 1

บทนำ

1.1 เทคนิคการทดสอบทางสถิติ

ในการศึกษาวิจัยหรือค้นคว้าหาความรู้ความจริงต่าง ๆ นั้น หลังจากที่ได้สังเกตเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อบรรยายคุณลักษณะหรือคุณสมบัติของตัวแปร ซึ่งเป็นขั้นตอนของการใช้สถิติแบบพรรณนา (Descriptive Statistics) แล้ว จุดประสงค์ขั้นต่อไป ของการวิจัยมักจะต้องการหาหลักเกณฑ์มาสรุปข้อมูลนั้น ๆ เรียกว่าสถิติอนุมาน หรือสถิติภาคสรุป (Inferential Statistics) ทั้งนี้โดยการเอาสถิติพรรณนามาสรุปอ้างอิงประมาณค่าไปยังมวลหมู่ประชากร หรือสรุปเป็นหลักเกณฑ์ตามที่ต้องการจะศึกษา ในสถิติอนุมานนั้นอาจจะสรุปข้อมูลในลักษณะใดลักษณะหนึ่งจากสองลักษณะ คือ (1) การทดสอบสมมติฐานหรือ (2) การประมาณค่า

การทดสอบสมมติฐาน เป็นการตรวจสอบสมมติฐานการวิจัยเพื่อที่จะสรุปหรือตัดสินใจยอมรับสมมติฐานนั้นว่าถูกต้องหรือไม่ถูกต้องอย่างไร ส่วนการประมาณค่านั้นเป็นการสรุปค่าสถิติจากกลุ่มตัวอย่างเพื่อพาดพิงถึงมวลหมู่ประชากร โดยอาจจะใช้การประมาณค่าเพียงคะแนนเดียว (Point Estimation) หรือประมาณค่าเป็นช่วง (Interval Estimation) ซึ่งต้องอาศัยความน่าจะเป็นและทฤษฎีของความคลาดเคลื่อนมาตรฐานเข้ามาช่วยในการประมาณค่า

สถิติแบบอนุมานนี้มักจะเกี่ยวข้องกับการหาวิธีที่จะสรุปข้อมูลจำนวนมาก ๆ จากการพิจารณาหรือวิเคราะห์ข้อมูลที่เลือกมาเป็นกลุ่มตัวอย่าง วิธีการทางสถิติจะเป็นเครื่องมือที่จะนำมาใช้ตรวจสอบเพื่อกล่าวสรุปหรือหาหลักเกณฑ์ได้เป็นอย่างดี แต่การจะสรุปเป็นหลักเกณฑ์จากข้อมูลต่าง ๆ ได้ถูกต้องหรือใกล้เคียงกับความเป็นจริงเพียงใดนั้น ย่อมขึ้นอยู่กับวิธีการในการเลือกสถิติมาใช้ให้เหมาะสมกับข้อมูลและจุดประสงค์ของการใช้ โดยจะต้องคำนึงถึงองค์ประกอบอื่น ๆ อีกหลายประการที่เกี่ยวข้อง ปัญหาสำคัญข้อหนึ่งที่นักวิจัยจะต้องตัดสินใจก่อนการดำเนินการจัดกระทำกับข้อมูลอย่างใดอย่างหนึ่งคือ ข้อมูลที่มีอยู่เหมาะกับการทดสอบแบบไหนจะใช้สถิติใดมาทดสอบ สิ่งนี้นักวิจัยมักจะละเลย คือ การตรวจสอบดูคุณสมบัติของข้อมูลว่าเหมาะสมกับสถิติใดมากที่สุด หรือเมื่อตัดสินใจสถิติใด ๆ ทดสอบ เช่น t-Test, F-Test, Sign Test, χ^2 Test, U Test, Q Test, Median Test ฯลฯ นั้น ข้อมูลที่มีอยู่เป็นไปตามข้อตกลงหรือข้อสมมติ (Assumptions) ของการทดสอบนั้น ๆ หรือไม่

การจัดหมวดหมู่ของชนิดหรือเทคนิคการทดสอบหรือการตรวจสอบทางสถิติเหล่านั้น อาจแบ่งได้เป็น 2 กลุ่มใหญ่ ๆ คือ Parametric และ Nonparametric Statistics

Parametric Statistics เป็นการทดสอบที่มีจุดประสงค์สำคัญเพื่อสรุปอ้างอิงไปถึงมวลหมู่ประชากร หรือเพื่อประมาณค่าของประชากร (Parameter Values) เช่น การประมาณค่าความแปรปรวน หรือค่าเฉลี่ยของประชากร (σ^2, μ) การใช้ t-Test, F-Test เพื่อตรวจสอบว่าค่าเฉลี่ยหรือค่าความแปรปรวนจากกลุ่มนี้ ตัวอย่างเป็นตัวแทนของมวลหมู่ประชากรหรือไม่ ส่วน

การทดสอบแบบ Nonparametric นั้นไม่ต้องการสรุปพาดพิงไปถึงประชากร และโดยเฉพาะอย่างยิ่งไม่สนใจว่าประชากรดั้งเดิมที่สุ่มตัวอย่างมานั้นจะมีการแจกแจงเป็นรูปแบบใด สนใจจะศึกษาเฉพาะกลุ่มตัวอย่างในกรณีนั้น ๆ จากการที่ไม่สนใจเกี่ยวกับลักษณะการกระจายหรือการแจกแจงของประชากรดั้งเดิมนั้นทำให้ในบางครั้งจึงเรียกการทดสอบแบบ Nonparametric นี้ว่า Distribution Free กล่าวคือ จะไม่มีข้อตกลง (Assumption) เกี่ยวกับการแจกแจงของมวลหมู่ประชากรที่สุ่มตัวอย่างมา ไม่สนใจว่าประชากรจะมีการแจกแจงในรูปลักษณะใด อาจจะเป็น Binomial หรืออะไรก็ได้ แต่สำหรับเทคนิคการทดสอบทาง Parametric แล้วจะต้องกำหนดว่าประชากรต้องมีการกระจายเป็นโค้งปกติ (Normal Distribution)

1.2 ระดับของการวัด

การวัด คือ การกำหนดคุณค่าหรือตัวเลขให้กับคุณลักษณะของวัตถุหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ตามกฎเกณฑ์ที่วางไว้เพื่อให้การสังเกต การวิเคราะห์ และการตีความหมายของข้อมูลเป็นไปอย่างมีระบบ สามารถเข้าใจความหมายได้ตรงกัน การกำหนดคุณค่าให้แก่คุณสมบัติ หรือคุณลักษณะของสิ่งต่าง ๆ อาจเป็นเพียงแบ่งกลุ่มออกตามขนาด ชนิด ประเภท สี หน่วย หรืออายุ แล้วนับจำนวนของข้อมูลที่มีลักษณะเหมือนกันเข้าด้วยกัน อันเป็นการวัดในระดับแรก ๆ และมีกฎเกณฑ์รายละเอียดเพิ่มขึ้นเมื่อเป็นการวัดในระดับสูง โดยทั่วไปการวัดแบ่งออกเป็น 4 ระดับ คือ

ระดับที่ 1 มาตรานามบัญญัติ (Nominal Scale) เป็นระดับแรกของการวัดที่ระบุความแตกต่างระหว่างสิ่งต่าง ๆ อย่างหยาบเพื่อแบ่งเป็นหมวดหมู่ หรือประเภทของสิ่งของ เช่น สิ่งมีชีวิต-สิ่งไม่มีชีวิต คน-สัตว์-สิ่งของ พืช-สัตว์ หรือการกำหนดเชื้อชาติเป็น ไทย-จีน-อังกฤษ กำหนดเป็นเพศ เป็น ชาย-หญิง กำหนดระดับการศึกษาหรือห้องเรียน เป็นต้น การวัดระดับนี้เป็นเพียงการจัดประเภทสิ่งของหรือกำหนดชื่อเท่านั้นเอง มิได้แทนปริมาณหรือคุณภาพใด ๆ เลย

ระดับที่ 2 มาตราเรียงอันดับ (Ordinal Scale) เป็นระดับการวัดที่มีความหมายมากกว่าและสูงกว่าระดับที่ 1 กล่าวคือสามารถระบุความแตกต่างออกมาในรูปของปริมาณได้ด้วย สามารถจะบอกได้ว่าสิ่งนั้นมากกว่าหรือน้อยกว่า โดยนำมาเรียงลำดับจากมากไปน้อย หรือน้อยไปมากได้ การวัดในสองระดับแรกนี้ยังมีจุดอ่อนอยู่มาก ดังนั้นการวัดในระดับ 1 และ 2 บางครั้งจะเรียกว่าการวัดระดับต่ำ (Weak Measurement) ทั้งนี้เพราะสิ่งที่บอกได้จากการวัดเพียงว่าอะไรอยู่อันดับที่ 1, 2, 3 หรือสิ่งใดมีจำนวนหรือคุณภาพสูงที่สุด สูงกว่า หรือต่ำกว่าเท่านั้น ไม่สามารถจะบอกได้ว่ามากกว่าหรือน้อยกว่าเท่าไร

ระดับที่ 3 มาตราอันตรภาค (Interval Scale) เป็นระดับการวัดที่สูงขึ้นมากกว่า 2 ระดับแรก ซึ่งเรียกว่า “Strong Measurement” ในระดับนี้แต่ละหน่วยของการวัดมีช่วงเท่ากัน จึงสามารถจะบอกว่าคุณลักษณะ 2 อย่างนั้นมากน้อยกว่ากันกี่หน่วยวัด เช่น ความแตกต่างระหว่าง

อุณหภูมิ 50 กับ 60 องศาเซลเซียส มีค่าเท่ากับ 10 หน่วย เท่ากับความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิ 80 กับ 90 องศาเซลเซียส

ระดับที่ 4 มาตราเรโซ (Ratio Scale) เป็นระดับการวัดที่สูงที่สุดที่จัดเป็นพวก Strong Measurement เช่นเดียวกับระดับที่ 3 มาตราเรโซนี้ มีคุณสมบัติของการวัดระดับที่ 3 ทุกประการเพิ่มอีกอย่างหนึ่งคือ ตัวเลขที่แทนคุณภาพและปริมาณนั้น เป็นสัดส่วนกับจำนวนคุณภาพที่ตัวเลขนั้น ๆ แทน ทั้งนี้เพราะการวัดในระดับนี้มีค่าศูนย์สมบูรณ์ (True Zero Point) เช่น ความยาว 20 นิ้ว ย่อมเป็น 2 เท่าของความยาว 10 นิ้ว การวัดในระดับนี้มักเป็นข้อมูลของวิทยาศาสตร์ธรรมชาติ เช่น ฟิสิกส์ เคมี สำหรับการวัดในสาขาพฤติกรรมศาสตร์มักจะอยู่ในรูปของมาตราระดับที่ 1, 2 หรือ 3 เป็นอย่างสูง แม้จะวัดได้ในระดับที่ 3 ก็เป็นระดับที่ 3 อย่างอ่อน ๆ กล่าวคือ ต้องสมมุติ (Assume) เอาว่าการวัดนั้นมีหน่วยเท่ากัน ซึ่งแท้จริงแล้วหน่วยนั้น ๆ อาจไม่เท่ากัน ตัวอย่างเช่น คะแนนจากการสอบข้อใด ๆ ที่วัดออกมาเป็นคะแนนจาก 0 เป็นต้นไปนั้น คะแนนในช่วงใด เช่น 10 ถึง 20 คะแนนนับว่าต่างกัน 10 หน่วยนั้น ย่อมจะไม่มีใครมั่นใจนักว่าเป็น 10 หน่วย เท่ากับผลต่างระหว่างคะแนน 50 ถึง 60 นั่นคือ ถ้าเทียบระหว่างระดับความรู้ความสามารถของคนซึ่งวัดออกมาเป็นคะแนนกับระดับอุณหภูมิซึ่งวัดออกมาเป็นองศาเซลเซียสแล้ว ระดับอุณหภูมิควรจะมีความยาวการวัดที่เท่ากันแน่นอนกว่าคะแนน แต่อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติ นักพฤติกรรมศาสตร์ทั้งหลายก็ยังใช้สมมติฐานข้อที่ว่าคะแนนแต่ละหน่วยมีขนาดเท่ากัน

ข้อสังเกตข้างต้นนี้ นับเป็นข้อจำกัดอย่างหนึ่งของการวัดในสาขาพฤติกรรมศาสตร์ นอกจากนั้น การกำหนดคุณค่าหรือตัวเลขให้กับคุณลักษณะของสิ่งของหรือเหตุการณ์ซึ่งคือการวัดนั้นเป็นสิ่งที่มนุษย์สมมติขึ้นมาทั้งสิ้น ดังนั้น ในสิ่งเดียวกันหรือเรื่องเดียวกัน อาจจะกำหนดคุณค่าของสิ่งของในระดับใดก็ได้ขึ้นอยู่กับข้อตกลงที่ตั้งขึ้น เช่น การศึกษาเกี่ยวกับ “ความสุข” ของผู้เรียน (แล้วแต่เราหรือนักวิจัยจะกำหนดว่า ความสุข คืออะไร) ถ้าพิจารณาเพียงว่า ผู้เรียนคนใดมีความสุขหรือไม่มีความสุข ข้อมูลก็จะอยู่ในรูปของมาตฐานามบัญญัติ ถ้าสามารถจะบอกความแตกต่างระหว่างผู้มีความสุขและไม่มีความสุขว่า ใครมีความสุขมากน้อยต่างกันอย่างไร (ซึ่งก็ขึ้นอยู่กับข้อตกลงอีกนั่นแหละว่า อย่างไหนเรียกว่าสุขมาก สุขน้อย) ก็สามารถจะเรียงลำดับความสุขของผู้เรียนได้เป็นอันดับที่ 1, 2, 3, ... ข้อมูลก็จะอยู่ในรูปของมาตราเรียงอันดับ และถ้ามีเครื่องมือที่สามารถแบ่งระดับความสุขออกมาได้เป็นตัวเลขที่ยอมรับได้ว่า คนที่มีความสุขเป็น 30, 40, 50 นั้น คนที่มีความสุข 50 มีความสุขมากกว่า 40 อยู่ 10 หน่วย เท่ากับคนที่มีความสุข 40 มากกว่า 30 ($50 - 40 = 40 - 30$ หน่วยความสุข) ข้อมูลก็จะอยู่ในรูปของมาตราอันตรภาค

ลองพิจารณาอีกตัวอย่างหนึ่งที่มีข้อมูลอยู่ในระดับสูงสุด คือ มาตราเรโซ กล่าวคือ สมมติว่ามีโต๊ะ 3 ตัว ยาว 30, 25, 24 นิ้ว ตามลำดับ ข้อมูลนี้อยู่ในมาตราเรโซ ซึ่งอาจจะลดระดับลงมาเป็นมาตราอันตรภาคได้โดยอัตโนมัติ ถ้าจะพิจารณาตามลำดับความยาวก็จะเป็นโต๊ะอันดับที่ 1, 2 และ 3 เป็นมาตราเรียงอันดับ หรือถ้าจะกำหนดว่าโต๊ะที่ยาว 25 นิ้วขึ้นไปถือเป็น

โต๊ะยาว น้อยกว่า 25 นิ้วเป็นโต๊ะสั้น ก็จะได้เป็นโต๊ะสั้นกับโต๊ะยาว เป็นมาตรฐานบัญญัติ ดังนั้น ข้อมูลจะอยู่ในระดับการวัดโดยอ้อมขึ้นอยู่กับ ความมีประสิทธิภาพของเครื่องมือวัดหรือข้อตกลงที่กำหนดไว้ก่อนที่จะดำเนินการวัด แต่เมื่อใดก็ตามที่มีข้อมูลจากการวัดแล้ว ข้อมูลนั้นอยู่ในมาตรการวัดใด การแปลงข้อมูลนั้นให้อยู่ในมาตรการวัดใหม่จะกระทำได้โดย การแปลงจากมาตรวัดสูงไปมาตรวัดต่ำกว่าเท่านั้น เช่น จากมาตราเรโซเป็นมาตราอันตรภาค หรือจากมาตราอันตรภาคเป็นมาตราเรียงอันดับ เป็นต้น

1.3 ขั้นตอนการทดสอบทางสถิติ

ข้อมูลที่ได้จากกลุ่มตัวอย่างที่ศึกษาเมื่อนำมาวิเคราะห์จัดเป็นหมวดหมู่ตามวิธีการทางสถิติพรรณนาแล้ว หลังจากนั้นจะนำมาตรวจสอบเพื่อลงสรุปเกี่ยวกับสิ่งที่ศึกษา อันเป็นวิธีการทางสถิติอนุมานนั้น โดยทั่ว ๆ ไป ในการลงสรุปโดยใช้การทดสอบสมมติฐานจะต้องกระทำตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

1) ตั้งสมมติฐานทางสถิติ คือ Null Hypothesis (H_0) และ Alternative Hypothesis (H_1)

การตั้งสมมติฐานทางสถิติเพื่อการตัดสินใจ มักจะตั้งแบบกลาง ๆ กล่าวคือ ไม่มีความแตกต่างระหว่างค่าสถิตินั้น ๆ ซึ่งเป็นรูปของ Null Hypothesis ที่ต้องการจะทดสอบจากข้อมูลว่าจะเป็นไปตาม H_0 หรือไม่ ถ้าไม่เป็นไปตามนั้นก็ตัดสินใจไม่ยอมรับ โดยไปยอมรับสมมติฐานอื่นคือ Alternative Hypothesis (H_1) ที่ตั้งสำรองไว้ นั่นคือ เราจะมีสมมติฐานหลัก (H_0) ไว้เพื่อการตรวจสอบหากไม่สามารถจะรับ H_0 นี้ได้ ก็ต้องไปรับ H_1 ที่ตั้งสำรองไว้

2) เลือกเทคนิคการทดสอบที่เหมาะสมกับข้อมูลที่มีอยู่

ในการเลือกเทคนิคนี้มี 2 ขั้นตอน คือ ขั้นแรกตรวจสอบกลุ่มตัวอย่างและข้อมูลที่ได้จากกลุ่มตัวอย่างว่ามีลักษณะเหมาะสมกับการทดสอบแบบพารามेटริกหรือนั้นพารามेटริก โดยพิจารณาหลายด้านด้วยกัน เช่น

- ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง ถ้ามีจำนวนมากก็ใช้พารามेटริก
- ระดับของการวัด ถ้าข้อมูลอยู่ในระดับการวัดต้น ๆ คือ มาตรฐานบัญญัติหรือมาตราเรียงอันดับ ก็ใช้นอนพารามेटริก
- ข้อตกลงต่าง ๆ ถ้าจะใช้พารามेटริก ต้องแน่ใจว่ากลุ่มตัวอย่างสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงเป็นโค้งปกติ เป็นต้น

เมื่อตัดสินใจว่าจะใช้เทคนิคการทดสอบพารามेटริกหรือนอนพารามेटริกแล้ว ก็จะมาถึงขั้นที่สองที่จะเลือกใช้เทคนิคการทดสอบให้เหมาะสมกับข้อมูลที่มีอยู่ เช่น ต้องการจะทดสอบความแตกต่างของส่วนสูงของเด็กชาย-หญิงในโรงเรียนแห่งหนึ่ง โดยใช้ค่าเฉลี่ยของส่วนสูงมาทดสอบ ถ้าตัดสินใจจะใช้พารามेटริกแล้ว เทคนิคการทดสอบที่เหมาะสมกับข้อมูลชุดนี้ก็คือ การใช้ t-Test

3) ระดับนัยสำคัญและขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

เนื่องจากการทดสอบสมมติฐานครั้งหนึ่ง ๆ จะต้องตัดสินใจว่า จะรับสมมติฐานใดในระหว่าง 2 สมมติฐาน คือ H_0 และ H_1 กล่าวคือ ถ้ารับ H_0 โอกาสตัดสินใจผิดจะเกิดขึ้นเมื่อ H_0 นั้นผิด หรือถ้าปฏิเสธ H_1 แล้วไปรับ H_0 โอกาสตัดสินใจผิดจะเกิดขึ้นเมื่อ H_1 ถูก (แต่เราปฏิเสธ) ดังนั้น ไม่ว่าจะตัดสินใจว่าอย่างไรก็ตาม ในแง่สถิติแล้วย่อมมีโอกาสจะผิดพลาดได้เสมอ ดังนั้น ต้องตั้งระดับนัยสำคัญ (หรือระดับความเชื่อมั่น : Level of Confidence) ในการตัดสินใจแต่ละครั้งที่มีการทดสอบทางสถิติ โดยกำหนดให้ระดับนัยสำคัญ = α ซึ่งมีค่าไม่สูงกว่า 0.01 ส่วนใหญ่จะกำหนดที่ 0.05, 0.01 หรือ 0.001 (ระดับความเชื่อมั่น = $1 - \alpha$)

ถ้า $\alpha = 0.05$ หมายความว่า ถ้า H_0 นั้นจริงหรือถูกต้องแล้ว โอกาสที่จะตัดสินใจผิดโดยการบังเอิญ (Chance) จะเกิดขึ้น 5 ครั้งใน 100 ครั้ง นั่นคือ ถ้าทราบว่า H_0 จริงแล้วจากกลุ่มตัวอย่างที่ได้มาครั้งหนึ่งเกิดทำให้ต้องปฏิเสธ H_0 สรุปว่าการตัดสินใจครั้งนั้นผิด ถ้าจะถามว่า โอกาสที่จะตัดสินใจผิดมีค่าเท่าไรก็ตอบได้ว่า โอกาสจะตัดสินใจผิด = 0.05 แต่โดยปกติแล้วเราไม่มีโอกาสทราบว่า H_0 นั้นถูกต้องหรือผิด ทราบแต่เพียงว่าเมื่อใดเราปฏิเสธ H_0 เมื่อนั้น เรามีโอกาสที่จะตัดสินใจผิด = α ซึ่งเรียกว่า “Type I Error”

การตัดสินใจอีกลักษณะหนึ่ง คือการรับ H_0 การตัดสินใจนี้ก็มีโอกาสที่จะผิดได้อีกเช่นกัน กล่าวคือ ถ้า H_0 นั้นผิดแต่ยอมรับ ทำให้เกิดการผิดพลาดขึ้น ซึ่งโอกาสของการตัดสินใจ (รับ H_0) ผิดนี้ จะเป็น “Type II Error” ซึ่งมีค่าเท่ากับ β

ตารางที่ 1.1 โอกาสของความผิดพลาดจากการตัดสินใจในการทดสอบสมมติฐาน

		การตัดสินใจ	
		รับ H_0	ปฏิเสธ H_0
H_0	ถูก	ไม่มีความผิด (โอกาสผิด = 0)	Type I Error (โอกาสผิด = α)
	ผิด	Type II Error (โอกาสผิด = β)	ไม่มีความผิด (โอกาสผิด = 0)

โดยปกติในการทดสอบสมมติฐานจะกำหนดค่า α คือ โอกาสที่จะตัดสินใจปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 ถูกต้อง เนื่องจากมีสิ่งรับรองว่าในการตั้งสมมติฐานนั้นมักจะมีรากฐานของความจริงรองรับอยู่ว่าสมมติฐานนั้นเป็นจริง เมื่อกำหนดสมมติฐานแล้วก็จะกำหนดจำนวนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเมื่อทั้ง α และ N ถูกกำหนดแล้วก็พอจะหาค่า β ได้ ซึ่ง α และ β จะมีความสัมพันธ์กันในทางตรงกันข้าม กล่าวคือ ถ้าให้ N คงที่ แล้วเมื่อลด α จะทำให้ β เพิ่มขึ้น และถ้าต้องการจะลดทั้ง α และ β แล้ว จะต้องเพิ่ม N ให้มากขึ้น

การตัดสินใจผิดพลาดจากทั้งยอมรับ H_0 หรือปฏิเสธ H_0 นั้นมีความสำคัญเท่ากัน ดังนั้น จะกำหนดให้ α สูง ๆ เพื่อลด β หรือกำหนด α ต่ำ แต่เพิ่ม β ย่อมไม่เหมาะสมทั้งสองลักษณะ นักวิจัยจะต้องพยายามหาจุดตัดที่เหมาะสม ทั้งนี้ต้องศึกษาลักษณะของการทดสอบแต่ละเทคนิคอีกด้วย ซึ่งแต่ละเทคนิคก็มีความสามารถหรือกำลัง (Power of a Test) แตกต่างกันโดย

$$\begin{aligned}\text{Power} &= 1 - \text{Probability of Type II Error} \\ &= 1 - \beta\end{aligned}$$

เพื่อให้แนวคิดเกี่ยวกับ α , β และ Power ชัดเจนขึ้น พอสรุปดังนี้

(1) คำนัยสำคัญ (α) คือ ค่าโอกาสที่จะไม่รับ H_0 เมื่อ H_0 ถูก นั่นคือ α มีค่าเท่ากับโอกาสของการเกิด Type I Error

(2) β เป็นโอกาสที่จะรับ H_0 เมื่อ H_0 ผิด ซึ่งมีค่าเท่ากับ Type II Error

(3) กำลังของการทดสอบ (Power) = $1 - \beta$ คำนี้อาจบอกถึงโอกาสที่จะไม่รับ H_0 เมื่อ H_0 ผิด ซึ่งเป็นการตัดสินใจที่ถูกต้อง

(4) กำลังของการทดสอบขึ้นอยู่กับเทคนิคการทดสอบที่เลือกมาใช้และสมมติฐานสำรอง (H_1) กล่าวคือ เทคนิคการทดสอบชนิดที่เป็นพาราเมตริกจะมีกำลังสูงกว่าอนพาราเมตริก ส่วน H_1 นั้น ถ้า H_1 กำหนดทิศทางของความแตกต่าง คือ เป็น One-Tailed แล้วจะมีกำลังการทดสอบสูงกว่า Two-Tailed ทั้งนี้ในการกำหนดทิศทางของ H_1 ย่อมต้องมีเหตุผลที่เชื่อถือได้มาสนับสนุน

(5) โดยทั่ว ๆ ไป กำลังของการทดสอบจะเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนคนในกลุ่มตัวอย่างเพิ่มขึ้น

4) การแจกแจงของกลุ่มตัวอย่าง (Sampling Distribution)

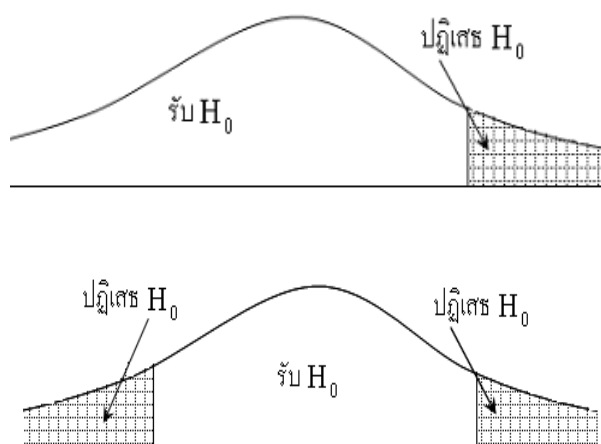
เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญและจำนวนกลุ่มตัวอย่างแล้ว ก็มาพิจารณาถึงการแจกแจงของกลุ่มตัวอย่างว่าจะเป็นรูปแบบใด การแจกแจงของกลุ่มตัวอย่างนี้จะเป็นการแจกแจงของกลุ่มตัวอย่างทุกกรณีจากกลุ่มตัวอย่างจำนวนเท่ากัน เช่น ถ้ามีประชากรอยู่ 4 จำนวน มีค่าเป็น 2, 3, 4, 5 ถ้าสุ่มตัวอย่างมาทีละ 3 ค่า กลุ่มตัวอย่างจะมีทั้งหมด $= \binom{4}{3}$ ซึ่ง $\binom{4}{3} = \frac{4!}{3!(4-3)!} = 4$

คือ จากกลุ่มตัวอย่างจะมีสมาชิกเป็น	2	3	4
	2	3	5
	2	4	5
	3	4	5

หาค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างนี้จะได้ 4 ค่า ซึ่งไม่เท่ากัน ทั้ง ๆ ที่มาจากประชากรเดียวกัน นำค่าเฉลี่ยจากกลุ่มตัวอย่างมาหา Distribution ก็จะเป็น Sampling Distribution ของค่าเฉลี่ย นักสถิติได้คำนวณลักษณะ Distribution ของแต่ละค่าสถิติไว้เพื่อการตรวจสอบค่าอื่น ๆ ตามเทคนิคที่จะทดสอบสมมติฐาน เช่น ในกรณีหาค่าเฉลี่ยนี้ถ้าเป็นการทดสอบแบบพาราเมตริกก็มักจะใช้ t-Distribution

5) จุดวิกฤตและบริเวณที่อยู่นอกจุดวิกฤต

จุดวิกฤตและบริเวณที่อยู่นอกอาณาเขตของจุดวิกฤตเป็นค่าสถิติที่กระเด็นห่างออกไปมากกว่าระดับนัยสำคัญที่ตั้งไว้ ที่ไม่สามารถจะยอมรับ H_0 ได้ ทั้งนี้เพื่อนำมาพิจารณาว่าจากข้อมูลที่มีอยู่จะสามารถรับหรือปฏิเสธ H_0 ดังรูปภาพที่ 1.1



รูปภาพที่ 1.1 แสดงบริเวณที่รับและปฏิเสธ H_0 จากการทดสอบ One-tailed และ Two-tailed

6) การสรุปหรือตัดสินใจ

ขั้นตอนสุดท้ายของการทดสอบสมมติฐานก็คือ นำข้อมูลที่ได้มาคำนวณหาค่าสถิติตามวิธีของเทคนิคการทดสอบที่กำหนดไว้ และเอาค่าที่คำนวณได้ไปเทียบกับค่ามาตรฐานของการทดสอบนั้น ๆ (ในข้อ 5) แล้วก็สรุปหรือตัดสินใจว่า ยอมรับหรือปฏิเสธ H_0 นั้น

การทดสอบสมมติฐานทางสถิติ อาจสรุปเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

- (1) การตั้งสมมติฐานทางสถิติ
- (2) กำหนดระดับนัยสำคัญ
- (3) สร้างอาณาเขตวิกฤต

(4) คำนวณค่าสถิติทดสอบ

(5) สรุปผลการทดสอบทางสถิติ

การตั้งสมมติฐานทางสถิติ

การตั้งสมมติฐานทางสถิติจะต้องตั้งสมมติฐาน 2 อย่างคู่กันเสมอคือ

(1) สมมติฐานว่าง (Null Hypothesis) เขียนแทนด้วย H_0

(2) สมมติฐานทางเลือก (Alternative Hypothesis) เขียนแทนด้วย H_1

การตั้งสมมติฐานทางสถิติโดยทั่วไปแล้วมี 3 รูปแบบ คือ

แบบที่ 1

$$H_0 : \theta = \theta_0$$

$$H_1 : \theta \neq \theta_0$$

เช่น H_0 : นักศึกษามหาวิทยาลัยกรุงเทพมีรายได้โดยเฉลี่ยเท่ากับ 8,000 บาทต่อเดือน

H_1 : นักศึกษามหาวิทยาลัยกรุงเทพมีรายได้โดยเฉลี่ยไม่เท่ากับ 8,000 บาทต่อเดือน

แบบที่ 2

$$H_0 : \theta \geq \theta_0$$

$$H_1 : \theta < \theta_0$$

เช่น H_0 : นักศึกษามหาวิทยาลัยกรุงเทพมีรายได้โดยเฉลี่ยไม่น้อยกว่า 8,000 บาทต่อเดือน

H_1 : นักศึกษามหาวิทยาลัยกรุงเทพมีรายได้โดยเฉลี่ยน้อยกว่า 8,000 บาทต่อเดือน

แบบที่ 3

$$H_0 : \theta \leq \theta_0$$

$$H_1 : \theta > \theta_0$$

เช่น H_0 : นักศึกษามหาวิทยาลัยกรุงเทพมีรายได้โดยเฉลี่ยไม่มากกว่า 8,000 บาทต่อเดือน

H_1 : นักศึกษามหาวิทยาลัยกรุงเทพมีรายได้โดยเฉลี่ยมากกว่า 8,000 บาทต่อเดือน

เมื่อกำหนดให้ θ แทนพารามิเตอร์ใด ๆ และ θ_0 แทนค่าคงที่

1.4 ประสิทธิภาพของการทดสอบทางสถิติ (Power Efficiency)

กำลังของการทดสอบ มีค่าเท่ากับโอกาสที่จะรับ H_0 เมื่อ H_0 นั้นผิด หรือเท่ากับ $1 - \beta$ ในการทดสอบสมมติฐานบางครั้งข้อมูลชุดหนึ่ง ๆ อาจมีเทคนิคการทดสอบที่เหมาะสมมากกว่า 1 เทคนิค แต่ละเทคนิคมี Power ไม่เท่ากัน นั่นคือ ข้อมูลชุดเดียวกันสมมติใช้เทคนิคหนึ่งทดสอบ อาจไม่รับ H_0 แต่ถ้าใช้อีกเทคนิคหนึ่งทดสอบอาจจะรับ H_0 ถ้านำเทคนิคการทดสอบทั้งสองมา

เปรียบเทียบกันโดยเอาเทคนิคที่มี Power สูงกว่าเป็นตัวเทียบ ก็จะเป็นค่า Power-Efficiency ของเทคนิคที่มีค่ากำลังต่ำกว่า

ในการเปรียบเทียบนี้โดยปกติจะกำหนดว่า ถ้าผลการทดสอบเหมือนกันแล้ว เทคนิค A ซึ่งมีกำลังสูงกว่าโดยใช้จำนวนในกลุ่มตัวอย่างไม่เท่ากัน และเพื่อไม่ให้เป็นจุดทศนิยมจึงเอา 100 คูณ เพื่อให้เป็นเปอร์เซ็นต์

$$\text{Power-Efficiency of Test B} = \frac{N_A}{N_B} (100) \text{ Percent}$$

เมื่อ N_A = จำนวนคนในการทดสอบโดยใช้เทคนิค A

เมื่อ N_B = จำนวนคนในการทดสอบโดยใช้เทคนิค B

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการทดสอบทางสถิตินี้จะเปรียบเทียบระหว่างเทคนิคทางพารามेटริกกับเทคนิคนอนพารามेटริก

1.5 เมื่อไรควรใช้นอนพารามेटริก

ถ้าสังเกตจากรายงานการวิจัยทั้งหลาย จะเห็นว่าส่วนใหญ่มักจะใช้พารามेटริก ซึ่งในบางครั้งเป็นการใช้ที่ไม่ถูกต้อง โดยเฉพาะการทดสอบแบบพารามेटริกทั้งหลายที่ใช้อยู่ในปัจจุบัน น้อยอย่างน้อยจะต้องมีข้อตกลง 3 ประการ คือ

- 1) การแจกแจงของประชากรเป็นโค้งปกติ (Normal Distribution)
- 2) ในกรณีที่ข้อมูลมาจากกลุ่มตั้งแต่ 2 กลุ่มขึ้นไป จะต้องมีความแปรปรวนเท่ากัน หรือใกล้เคียงกัน (Homogeneity of Variance)
- 3) ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์จะต้องอยู่ในระดับที่ 3 ของการวัด (มาตราอันตรภาค) เป็นอย่างน้อย กล่าวคือ ช่วงแต่ละหน่วยของการวัดจะต้องเท่ากัน ซึ่งถือว่าเป็น Strong Measurement จึงสมควรคู่กับ Strong Statistics คือสถิติที่ใช้พารามेटริกนั่นเอง

ในการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์ทั้งหลาย ถ้าสังเกตจากรายงานการวิจัยจากวารสารหรือวิทยานิพนธ์ทั้งของไทยและต่างประเทศ จะเห็นว่าส่วนใหญ่มักจะใช้การทดสอบแบบพารามेटริก ซึ่งในบางครั้งเป็นการใช้ที่ไม่ถูกต้อง โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีต่อไปนี้ควรใช้นอนพารามेटริก กล่าวคือ

- 1) เมื่อข้อมูลไม่เป็นไปตามข้อตกลงของการทดสอบพารามेटริกนั้น ๆ ถ้าฝืนใช้การทดสอบพารามेटริก จะทำให้ผลการวิจัยผิดพลาดได้มาก
- 2) เมื่อข้อมูลจากการวิจัยเป็นเพียงมาตรานามบัญญัติ มาตรารายอันดับ ซึ่งถือว่าการวัดระดับต่ำ (Weak Measurement) ดังตารางที่ 1.2

ตารางที่ 1.2 มาตราการวัดและสถิติที่เหมาะสม

ระดับการวัด	ตัวอย่างค่าสถิติ	สถิติที่ใช้ในการทดสอบ
Nominal	Mode Frequency Contingency Coefficient	Nonparametric Statistical Tests
Ordinal	Median Percentile Spearman Rank Correlation	
Interval	Mean S.D. Pearson Correlation Multiple Correlation Product-Moment Product-Moment	Parametric and Nonparametric Statistical Tests
Ratio	Geometric Mean Coefficient of Variation	

3) เมื่อไม่ต้องการจะสรุปพาดพิงไปถึงค่าของประชากร (Parameter Values) เช่น ต้องการจะตรวจสอบว่ากลุ่มตัวอย่างนั้นเป็น Random Sample หรือไม่ ลักษณะนี้ต้องใช้ นอนพาราเมตริกเท่านั้น

4) เมื่อกลุ่มตัวอย่างมีจำนวนน้อยและไม่ต้องการจะตั้งข้อตกลงใด ๆ เกี่ยวกับ ข้อมูล ในกรณีนี้นักวิจัยบางคนจะไม่ยอมใช้การทดสอบแบบพาราเมตริกเลย ถ้ามีกลุ่มตัวอย่าง น้อยกว่า 30 คน

5) เนื่องจากนอนพาราเมตริกส่วนมากคำนวณได้เร็วและง่ายกว่า โดยเฉพาะ อย่างยิ่งอาจจะทำได้ทันทีในขณะที่เก็บข้อมูล ใคร ๆ ก็อาจวิเคราะห์ได้โดยไม่ต้องใช้คอมพิวเตอร์ ช่วย และไม่ต้องใช้ความสามารถในทางสถิติและคณิตศาสตร์สูงนัก ดังนั้น นอนพาราเมตริกจึง อาจจะใช้ในการตรวจสอบข้อมูลขั้นแรก หรือในขณะที่เก็บรวบรวมข้อมูล เพื่อประโยชน์ในการ ปรับปรุงหรือแก้ไขวิธีการเก็บข้อมูลให้บรรลุจุดประสงค์ของการวิจัยได้ดียิ่งขึ้น ช่วยให้แก้ไข ข้อบกพร่องได้ทันที

1.6 การเลือกใช้เทคนิคการทดสอบทางสถิติที่เหมาะสม

การเลือกใช้เทคนิคการทดสอบทางสถิติที่เหมาะสม เป็นก้าวสำคัญก้าวหนึ่งของการทดสอบสมมติฐานทางการวิจัย หลักการขั้นแรกจะต้องพิจารณาว่า ตัวแปรในการวิจัยทั้งสองลักษณะคือตัวแปรอิสระและตัวแปรตามนั้น อยู่ในมาตรการวัดแบบใด และสมควรจะใช้เทคนิคใดมาทดสอบ จำเป็นจะต้องเปลี่ยนข้อมูลของตัวแปรให้อยู่ในมาตรวัดที่ต่ำลงมาหรือไม่ (โปรดระลึกว่า การเปลี่ยนข้อมูลจากมาตรวัดหนึ่งไปยังอีกมาตรวัดหนึ่ง จะกระทำได้เฉพาะในการเปลี่ยนจากมาตรการวัดที่สูงกว่าไปยังมาตรการวัดที่ต่ำกว่าเท่านั้น) ตารางที่ 1.3 จะแสดงให้เห็นถึงเทคนิคการทดสอบทางสถิติที่เหมาะสมบางเทคนิคที่เด่น ๆ เท่านั้น ไม่ได้รวมเทคนิคการทดสอบทุกเทคนิคไว้ ทั้งนี้ เพื่อเป็นเพียงแนวทางตรวจสอบดูว่าจากข้อมูลในมาตรานั้น ๆ จะเลือกใช้สถิติใด

ตารางที่ 1.3 การเลือกใช้เทคนิคการทดสอบตามตัวแปรที่มีจำนวนและมาตรการวัดต่าง ๆ กัน

มาตรการวัด	มาตรอันตรภาค		
มาตรอันตรภาค	จำนวนตัวแปร	1	มากกว่า 1
	0		Factor analysis
	1	Correlation	Multiple correlation
	มากกว่า 1	Multiple correlation	
มาตราเรียงอันดับ	0	แปลงข้อมูลในมาตราเรียงอันดับเป็นนามบัญญัติและใช้ C-I หรือแปลงมาตรอันตรภาคเป็นเรียงอันดับ และใช้ B-II หรือแปลงอันตรภาคเป็นนามบัญญัติ C-II	
	1		
	มากกว่า 1		
มาตรนามบัญญัติ	0		
	1	Analysis of variance (ดู C-I)	
	มากกว่า 1	Analysis of variance (ดู C-I)	
A			

ตารางที่ 1.3 การเลือกใช้เทคนิคการทดสอบตามตัวแปรที่มีจำนวนและมาตราการวัดต่าง ๆ กัน
(ต่อ)

มาตรการวัด	มาตราเรียงอันดับ		มาตรานามบัญญัติ		
มาตราอันดับภาค	1	มากกว่า 1	1	มากกว่า 1	I
	แปลงข้อมูลในมาตราเรียงอันดับเป็นนามบัญญัติและใช้ C-I หรือแปลงมาตราอันดับภาคให้เป็นเรียงอันดับ และใช้ B-II หรือแปลงตัวแปรทั้งสองเป็นนามบัญญัติ C-II				
			Analysis of variance, t-test	Analysis of variance	
มาตราเรียงอันดับ		Coefficient of concordance (W)			II
	Spearman correlation Kendall's tau		Sing test, median test, U-test Kruskal Wallis	Friedman's two-way analysis of variance	
มาตรานามบัญญัติ				Chi-square	III
	Sigh test, median test U-test. Kruskal Wallis (ดู C-II)		Phi Coeff. (*). Fisher exact test, chi-square		
	Friedman's two-way analysis of variance (ดู C-II)				
	B		C		

ที่มา : Tuckman (1972 : 289)

ตารางที่ 1.4 เปรียบเทียบเทคนิคการทดสอบทางสถิติ 2 แบบในการทดสอบข้อมูลเดียวกัน

Parametric	Nonparametric
- Pearson Product-Moment Correlation Coefficient r	- Spearman Rank-Order Correlation Coefficient Rho
- t-test Correlated Sample	- Sign Test - Wilcoxon Match-Pairs Signed-Ranks Test
- t-test Independent Sample	- Median Test - Mann-Whitney U Test
- One-way ANOVA	- Kruskal Wallis One-Way ANOVA of Ranks - Median Test
- Two-way ANOVA	- Modification of Kruskal Wallis Test
- Two-way ANOVA with Repeated Measures	- Friedman Two-Way ANOVA of Ranks
- Two-way ANOVA Randomized Blocks	- Friedman Test - Wilcoxon Blocked Test
- ANOVA (repeated measures of the same subject; subjects nested within groups)	- Extension of Friedman Test
- ไม่มีการทดสอบทาง Parametric	- Chi-Square (Single Sample) - K-Independent Samples - Kolmogorov Test

จากตารางที่ 1.3 สรุปเป็นหลักใหญ่ ๆ ได้ 6 ประการ คือ

1) ทั้งตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม อยู่ในมาตราอันตรภาค (ตารางช่อง A-I) ควรจะใช้สหสัมพันธ์แบบพาราเมตริก เช่น การหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r)

2) ตัวแปรทั้งสอง อยู่ในมาตราเรียงอันดับ (ตารางช่อง B-II) ใช้สหสัมพันธ์แบบนอนพาราเมตริก เช่น Spearman Rank Correlation หรือ Tau เป็นต้น

3) ตัวแปรทั้งสองอยู่ในมาตรานามบัญญัติ (ตารางช่อง C-III) อาจใช้ Chi-Square, ϕ เป็นต้น

4) ตัวแปรหนึ่งเป็นมาตรนามบัญญัติ อีกตัวหนึ่งเป็นมาตราอันดับ (ตารางช่อง A-III และ C-I) อาจใช้ ANOVA หรือ t-test

5) ตัวแปรหนึ่งเป็นนามบัญญัติ อีกตัวหนึ่งเป็นมาตราเรียงอันดับ (ตารางช่อง B-III และ C-II) อาจใช้ Sign Test, Median Test, U-Test Friedman ANOVA เป็นต้น

6) ตัวแปรหนึ่งเป็นมาตราเรียงอันดับ อีกตัวหนึ่งเป็นอันดับ (ตารางช่อง A-II และ B-I) จะต้องแปลงข้อมูลให้เป็นมาตราอื่นที่เหมาะสมที่จะทดสอบได้ และเหมาะสมกับปัญหาวิจัยนั้น ๆ

ในตารางที่ 1.4 ได้รวบรวมเทคนิคการทดสอบทั้งแบบพาราเมตริกและนอนพาราเมตริกมาเทียบกัน ในกรณีที่ข้อมูลที่มีอยู่อาจจะใช้กับการทดสอบแบบพาราเมตริกหรือนอนพาราเมตริกก็ได้ (บางเทคนิคของการทดสอบไม่ได้รวมไว้ในที่นี้)

1.7 ข้อดีและข้อเสียของการทดสอบแบบนอนพาราเมตริก

โดยปกติถ้าข้อมูลมีมากพอ (ตั้งแต่ 30 ขึ้นไป) และบางระดับการวัดอยู่ในระดับสูง (มาตราอันดับและเรโซ) ซึ่งเรียกว่า Strong Measurement แล้ว มักจะใช้การทดสอบแบบพาราเมตริก ทั้งนี้เพราะประสิทธิภาพ (Power-Efficiency) สูงกว่าการทดสอบแบบพาราเมตริก แต่ในบางครั้งก็จำเป็นต้องใช้การทดสอบแบบนอนพาราเมตริก ด้วยสาเหตุหลายประการ ดังจะสรุปข้อดีข้อเสียของการทดสอบแบบนอนพาราเมตริก ดังนี้

1) ข้อดีของการทดสอบแบบนอนพาราเมตริก

(1) ความน่าจะเป็น (Probability) ของการทดสอบแบบนี้มักจะมีค่าจริง (Exact) ไม่เหมือนพาราเมตริกซึ่งมักจะเป็นค่าใกล้เคียง (Approximation)

(2) การคำนวณมักจะง่ายและทำได้รวดเร็วไม่ต้องใช้คอมพิวเตอร์

(3) ข้อตกลงหรือข้อสมมติฐาน (Assumption) ต่าง ๆ มักจะไม่มีหรือน้อยมาก และถ้ามีข้อตกลงก็มักจะเป็นข้อตกลงที่เป็นไปได้ในข้อมูลลักษณะใด ๆ

(4) เนื่องจากเหตุผลในข้อ 3 จึงทำให้นอนพาราเมตริกใช้ได้กว้างขวางในข้อมูลทั่ว ๆ ไป

(5) ข้อมูลที่มีระดับเพียงขั้นต้น เช่น มาตรนามบัญญัติหรือมาตราเรียงอันดับก็ใช้นอนพาราเมตริกวิเคราะห์ได้

2) ข้อเสียของการทดสอบแบบนอนพาราเมตริก

(1) เนื่องจากคำนวณง่ายและสะดวก จึงมีผู้นำนอนพาราเมตริกมาใช้มากเกินไปทั้ง ๆ ที่ข้อมูลนั้นเหมาะที่จะใช้กับพาราเมตริกมากกว่า ทำให้ประสิทธิภาพของการทดสอบทางสถิติต่ำลง

(2) ถ้ากลุ่มตัวอย่างมีจำนวนมาก การคำนวณยุ่งยากทำให้ต้องใช้ค่าโดยประมาณ (Approximation) ก็ควรจะใช้พาราเมตริก

บทสรุป

ในการศึกษาวิจัยหรือค้นคว้าหาความรู้ความจริงต่าง ๆ นั้น หลังจากที่ได้สังเกตเก็บรวบรวมข้อมูลแล้ว จุดประสงค์ขั้นต่อไป ของการวิจัยมักจะต้องการหาหลักเกณฑ์มาสรุปข้อมูลนั้น ๆ เรียกว่า สถิติอนุมานภาพ หรือสถิติภาคสรุป (Inferential Statistics) ซึ่งอาจจะสรุปข้อมูลในลักษณะใดลักษณะหนึ่งจากสองลักษณะ คือ 1) การทดสอบสมมติฐาน หรือ 2) การประมาณค่า

การทดสอบสมมติฐาน เป็นการตรวจสอบสมมติฐานการวิจัยเพื่อที่จะสรุปหรือตัดสินใจยอมรับสมมติฐานนั้นว่าถูกต้องหรือไม่ถูกต้องอย่างไร ส่วนการประมาณค่านั้นเป็นการสรุปค่าสถิติจากกลุ่มตัวอย่างเพื่อพาดพิงถึงมวลหมู่ประชากร การตรวจสอบทางสถิติเหล่านั้น อาจแบ่งได้เป็น 2 กลุ่มใหญ่ ๆ คือ Parametric Statistics เป็นการทดสอบที่มีจุดประสงค์สำคัญเพื่อสรุปอ้างอิงไปถึงมวลหมู่ประชากร หรือเพื่อประมาณ ค่าของประชากร (Parameter Values) ส่วน Nonparametric Statistics นั้น ไม่ต้องการสรุปพาดพิงไปถึงประชากร และโดยเฉพาะอย่างยิ่งไม่สนใจว่าประชากรดั้งเดิมที่สุ่มตัวอย่างมานั้น จะมีการแจกแจงเป็นรูปแบบใด สนใจจะศึกษาเฉพาะกลุ่มตัวอย่างในกรณีนั้น ๆ สามารถใช้กับข้อมูลที่มีการวัดระดับมาตรานามบัญญัติ (Nominal Scale) หรือ มาตราเรียงลำดับ (Ordinal Scale)

อย่างไรก็ตามการทดสอบแบบนอนพาราเมตริกจะมีข้อดีและข้อเสียหลายประการ ดังนี้

- ข้อดี
 - 1) ความน่าจะเป็น (Probability) ของการทดสอบแบบนี้มักจะมีค่าจริง (Exact) ไม่เหมือนพาราเมตริกซึ่งมักจะเป็นค่าใกล้เคียง (Approximation)
 - 2) การคำนวณมักจะง่ายและทำได้รวดเร็วไม่ต้องใช้คอมพิวเตอร์
 - 3) ข้อตกลงหรือข้อสมมติฐาน (Assumption) ต่าง ๆ มักจะไม่มีหรือน้อยมาก และถ้ามีข้อตกลงก็มักจะเป็นข้อตกลงที่เป็นไปได้ในข้อมูลลักษณะใด ๆ
 - 4) เนื่องจากเหตุผลในข้อ 3 จึงทำให้นอนพาราเมตริกใช้ได้กว้างขวางในข้อมูลทั่ว ๆ ไป
 - 5) ข้อมูลที่มีระดับเพียงขั้นต้น เช่น มาตรานามบัญญัติหรือมาตราเรียงอันดับก็ใช้นอนพาราเมตริกวิเคราะห์ได้

ข้อเสีย

- 1) เนื่องจากคำนวณง่ายและสะดวก จึงมีผู้นำนอนพาราเมตริกมาใช้มากเกินไปทั้ง ๆ ที่ข้อมูลนั้นเหมาะที่จะใช้กับพาราเมตริกมากกว่า ทำให้ประสิทธิภาพของการทดสอบทางสถิติต่ำลง
- 2) ถ้ากลุ่มตัวอย่างมีจำนวนมาก การคำนวณยุ่งยากทำให้ต้องใช้ค่าโดยประมาณ (Approximation) ก็ควรจะใช้พาราเมตริก

คำถามทบทวน

1. เทคนิคการทดสอบหรือการตรวจสอบทางสถิติมีกี่วิธี อะไรบ้าง แต่ละวิธีแตกต่างกันอย่างไร
2. จงอธิบายลักษณะของระดับการวัดแต่ละระดับ
3. การทดสอบสมมติฐานเพื่อเป็นการตรวจสอบผลการวิจัยว่าเป็นไปตามทฤษฎีหรือหลักการที่เกี่ยวข้องหรือไม่ มีขั้นตอนการทดสอบอย่างไร
4. จงสรุปสถิติที่เหมาะสมกับมาตรการวัดแต่ละระดับ
5. จงบอกข้อดีและข้อเสียของการทดสอบแบบนอนพาราเมตริก

เอกสารอ้างอิง

- ทวี รื่นจินดา. (2524). สถิติไร้พารามิเตอร์. กรุงเทพฯ: O.S. PRINTING HOUSE CO. LTD.
- วิสาข์ เกษประทุม. (2545). สถิตินอนพาราเมตริก. กรุงเทพฯ: พ.ศ. พัฒนา.
- ส. วาสนา ประवालพฤษ. (2526). เอกสารประกอบการสอนวิชา 217 713 สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์. ขอนแก่น: สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- อำนาจ วังจัน และ พรณี บุญสุยา. (2548). สถิติทั่วไป. กรุงเทพฯ: วิ.เจ. พรินติ้ง.
- อานวย เลิศชัยน. (2539). สถิตินอนพาราเมตริก. กรุงเทพฯ: ศิลปะสนองการพิมพ์.
- อุมพร จันทศร. (2542). สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ฟลิคส์เซ็นเตอร์.
- Daniel, Weyne W. (1990). *Applied Nonparametric Statistics*. 2nd ed. PWS-KENT Publishing Company.
- Siegel, Sidney and Castellan, N. John Jr. (1988). *Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences*. 2nd ed. New York: McGraw-Hill Inc.
- <http://www.wijai48.com/journal/journal-topic.htm>

แผนบริหารการสอนหน่วยที่ 2

การทดสอบสมมติฐานของกลุ่มตัวอย่างหนึ่งกลุ่ม

เวลาสอน 8 ชั่วโมง

จุดมุ่งหมายรายวิชา

ข้อ 2 เพื่อให้สามารถทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างหนึ่งกลุ่มโดยใช้การทดสอบไบนอมิเยล การทดสอบไคสแควร์ และการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ

คุณลักษณะที่พึงประสงค์

ใฝ่รู้ มีทักษะการแก้โจทย์ปัญหา มีทักษะการทำงานร่วมกัน

วัตถุประสงค์

เพื่อให้ผู้เรียนสามารถ

1. อธิบายการทดสอบไบนอมิเยล ไคสแควร์ และโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ สำหรับตัวอย่างหนึ่งกลุ่มได้ถูกต้อง
2. เลือกใช้การทดสอบไบนอมิเยล ไคสแควร์ โคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ ได้ถูกต้องและเหมาะสมกับวัตถุประสงค์ของการใช้สถิติ
3. เขียนสมมติฐานทางสถิติในการทดสอบไบนอมิเยล ไคสแควร์ และโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ สำหรับตัวอย่างหนึ่งกลุ่มได้ถูกต้อง
4. คำนวณหาค่าสถิติโดยการทดสอบไบนอมิเยล ไคสแควร์ และโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ สำหรับตัวอย่างหนึ่งกลุ่มได้ถูกต้อง
5. แปลผลและสรุปผลที่ได้จากการทดสอบไบนอมิเยล ไคสแควร์ และโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ สำหรับตัวอย่างหนึ่งกลุ่มได้ถูกต้อง

เนื้อหา

- 2.1 การทดสอบไบนอมิเยล
- 2.3 การทดสอบไคสแควร์
- 2.3 การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ

กิจกรรมการเรียนการสอน

ชั้นนำ

ชี้แจงวัตถุประสงค์ และเนื้อหาหน่วยที่ 2

ชั้นสอน (ตามลำดับเนื้อหา ๆ ละ 2 ชั่วโมง)

1. บรรยายหลักการทฤษฎีการทดสอบไบนอมิเยล ไคสแควร์ และโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ ประกอบเพาเวอร์พอยท์และเอกสารประกอบการสอน

2. ยกตัวอย่างการทดสอบสมมติฐาน ดำเนินการเป็นขั้นตอนดังนี้

2.1 วิเคราะห์ข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้

2.2 วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ทดสอบ

2.3 กำหนดวิธีการทดสอบ

2.4 ดำเนินการทดสอบ

(ตั้งสมมติฐาน กำหนดระดับนัยสำคัญ คำนวณค่าสถิติ กำหนดเขตวิกฤติ และสรุปผล)

3. แบ่งกลุ่มทำโจทย์การทดสอบสมมติฐาน กลุ่มละ 1 ข้อ

4. กลุ่มสืบค้นตัวอย่างงานวิจัยที่ใช้การทดสอบไบนอมิเยล โคสแควร์ และโคลโมโกรอฟ-สมิธรโนฟ

5. นำเสนอผลการทำโจทย์และการสืบค้น อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น
ชั้นสรุป

1. ร่วมตอบคำถามทบทวนท้ายหน่วยที่ 2

2. ให้ทำแบบฝึกหัดหน่วยที่ 2 จำนวน 2 ข้อ เป็นรายบุคคล

* ทดสอบย่อยครั้งที่ 1 (2 ชั่วโมง)

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบสอนหน่วยที่ 2

2. เพาเวอร์พอยท์ประกอบการบรรยายหน่วยที่ 2

3. อินเทอร์เน็ตเพื่อการสืบค้น

การวัดและประเมินผล

1. สังเกตพฤติกรรมใฝ่รู้ และการทำงานร่วมกัน

2. ตรวจแบบฝึกหัด

* ทดสอบย่อยครั้งที่ 1 (10 คะแนน เกณฑ์ผ่าน 6 คะแนน)

หน่วยที่ 2

การทดสอบสมมติฐานของกลุ่มตัวอย่างหนึ่งกลุ่ม

ในกรณีที่มียกตัวอย่างเพียงกลุ่มเดียว การทดสอบสมมติฐานมักจะอยู่ในรูปของความแตกต่างไปจากประชากรดั้งเดิมของกลุ่มตัวอย่างนั้น หรือรูปแบบของการกระจายของกลุ่มตัวอย่างเป็นไปตามทฤษฎีหรือไม่ ซึ่งการทดสอบนี้เรียกว่า การทดสอบความเป็นไปตามทฤษฎี (Goodness of Fit) โดยทดสอบคุณสมบัติบางประการของกลุ่มตัวอย่างว่าเหมือนกับประชากรหรือไม่ เช่น การทดสอบว่ากลุ่มตัวอย่างแตกต่างไปจากประชากรไหม การแจกแจงความถี่ที่ได้จากกลุ่มตัวอย่างแตกต่างไปจากการแจกแจงประชากรหรือทฤษฎีที่เราคาดไว้เพียงใด

ในสถิติแบบพารามิเตอร์นั้น กรณีที่มีกลุ่มตัวอย่างเพียงกลุ่มเดียว มักจะใช้ t-test ทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างกับค่าเฉลี่ยของประชากร โดยข้อมูลจะต้องอยู่ในมาตรระดับที่ 3 มาตรอันดับ (Interval) และมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ อย่างไรก็ตาม มีข้อมูลหลายลักษณะที่ไม่สามารถจะทดสอบโดยใช้ t-test ได้ มีวิธีการทดสอบทางนอนพารามิเตอร์หลายวิธีที่จะใช้ทดสอบสมมติฐานได้ เช่น การทดสอบไบโนเมียล (Binomial Test) การทดสอบไคสแควร์ (χ^2 Test) การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สเมียร์นอฟ (Kolmogorov-Smirnov Test) เป็นต้น

2.1 การทดสอบแบบไบโนเมียล (Binomial Test)

ในประชากรที่ประกอบด้วย 2 พวกหรือ 2 ประเภทเท่านั้น เช่น ชาย-หญิง, ด้านหน้า-ด้านหลัง, หัว-ก้อย, อ่านหนังสือออก-อ่านหนังสือไม่ออก สำเร็จ-ล้มเหลว เป็นต้น สมาชิกในประชากรนั้นมีโอกาสที่จะเป็นอย่างใดอย่างหนึ่งใน 2 อย่างเท่านั้น ซึ่งเป็นลักษณะของการจัดประเภทออกเพียง 2 ประเภทจากกันโดยเด็ดขาด (Two Discrete Classification)

นั่นคือ โอกาสที่สมาชิกในประชากรจะอยู่ในกลุ่มหนึ่งหรืออยู่กลุ่มที่ 2 ย่อมเท่ากับ p และ $1 - p$ เท่านั้น หรือ p, q โดย $q = 1 - p$

การหาความหมายหรือค่าที่ควรจะเป็นไปตามทฤษฎี ใช้การคำนวณหาโอกาสที่จะเกิดขึ้น (Probability)

$$P(X) = \binom{N}{X} p^X q^{N-X}$$

เมื่อ $P(X)$ = โอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์อย่างหนึ่ง (ในที่นี้คือ หัวหรือก้อย, ชายหรือหญิง) จำนวน X ครั้งใน N ครั้ง

$$P = Q = \frac{1}{2} \quad \text{และ} \quad \binom{N}{X} = \frac{N!}{X!(N-X)!}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad P(X) = \frac{N!}{X!(N-X)!} p^X \cdot q^{N-X}$$

พิจารณาตัวอย่างการใช้การทดสอบแบบไบนอมียล ดังนี้ จิตแพทย์ต้องการจะตรวจสอบว่าวิธีการรักษาโรคทางจิตอย่างหนึ่ง น่าจะให้ผลเหมือนกันไม่ว่าคนไข้จะเป็นเพศชายหรือหญิง ในกรณีนี้กำหนดว่าผู้ป่วยโรคจิตประมาณครึ่งหนึ่งเป็นชาย และอีกครึ่งหนึ่งเป็นหญิง (อันเนื่องมาจากเราประมาณว่ามนุษย์ในโลกนี้มีชายและหญิงจำนวนเท่า ๆ กัน นั่นคือ มีชายครึ่งหนึ่งและหญิงครึ่งหนึ่ง) ในการให้การรักษาเท่าที่ผ่านมาจิตแพทย์ผู้นี้ได้ให้การรักษาแก่คนไข้ทั้งชายและหญิงจำนวน เท่า ๆ กัน และปรากฏว่าคนไข้เพียง 10 คนเท่านั้นที่หายจากโรคทางจิตประเภทนี้ ใน 10 คนนี้ ปรากฏว่า 9 คนเป็นชาย และอีกหนึ่งคนเป็นหญิง ปัญหาก็คือ จากข้อมูลนี้หมายความว่า การรักษานี้เหมาะกับคนไข้เพศชายมากกว่าหญิงหรือไม่ หรือพูดในแง่ของสถิติว่า ถ้าการรักษาเหมาะกับทั้งสองเพศเท่า ๆ กันแล้ว โอกาสที่สัดส่วนของการหายจากโรคจะเป็น 9 : 1 นั้น มีค่าเท่าไร ถ้าโอกาสต่ำมาก เช่น น้อยกว่าร้อยละ 5 ก็สรุปว่า เพศชายเหมาะกับการรักษาแบบนี้มากกว่าเพศหญิง

ในการทดสอบสมมติฐาน ซึ่งจะต้องเริ่มต้นจากการตั้งสมมติฐาน ซึ่งกล่าวว่า ไม่มีความแตกต่างระหว่างผลการรักษาให้แก่คนไข้ชายและหญิง นั่นคือ สัดส่วนควรจะเป็น 5 : 5 หลักการจากนั้นก็คำนวณหาโอกาสที่จะเกิดขึ้น ซึ่งในการทดลองค่าสัดส่วนที่ได้จะเปลี่ยนแปลงไป เช่น อาจเป็น 6 : 4 , 4 : 6 หรือ 7 : 3 ก็ได้ ซึ่งถือว่าเป็นความแตกต่างกันโดยบังเอิญ แต่อย่างไรก็ตาม ถ้าค่ายังห่าง 5 : 5 ออกไปเท่าไร โอกาสที่จะเกิดขึ้นยิ่งน้อยลงเท่านั้น นั่นคือ ถ้าค่าสัดส่วนตกลงไปถึงขีดหนึ่งและโอกาสที่จะเกิดขึ้นโดยบังเอิญยิ่งต่ำลง จนกล่าวได้ว่า เป็นไปไม่ได้ที่สัดส่วนนี้จะมีค่าเท่ากัน (หรือเท่ากับสมมติฐาน) ที่จุดนี้เราก็จะไม่รับ H_0

ในกรณีนี้ก็เช่นเดียวกับการโยนเหรียญ 20 ครั้ง เราย่อมจะคาดว่าถ้าเหรียญนั้นเป็นเหรียญธรรมดาและโยนอย่างยุติธรรมแล้ว โอกาสที่เหรียญจะขึ้นหัวหรือก้อยย่อมเท่ากัน คือเท่ากับ 10 ครั้ง แต่ถึงแม้จะเป็นหัว 11 ก้อย 9 หรือหัว 8 ก้อย 12 เราก็ยังไม่แปลกใจ แต่ถ้าเป็นหัว 20 ครั้ง ไม่ขึ้นก้อยเลยหรือก้อย 20 ครั้งไม่ขึ้นหัวเลย ก็ย่อมเป็นที่น่าสงสัยเสียแล้ว แต่อย่างไรก็ตามเหตุการณ์ที่จะขึ้นหัวตลอด 20 ครั้ง ก็ยังมีโอกาสที่จะเป็นไปได้อยู่ แต่น้อยมาก จากการแจกแจงแบบไบนอมียลจะบอกได้ว่า โอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์เหล่านี้มีค่าเท่าไร โดยใช้ปาสคาลไทรแองเกิล (Pascal Triangle) ดังรูปภาพที่ 2.1 จากรูปที่สามารถจะหาโอกาสที่จะเกิดขึ้นในการทดลอง ชุดละ 1 ถึง 11 ครั้งว่า ในการเกิดเหตุการณ์หนึ่ง เช่น เกิดหัว 1, 2, 3, ... , 11 ครั้ง ในการทดลองทั้งชุดนั้นจะเป็นเท่าไร

(จำนวนครั้งใน 1 ชุด)

1						1						1									
2						1		1				2									
3					1		2		1			4									
4				1		3		3		1		8									
5			1		4		6		4		1	16									
6			1		5		10		10		5	32									
7			1		6		15		20		15	64									
8			1		7		21		35		35	21	7	1	128						
9			1		8		28		56		70		56		28	8	1	256			
10			1		9		36		48		126		126		84		36	9	1	512	
11			1		10		45		120		210		252		210		120	45	10	1	1024

รูปภาพที่ 2.1 ปาสคาลไทรเองเกิล 11 ระดับ

(N = จำนวนวิธีหรือครั้งที่จะเป็นไปได้ทั้งหมดของแต่ละระดับ)

สำหรับตัวอย่างในกรณีคนไข้ 10 คน ที่รักษาหายนั้น ถ้าแทนด้วย N จะเห็นว่ามีลักษณะที่เป็นไปได้ $N + 1$ ลักษณะ กล่าวคือ

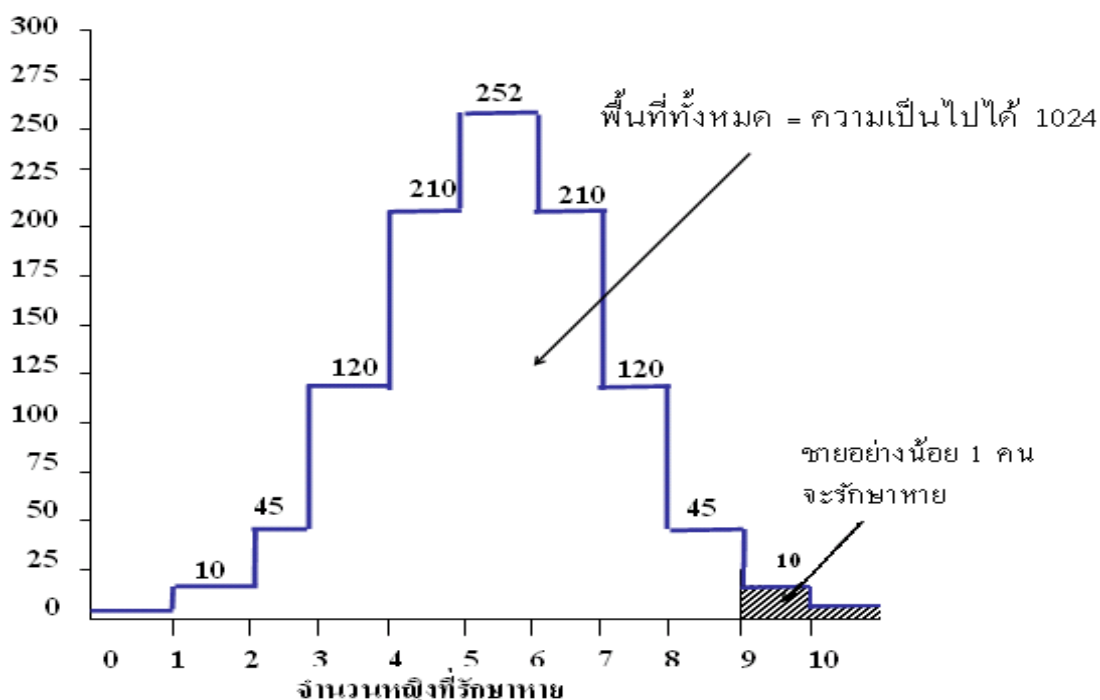
ชาย	0	คน	หญิง	10	คน	รักษาหาย
”	1	”	”	9	”	”
”	2	”	”	8	”	”
”	3	”	”	7	”	”
”	4	”	”	6	”	”
”	5	”	”	5	”	”
”	6	”	”	4	”	”
”	7	”	”	3	”	”
”	8	”	”	2	”	”
”	9	”	”	1	”	”
”	10	”	”	0	”	”

ถ้าสมมติว่าทั้งสอง 2 เพศ มีโอกาสรักษาหายได้เท่ากัน เราจะพิจารณาว่าโอกาสที่จะเป็นไปได้จากปาสคาลไทรแองเกิล จากรูปภาพที่ 2.1 แถวล่างสุด ซึ่งมีลักษณะที่จะเป็นไปได้ $N + 1 = 11$ ลักษณะ ในที่นี้มีเพียง 1 กรณีเท่านั้นที่ชายจะรักษาไม่หายเลย โดยหญิงรักษาหายทั้ง 10 คน และมี 10 กรณีที่ชายคนหนึ่งรักษาหาย มี 45 กรณีที่ชาย 2 คนจะรักษาหาย โดยมีกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดเท่ากับ 1,024

จำนวนชาย ที่รักษาหาย	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
จำนวนครั้งที่ จะเกิดขึ้น	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1

ดังนั้น ถ้าจะหาโอกาสที่จะเป็นไปได้ในการที่ชายจะรักษาไม่หายเลยก็มีค่าเท่ากับ $\frac{1}{1,024}$,
 ชาย 1 คนรักษาหาย $= \frac{10}{1,024}$ เป็นต้น หรือถ้าจะคำนวณหาว่าในจำนวน 10 คนที่รักษาหายนั้น โอกาสที่อย่างน้อยชาย 1 คนจะรักษาหาย ก็จะเท่ากับโอกาสที่ชาย 1 คนรักษาหาย รวมกับโอกาสที่ชายจะรักษาไม่หายเลย $= \frac{1}{1,024} + \frac{10}{1,024} = \frac{11}{1,024} = 0.0107$ นั่นคือ ในกรณีนี้ถ้าตั้งระดับความเชื่อมั่น $= 0.05$ เราก็จะไม่รับ H_0 ที่ว่าชายหญิงมีโอกาสรักษาหายเท่ากัน ถ้ากลุ่มตัวอย่างมีเพียงชาย 1 คนรักษาหาย โดยโอกาสที่เกิดขึ้นมีเพียง 0.0107 ซึ่งน้อยกว่าระดับความเชื่อมั่น 0.05

พิจารณา รูปภาพที่ 2.2 จะเห็นความสัมพันธ์ระหว่างโอกาสที่เหตุการณ์นั้น ๆ จะเกิดขึ้น ในลักษณะต่าง ๆ กัน และสามารถจะหาค่าโอกาสที่จะเป็นไปได้ที่ชายจะรักษาหายเพียง 1 คน หรือหญิงอย่างน้อย 9 คน รักษาหาย ในกรณีที่ $N = 10$ และ H_0 เป็นจริง มีค่าเท่ากับ $\frac{11}{1,024} = 0.0107$



รูปภาพที่ 2.2 แสดงการแจกแจงแบบไบโนเมียลในกรณีที่ $N = 10$

จากตัวอย่างที่กล่าวมาแล้วเป็นตัวอย่างที่ค่า $p = q = \frac{1}{2}$ ซึ่งถ้ามีจำนวนกลุ่มตัวอย่างมากขึ้น การใช้ปาสคาลไทรแองเกิลจะซับซ้อนและไม่สะดวก จึงมีผู้คิดตารางสำเร็จในการอ่านค่าโอกาสที่จะเกิดขึ้นแล้วนำมาเทียบกับระดับนัยสำคัญที่ตั้งไว้ ในกรณีที่ $N \leq 25$ ใช้ตาราง D ในภาคผนวก ค่าในตารางจะเป็นค่าโอกาส (Probability) และเป็นการทดสอบแบบทางเดียว (One-Tailed) ซึ่งถ้าเป็นการทดสอบสองทาง (Two-Tailed) ก็เอา 2 คูณกับค่าในตารางนั้น

ในกรณีที่ $p \neq q \neq \frac{1}{2}$ จะต้องคำนวณหาโอกาสที่จะเกิดขึ้น ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2.1 ในชั้นหนึ่งมีนักเรียน 20 คน เป็นชาย 15 คน หญิง 5 คน ครูประจำชั้นได้ขออาสาสมัครช่วยงานอย่างหนึ่ง จำนวน 4 คน ในวันหยุด ปรากฏว่ามีนักเรียนหญิง 3 คน และชาย 1 คน มาช่วยงานนั้น ครูอยากตรวจสอบดูว่า ระหว่างเด็กหญิงกับเด็กชาย มีน้ำใจช่วยเหลือครูเท่าๆ กันหรือไม่ โดยกำหนดว่าความมีน้ำใจอาจแทนได้โดยการอาสาสมัครช่วยครูในครั้งนี้

วิธีทำ H_0 : นักเรียนชายและหญิงมีน้ำใจช่วยเหลือครูเท่ากัน

H_1 : นักเรียนหญิงมีน้ำใจช่วยเหลือครูมากกว่านักเรียนชาย

$\alpha = 0.05$ (One-Tailed Test)

ในที่นี้จำนวนนักเรียนทั้งหมด = 20 คน

$$\text{โอกาสที่นักเรียนชายจะอาสา} = p = \frac{15}{20}$$

$$\text{โอกาสที่นักเรียนหญิงจะอาสา} = q = \frac{5}{20}$$

$$\text{โอกาสที่จะเกิดตามที่คาดหมาย} = P(x) = \frac{N!}{x!(N-x)!} p^x \cdot q^{N-x}$$

ในที่นี้ เด็กหญิงมาอาสา 3 คน เด็กชาย 1 คน

$$\therefore N = 4, X = 1$$

$$\begin{aligned} P_{(1)} &= \frac{4!}{1!3!} \left(\frac{15}{20}\right) \left(\frac{5}{20}\right)^3 \\ &= 4 \times \frac{15}{20} \times \left(\frac{5}{20}\right)^3 = 0.0469 \end{aligned}$$

ซึ่งมีโอกาสน้อยกว่า 0.05

แต่ถ้าจะพิจารณาโอกาสที่เด็กชาย 1 คน หรือน้อยกว่าอาสาจะเป็นเท่าไร ก็ต้องรวมค่าโอกาส $P_{(1)}$ และ $P_{(0)}$ เข้าไปด้วย โดย

$$\text{โอกาสที่เด็กชายอย่างน้อย 1 คน มาอาสา} = P_{(1)} + P_{(0)}$$

ค่าที่คำนวณได้มากกว่า 0.05 ดังนั้น ครูไม่สามารถจะลบล้าง H_0 ได้ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 แต่ถ้าตั้งระดับนัยสำคัญที่ 0.01 ก็จะลบล้าง H_0 ที่ว่าชายและหญิงอาสาสมัครเท่าเทียมกัน

การทดสอบแบบไบนอมิเยลใช้ได้ดีในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีจำนวนน้อย ๆ ซึ่งสามารถใช้แทนการทดสอบแบบไคสแควร์ได้ดีในกรณีที่ค่าคาดหวังมีค่าน้อย ๆ เช่น ในกรณีที่มีย่อยตัวอย่าง $N = 8$ และแบ่งเป็น 2 กลุ่ม ชาย-หญิง ค่าคาดหวัง (E_i) ในการทดสอบแบบไคสแควร์จะเป็นเพียง 4-4 ซึ่งจะใช้ไคสแควร์ทดสอบไม่ได้ แต่จุดอ่อนของการทดสอบแบบไบนอมิเยลก็คือ เมื่อกลุ่มตัวอย่างมีจำนวนมากขึ้น การคำนวณค่าแฟคทอเรียล (Factorial) จะทำได้ลำบาก จึงมักจะใช้วิธีอื่น เช่น ไคสแควร์

กรณีกลุ่มตัวอย่างมีจำนวนมาก

ตารางที่ 3 ในภาคผนวกนั้น จะใช้ไม่ได้เมื่อกลุ่มตัวอย่างมีจำนวนมากกว่า 25 ในกรณีนี้เมื่อกลุ่มตัวอย่างเพิ่มมากขึ้น ๆ การแจกแจงของไบนอมิเยลจะมีแนวโน้มที่จะเป็นการแจกแจงปกติ แนวโน้มนี้จะเกิดง่ายเข้า (หรือเกิดได้เร็วกว่า) ในกรณีที่ P มีค่าเท่ากับหรือใกล้กับ $\frac{1}{2}$ และถ้า P ยิ่งห่าง $\frac{1}{2}$ มาก ๆ จะเกิดการแจกแจงปกติช้าลง (หมายถึงว่า กลุ่มตัวอย่างต้องมีจำนวนมากจริง ๆ จึงมีการแจกแจงปกติ)

อย่างไรก็ตาม ถ้า N มากกว่า 25 จะประมาณว่าการแจกแจงเป็นปกติ โดยมีค่าเฉลี่ย = NP และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = $\sqrt{NPQ}$ และใช้ Z -test ดังนี้

$$Z = \frac{X - \mu_x}{\sigma_x}$$

$$= \frac{X - NP}{\sqrt{NPQ}}$$

โดย Z จะมีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1

ในการใช้ค่าโดยประมาณหรือค่าใกล้เคียงนี้ เพื่อไม่ให้เกิดข้อบกพร่องมาก ควรจะมีการปรับแก้เนื่องจากการแจกแจงปกติใช้กับตัวแปรที่ต่อเนื่อง (Continuous Variable) แต่การแจกแจงแบบไบนอมิเยลใช้กับตัวแปรที่ไม่ต่อเนื่อง (Discrete Variable) การปรับแก้นี้เรียกว่า “Correct for Continuity” โดยเอา 0.5 ไปบวกหรือลบออกจากค่า X (ถ้า X น้อยกว่า μ_x หรือ NP จะเอา 0.5 ไปบวก X ถ้า μ_x มากกว่าจะเอาไป 0.5 ไปลบ) ดังนั้น สูตรการคำนวณก็จะเป็น

$$Z = \frac{(X \pm 0.5) - NP}{\sqrt{NPQ}}$$

การทดสอบค่านัยสำคัญทางสถิติ กระทำได้โดยนำค่า Z ที่ได้ ไปเทียบกับตารางในภาคผนวก ซึ่งตารางนี้จะให้ค่าความเป็นไปได้ในการทดสอบทางเดียว (One Tailed) ซึ่งถ้าจะทดสอบสองทาง (Two Tailed) ก็เพียงแค่เอา 2 คูณค่าความน่าจะเป็นไปได้ที่อ่านได้จากตาราง A นั้น

เพื่อแสดงให้เห็นว่า การใช้ค่าประมาณจากการแจกแจงปกติจะมีความถูกต้องและใกล้เคียงมาก ขอให้พิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2.2 ในการทดลองทางจิตวิทยาเกี่ยวกับความเก็บกด ผู้ทดลองได้ทดลองกับนักศึกษา 18 คน แบ่งนักศึกษออกเป็น 2 กลุ่ม เท่า ๆ กัน โดยวิธีสุ่ม แล้วสอนวิธีการผูกปม 2 วิธี กลุ่มหนึ่ง สอนให้ผูกปม ก. ก่อน ข. และกลุ่มที่สองสอนให้ผูกปม ข. ก่อน ก. สถานการณ์ภายใต้สภาวะเก็บกดของจิตใจที่ใช้ คือ เวลาหลังเที่ยงคืน หลังจากที่นักศึกษาเหล่านี้สอบปลายภาคเป็นเวลา 4 ชั่วโมงมาแล้ว ให้นักศึกษาผูกปมให้ดู โดยผู้ทดลองคาดว่าสิ่งที่เรียนครั้งแรกมักจะฝังใจมากกว่า นั่นคือ นักศึกษาน่าจะผูกปมที่เรียนครั้งแรก

ผลของการทดลองปรากฏ ดังนี้

นักศึกษาผูกปมที่เรียนครั้งแรก 16 คน

นักศึกษาผูกปมที่เรียนครั้งหลัง 2 คน

วิธีทำ การดำเนินการทดสอบสมมติฐาน ดังนี้

$$1) H_0 : P_1 = P_2 = \frac{1}{2}$$

นักศึกษาอาจจะผูกปมที่เรียนครั้งแรก หรือครั้งหลังอย่างไม่แตกต่างกัน คือ จำนวนผู้ผูกปมที่เรียนครั้งแรกจะไม่แตกต่างกับจำนวนผู้ผูกปมที่เรียนครั้งหลัง

$$H_1 : P_1 > P_2$$

เนื่องจาก คาดว่าบทเรียนที่เรียนครั้งแรกน่าจะฝังใจมากกว่า

- 2) การทดสอบสมมติฐาน ใช้การทดสอบแบบไบนอมิเยล
- 3) ระดับนัยสำคัญ = 0.01 และ $N = 18$
- 4) การแจกแจงของกลุ่มตัวอย่าง

มีการแจกแจงเป็นไบนอมิเยล ในที่นี้จำนวนกลุ่มตัวอย่างน้อยกว่า 25 และ $P = Q = \frac{1}{2}$

ใช้อ่านโอกาสที่จะเกิดขึ้นจากตาราง 3 ในภาคผนวก โดยใช้ค่า X ที่น้อยกว่า

5) ใช้การทดสอบทางเดียว ดังนั้นบริเวณวิกฤต คือ ค่าความน่าจะเป็นไปได้ที่ให้ค่าน้อยกว่าระดับนัยสำคัญ

6) การตัดสินใจ

ในกรณีที่ X = จำนวนผู้ผูกปมตามวิธีที่เรียนครั้งหลังเท่ากับ 2 คน

N = จำนวนนักศึกษาทั้งหมดเท่ากับ 18 คน

จากตาราง 3 จะได้ค่าโอกาสที่จะเกิดขึ้น = 0.001 ซึ่งน้อยกว่า α

ดังนั้น จะรับ H_1 ว่า ภายใต้อาการกดดันของจิตใจ นักศึกษาจะใช้วิธีที่เรียนก่อนในการแก้ปัญหาเฉพาะหน้า

จากตัวอย่างนี้ ถ้าลองใช้ค่าประมาณโดยอิงการแจกแจงปกติ เพื่อตรวจสอบความใกล้เคียงของการประมาณก็จะได้ผลเช่นเดียวกับการทดสอบข้างต้น ดังนี้

$$\begin{aligned} Z &= \frac{(X \pm 0.5) - NP}{\sqrt{NPQ}} \\ &= \frac{(2 \pm 0.5) - (18)(0.5)}{\sqrt{(18)(0.5)(0.5)}} \\ &= -3.07 \end{aligned}$$

นำค่า Z ไปอ่านค่าความเป็นไปได้จากตาราง 1 ในภาคผนวก จะได้ค่าโอกาสที่จะเกิดขึ้นเท่ากับ 0.0011 ซึ่งเท่ากับค่าที่หาได้จากการคำนวณหาค่าจริงโดยไม่ใช้การประมาณ

ตัวอย่างที่ 2.3 นักยิงปืนคว่ายิงเข้าเป้า 80 % ในการแข่งขัน เขายิง 12 นัด ถูกเป้า 9 นัด จงหาสมมติฐานว่านักยิงปืนผู้นี้ยิงปืนถูกเป้าหมายน้อยกว่าที่ควรไว้หรือไม่

วิธีทำ จากโจทย์เป็นการแจกแจงทวินาม $N = 12$ ซึ่งน้อยกว่า 25 ถือเป็นกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก ต้องใช้สูตรทดสอบทวินาม ตาม (2)

1) ตั้งสมมติฐาน $H_0 : p = 0.8$

$$H_1 : p < 0.8$$

2) กำหนดระดับความมีนัยสำคัญ ให้ $\alpha = 0.05$

3) เขตวิกฤต $p < 0.05$

4) ความน่าจะเป็นจากตาราง เมื่อ $n = 12, X = 8, p = 0.8$

$$P(x \leq k) = \sum_{x=0}^k b(x; n, p)$$

$$P(x \leq 8) = \sum_{x=0}^8 b(x; 12, 0.8)$$

$$= 0.0000 + 0.0000 + 0.0000 + 0.0001 + 0.0005 + 0.0033 + 0.0155 + 0.0532 + 0.1329$$

$$= 0.2055$$

5) สรุปผล เนื่องจากค่าความน่าจะเป็นที่คำนวณได้มากกว่าค่า α ที่กำหนดไว้ คือ 0.05 จึงยอมรับ H_0 แสดงว่า นักยิงปืนคนนี้ ยังสามารถยิงปืนถูกเป้า 80% ตามที่เคยคุยไว้ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ตัวอย่างที่ 2.4 ผลสอบนักเรียนสุ่มมา 25 คน พบว่า ผ่าน 14 คน จงทดสอบว่า ผลการสอบนี้ นักเรียนผ่านเกินกว่า 50% จริงหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

วิธีทำ จากโจทย์ เป็นการแจกแจงทวินาม $n = 25$ ยังคงถือว่าเป็นกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก

และตั้ง $H_0 : p = 0.5$ ใช้สูตรทดสอบทวินาม แล้วเปิดตารางหาค่าความน่าจะเป็นแบบสะสมได้

1) ตั้งสมมติฐาน $H_0 : p = 0.5$

$$H_1 : p > 0.5$$

2) กำหนดระดับความมีนัยสำคัญ ให้ $\alpha = 0.01$

3) เขตวิกฤต $p < 0.01$

4) ความน่าจะเป็นจากตาราง เมื่อ $n = 25, k = 11$ ได้ค่าความน่าจะเป็นเท่ากับ 0.345

5) สรุป เนื่องจากค่าความน่าจะเป็นที่คำนวณได้มากกว่าค่า α ที่กำหนดไว้ คือ 0.01 จึงยอมรับ H_0 แสดงว่า ผลสอบผ่านเกณฑ์เกินกว่า 50% นั้นไม่จริง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

ตัวอย่างที่ 2.5 พรรคการเมืองเชื่อว่าเขตตนมีเสียงสนับสนุนไม่น้อยกว่า 60% เพื่อตรวจสอบจึงสุ่มผู้มีสิทธิออกเสียงมา 200 คน พบว่า มีเสียงสนับสนุน 110 คน จงทดสอบสมมติฐานโดยใช้ระดับนัยสำคัญ 0.01 ว่าพรรคการเมืองเชื่อถูกต้องหรือไม่

วิธีทำ จากโจทย์เป็นการแจกแจงทวินาม $n = 200$ ซึ่งมากกว่า 25 ถือเป็นกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ ต้องใช้การทดสอบ Z

1) ตั้งสมมติฐาน $H_0 : p = 0.6$

$$H_1 : p < 0.6$$

2) กำหนดระดับความมีนัยสำคัญ $\alpha = .01$

3) (จากตาราง) เขตวิกฤต คือ $Z < -2.33$

4) คำนวณค่าสถิติ

จากสูตร $Z = \frac{(x \pm 0.5) - np}{\sqrt{npq}}$ ในที่นี้ $X < np$ จึงใช้สูตร

$$Z = \frac{(x + 0.5) - np}{\sqrt{npq}}$$

แทนค่า $Z = \frac{(110 + 0.5) - 200(0.6)}{\sqrt{200(0.6)(0.4)}}$

$$Z = \frac{110.5 - 120}{6.9282032}$$

$$Z = \frac{-9.5}{6.9282032} = -1.3712$$

5) สรุป เนื่องจากค่าสถิติที่คำนวณได้ตกอยู่นอกเขตวิกฤต จึงยอมรับ H_0 แสดงว่าพรรคการเมืองมีเสียงสนับสนุนไม่น้อยกว่า 60% ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 นั่นคือ ความเชื่อของพรรคการเมืองถูกต้อง

2.2 การทดสอบไคสแควร์ (Chi-Square Test)

ในการวิจัยทางสังคมศาสตร์ข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์โดยส่วนใหญ่มักเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ คือ ข้อมูลที่มีมาตรวัดเป็นนามบัญญัติหรือเรียงอันดับ เช่น เพศ ระดับการศึกษา สถานภาพความชอบ ดังนั้นจึงนำมาใช้กับสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ (Non-Parametric Statistics) โดยการแปลงข้อมูลเชิงคุณภาพให้เป็นตัวเลข

ลักษณะข้อมูลที่ใช้การทดสอบไคสแควร์

1) ข้อมูลมีการแจกแจงทางเดียว (One Way Classification)

หมายถึง ข้อมูลจะมาจากตัวแปรเพียง 1 ตัว เช่น เพศ แบ่งเป็น เพศชาย เพศหญิง คุณภาพสินค้าแบ่งเป็น สินค้าดี ปานกลาง ต่ำ

ไคสแควร์ที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูลที่มีการแจกแจงทางเดียว เรียกว่า “Goodness of Fit Test”

เพศ	จำนวน (คน)
ชาย	30
หญิง	20
รวม	50

2) ข้อมูลมีการแจกแจงสองทาง (Two Way Classification)

หมายถึง ข้อมูลจะมาจากตัวแปรสองตัว ประกอบด้วยตัวแปรอิสระ 1 ตัว และตัวแปรตาม 1 ตัว โดยตัวแปรอิสระและตัวแปรตามแบ่งเป็นกลุ่มได้

เพศ	นิสัยการสูบบุหรี่			รวม
	ไม่สูบบุหรี่	สูบบุหรี่ปานกลาง	สูบบุหรี่มาก	
ชาย	30	50	30	110
หญิง	50	30	10	90
รวม	80	80	40	200

การทดสอบความเป็นอิสระของสองตัวแปร (Test of Independence) เป็นการทดสอบว่าตัวแปรสองตัวมีความเป็นอิสระหรือมีความสัมพันธ์กันหรือไม่ โดยตัวแปรที่สนใจสามารถแบ่งได้หลายระดับ (ข้อมูลมีการแจกแจงสองทาง)

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

$$\text{หรือ } \chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{O_{ij}^2}{E_{ij}} - n$$

ตัวอย่าง 2.6 จากการสอบถามนักศึกษา จำนวน 200 คน พบว่า นักศึกษามีนิสัยเกี่ยวกับการสูบบุหรี่ ดังนี้

นักศึกษา	นิสัยการสูบบุหรี่ (จำนวนคน)			รวม
	ไม่สูบบุหรี่	สูบบุหรี่ปานกลาง	สูบบุหรี่มาก	
ชาย	30 (44)	50 (44)	30 (22)	110
หญิง	50 (36)	30 (36)	10 (18)	90
รวม	80	80	40	200

จงทำการทดสอบว่านิสัยการสูบบุหรี่ของนักศึกษามีความสัมพันธ์กับเพศหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 5%

วิธีทำ

ขั้นตอนการทดสอบสมมติฐานมี 5 ขั้นตอน ดังนี้

(1) ตั้งสมมติฐาน

H_0 : นิสัยการสูบบุหรี่ของนักศึกษาไม่มีความสัมพันธ์กับเพศ

H_1 : นิสัยการสูบบุหรี่ของนักศึกษามีความสัมพันธ์กับเพศ

(2) กำหนดระดับนัยสำคัญ

$$\alpha = 0.05, \quad \chi^2_{(0.05, (2-1)(3-1))} = 5.991$$

(3) กำหนดอาณาเขตวิกฤต

$$\chi^2 > 5.991$$

(4) สถิติทดสอบ

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{O_{ij}^2}{E_{ij}} - n$$

$$\therefore \chi^2 = \frac{30^2}{44} + \frac{50^2}{44} + \frac{30^2}{22} + \frac{50^2}{36} + \frac{30^2}{36} + \frac{10^2}{18} - 200$$

$$\chi^2 = 218.1818 - 200$$

$$= 18.1818$$

(5) สรุปผล $18.1818 > 5.9991$

ตกในอาณาเขตวิกฤต ดังนั้น ปฏิเสธ H_0

แสดงว่า นิสัยการสูบบุหรี่ของนักศึกษามีความสัมพันธ์กับเพศ ที่ $\alpha = 0.05$

3) การทดสอบภาวะสสารูปสนิทธิ (Goodness of Fit Test)

เป็นการทดสอบเมื่อตัวแปรที่สนใจมีตัวเดียว และตัวแปรนั้นสามารถแบ่งได้หลายกลุ่มหรือหลายระดับ (ข้อมูลมีการแจกแจงทางเดียว)

ต้องการทดสอบว่า ความถี่ที่สังเกตได้ในข้อมูลแต่ละกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกับความถี่ที่คาดหวังไว้หรือไม่

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

หรือ $\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{O_i^2}{E_i} - n$

2.3 การทดสอบแบบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ (Kolmogorov-Smirnov Test)

ในการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้วิธีการทางสถิติ ข้อตกลงเบื้องต้น (Assumption) ที่สำคัญตั้งอยู่บนลักษณะการแจกแจงของประชากรว่าเป็นแบบใดแบบหนึ่ง โดยเฉพาะการเลือกใช้สถิติอนุมานแบบมีพารามิเตอร์ จำเป็นต้องตรวจสอบลักษณะการแจกแจงของข้อมูลก่อนว่าเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นที่การแจกแจงของประชากรเป็นปกติหรือไม่ การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟสำหรับตัวอย่างหนึ่งกลุ่ม (Kolmogorov-Smirnov One-Sample Test) เป็นการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบข้อมูลที่ได้จากตัวอย่างว่า มีลักษณะของการแจกแจงเป็นไปตามทฤษฎีหรือไม่ หรือทดสอบว่ารูปลักษณะของการแจกแจงตามตัวอย่าง โดยใช้ความถี่สะสมของกลุ่มตัวอย่างที่แบ่งเป็นช่วง ๆ ว่าต่างไปจากทฤษฎีหรือประชากรเพียงใด

การทดสอบนี้จะใช้ความถี่สะสม (F หรือ cf) ของการแจกแจงที่เกิดขึ้นตามทฤษฎี แล้วนำมาเปรียบเทียบกับความถี่สะสมของการแจกแจงที่เกิดจากการสังเกต ภายใต้สมมติฐานหลัก H_0 ที่ว่าการแจกแจงตามทฤษฎี และการแจกแจงที่เกิดจากการสังเกตไม่แตกต่างกัน ซึ่งหมายถึงตัวอย่างที่ได้จากการสังเกตมีการสุ่มตามทฤษฎีการแจกแจง ดังนั้นข้อมูลที่ใช้จึงต้องมีระดับการวัดของตัวแปรตั้งแต่มาตราเรียงอันดับ (Ordinal Scale) ขึ้นไป

การทดสอบแบบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟสำหรับตัวอย่างกลุ่มเดียว เป็นการทดสอบภาวะสารูปสนิทธิ (Goodness of Fit) อีกแบบหนึ่งคล้ายกับการทดสอบไคสแควร์ แต่ใช้ความถี่สะสมแทนความถี่ปกติ (F) โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อตรวจสอบดูว่า การแจกแจงที่สังเกตได้ต่างกับการแจกแจงตามทฤษฎีหรือตามที่คาดไว้ในสมมติฐานหรือไม่ หรือเพื่อทดสอบว่าความถี่ที่สังเกตได้เป็นไปตามความถี่ที่คาดหวังไว้หรือไม่ เหมือนกับการทดสอบไคสแควร์นั่นเอง

1) ข้อตกลงเบื้องต้นและสมมติฐาน

การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟสำหรับตัวอย่างกลุ่มเดียว มีข้อตกลงเบื้องต้นและการตั้งสมมติฐานเหมือนกับการทดสอบไคสแควร์

2) สูตรที่ใช้ในการทดสอบ

$$\text{ใช้สูตร } D_{\max} = |F_0 - F_e|$$

$$\text{เมื่อ } F_0 = \text{ความถี่สะสมของข้อมูลที่สังเกตได้}$$

$$F_e = \text{ความถี่สะสมที่คาดหวัง}$$

$$D_{\max} = \text{ผลต่างของ } F_0 \text{ และ } F_c \text{ ที่มีค่าสูงสุด}$$

หมายเหตุ การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิร์นอฟสำหรับตัวอย่างกลุ่มเดียว มีประสิทธิภาพมากกว่าการทดสอบไคสแควร์ และใช้ได้กับข้อมูลทุกกรณีแม้ว่าความถี่จะมีค่าน้อยกว่า 5 หรือเป็น 0 ก็ตาม

3) การแจกแจงทางสถิติ

การกระจายทางสถิติ เป็นไปตามตารางของการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิร์นอฟ สำหรับกลุ่มตัวอย่างกลุ่มเดียว

4) การตัดสินใจ

ปฏิเสธ H_0 ถ้าค่า D ที่คำนวณได้มากกว่าค่า D จากตาราง

ตัวอย่างที่ 2.7 จากการตอบแบบสอบถามข้อหนึ่งของนักเรียน 10 คน ปรากฏผลต่อไปนี้

	ชอบน้อยที่สุด	ชอบน้อย	ชอบปานกลาง	ชอบมาก	ชอบมากที่สุด
จำนวน	0	1	0	5	4

จงทดสอบว่ามีความแตกต่างระหว่างจำนวนนักเรียนที่เลือกตอบในแต่ละระดับของความ คิดเห็นทั้ง 5 ระดับหรือไม่

วิธีทำ

1) สมมติฐาน

H_0 : ไม่มีความแตกต่างระหว่างจำนวนนักเรียนที่เลือกตอบในแต่ละระดับของ ความคิดเห็น (หรือจำนวนผู้ตอบในแต่ละระดับของความคิดเห็นมีเท่า ๆ กัน)

H_1 : มีความแตกต่างระหว่างจำนวนนักเรียนที่เลือกตอบในแต่ละระดับของความคิดเห็น (หรือจำนวนผู้ตอบในแต่ละระดับของความคิดเห็นมีไม่เท่ากัน)

2) ระดับความมีนัยสำคัญ กำหนดให้ $\alpha = 0.01$

3) ค่าวิกฤต จากตารางค่า D ที่ $\alpha = 0.01$ และ $N = 10$ มีค่า 0.490

4) การทดสอบ

(1) หาความถี่และความถี่สะสมในรูปความถี่สัมพัทธ์ทั้งความถี่ที่สังเกตได้และความถี่ที่คาดหวัง

(2) หาความแตกต่างระหว่างความถี่สะสมที่คาดหวังกับความถี่สะสมที่สังเกตได้ ดังตารางต่อไปนี้

	ระดับของความคิดเห็น				
	ชอบน้อยที่สุด	ชอบน้อย	ชอบปานกลาง	ชอบมาก	ชอบมากที่สุด
จำนวนนักเรียนที่ตอบ	0	1	0	5	4
f_o (ความถี่สัมพัทธ์)	$\frac{0}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{0}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{4}{10}$
f_o (ความถี่สัมพัทธ์)	$\frac{0}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{0}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{10}{10}$
F_e (ความถี่สัมพัทธ์)	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$
F_e (ความถี่สัมพัทธ์)	$\frac{2}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{10}{10}$
$D = F_o - F_e $	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{0}{10}$

จากตาราง $D_{\text{maximum}} = \frac{5}{10} = 0.50$

5) สรุปผล เนื่องจากค่า D ที่คำนวณได้เท่ากับ 0.50 มากกว่าค่า D จากตารางเท่ากับ 0.49 จึงปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1 นั่นคือ จำนวนนักเรียนที่ตอบในแต่ละระดับของความคิดเห็นไม่เท่ากันที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.01

ตัวอย่างที่ 2.8 จากข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการนัดกันหยุดงานที่เริ่มต้นตั้งแต่ปี 1965 ในประเทศอังกฤษ ได้ถูกรวบรวมเพื่อวิเคราะห์และพยากรณ์โดยใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ดังตารางข้างล่างซึ่งแสดงถึงการแจกแจงความถี่สะสมของช่วงเวลาในการนัดกันหยุดงานของคนงาน จำนวน 840 คน

ตารางแสดงข้อมูลการนัดกันหยุดงานของคนงานจำนวน 840 คน ในประเทศอังกฤษ

ช่วงเวลาที่สูงสุด	ความถี่สะสม		ความถี่สะสมสัมพัทธ์		$ F_o - F_e $
	ค่าสังเกต	ค่าพยากรณ์	ค่าสังเกต (F_o)	ค่าพยากรณ์ (F_e)	
1-2	203	212.81	.242	.253	.011
2-3	352	348.26	.419	.415	.004
3-4	452	442.06	.538	.526	.012

ช่วงเวลาที่สูงสุด	ความถี่สะสม		ความถี่สะสมสัมพัทธ์		$ F_o - F_e $
	ค่าสังเกต	ค่าพยากรณ์	ค่าสังเกต (F_o)	ค่าพยากรณ์ (F_e)	
4-5	523	510.45	.623	.608	.015
5-6	572	562.15	.681	.669	.012
6-7	605	602.34	.720	.717	.003
7-8	634	634.27	.755	.755	.000
8-9	660	660.10	.786	.786	.000
9-10	683	681.32	.813	.811	.002
10-11	697	698.97	.830	.832	.002
11-12	709	713.82	.844	.850	.006
12-13	718	726.44	.855	.865	.010
13-14	729	737.26	.868	.878	.010
14-15	744	746.61	.886	.889	.003
15-16	750	754.74	.893	.899	.006
16-17	757	761.86	.901	.907	.006
17-18	763	768.13	.908	.914	.006
18-19	767	773.68	.913	.921	.008
19-20	771	778.62	.918	.927	.009
20-25	788	796.68	.938	.948	.010
25-30	804	807.86	.957	.962	.005
30-35	812	815.25	.967	.971	.004
35-40	820	820.39	.976	.977	.001
40-50	832	826.86	.990	.984	.006
≥ 50	840	840.01	1.000	1.000	.000

วิธีทำ

1) กำหนดสมมติฐานทางสถิติ

H_0 : การแจกแจงของช่วงเวลาการนัดหยุดงานเป็นไปตามตัวแบบทางคณิตศาสตร์

ในการพยากรณ์ หรือไม่มีความแตกต่างระหว่างค่าสังเกตกับค่าพยากรณ์ของ
ช่วงเวลาที่นัดหยุดงาน

H_1 : มีความแตกต่างระหว่างค่าสังเกตกับค่าพยากรณ์ของช่วงเวลาที่นัดหยุดงาน

2) กำหนดระดับนัยสำคัญที่ $\alpha = .05$ และ N เป็นจำนวนคนที่หยุดงานในประเทศ
อังกฤษ ปี 1965 ซึ่งมีจำนวน 840 คน

3) สถิติที่ใช้ในการทดสอบ คือ Kolmogorov-Smirnov One-Sample Test เนื่องจาก
ต้องการเปรียบเทียบการแจกแจงของค่า F (ค่าสังเกตกับค่าพยากรณ์) เพื่อหาค่าวิกฤติของ D

4) ขอบเขตปฏิเสธ เนื่องจากตัวอย่างที่มีขนาดใหญ่ $N = 840$ ดังนั้น จึงคำนวณหาค่า
วิกฤติ D ที่ $\alpha = .05$ จะได้ค่าสังเกตที่ได้จากการแจกแจงตามทฤษฎี

5) การแจกแจงของค่าสถิติ (ค่าวิกฤติ D) จากการเปิดตารางจะได้

$$D = \frac{1.36}{\sqrt{840}} = 0.47$$

6) คำนวณค่าสถิติ

ในการศึกษาความแตกต่างระหว่างการแจกแจงของความถี่สะสมสัมพัทธ์ของค่าสังเกต
 F_o และการแจกแจงของความถี่สะสมสัมพัทธ์ของค่าพยากรณ์ F_e โดยใช้สูตร

$$\begin{aligned} D &= |F_o - F_e| \\ &= |0.623 - 0.608| = 0.015 \end{aligned}$$

เนื่องจากค่า D ที่คำนวณได้เท่ากับ 0.015 ซึ่งมีค่าน้อยกว่าค่า D วิกฤติเท่ากับ 0.47 จึง
ไม่สามารถปฏิเสธ H_0 ได้ สรุปได้ว่า การแจกแจงของช่วงเวลาการนัดหยุดงาน เป็นไปตามตัว
แบบทางคณิตศาสตร์ในการพยากรณ์ข้อมูลตามทฤษฎีที่คาดไว้

อำนาจการทดสอบ

การทดสอบ Kolmogorov-Smirnov One-Sample Test เป็นการทดสอบที่มีอำนาจการ
ทดสอบสูงกว่าการทดสอบไคสแควร์ เนื่องจากการสังเกตหรือเก็บข้อมูลในแต่ละครั้งแยกจากกัน
และข้อมูลที่ศึกษาเป็นข้อมูลต่อเนื่องที่มีระดับการวัดมาตราเรียงอันดับ (Ordinal Scale) ขึ้นไป
ในขณะที่การทดสอบไคสแควร์ ข้อมูลที่ศึกษาเป็นมาตรานามบัญญัติ (Nominal Scale) หรือ ถ้า
เป็นข้อมูลต่อเนื่องจำเป็นต้องจัดช่วงเป็นกลุ่มย่อยเพื่อหาความถี่ อาจทำให้สูญเสียสาระสำคัญของ
ข้อมูลไป และถ้ากลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็กการใช้ไคสแควร์จะไม่เหมาะสมเนื่องจากมีข้อจำกัด
ดังนั้นจึงอาจใช้การทดสอบ Kolmogorov-Smirnov Test ได้ในทุกกรณี เพราะมีอำนาจการ

ทดสอบสูงกว่าวิธีการอื่น ๆ อย่างไรก็ตาม มีความเป็นไปได้ที่การทดสอบจะมีผลเหมือนกัน ถ้าตัวอย่างมีขนาดใหญ่

บทสรุป

ในการทดสอบว่ากลุ่มตัวอย่างมาจากมวลหมู่ประชากรที่มีการแจกแจงตามที่กำหนดให้หรือไม่อาจจะใช้วิธีการทดสอบวิธีใดวิธีหนึ่ง จาก 3 วิธีที่มีอยู่ คือ ไบโนเมียล ไคสแควร์ หรือ โคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ ทั้งนี้จะต้องพิจารณาถึงสิ่งต่าง ๆ ต่อไปนี้คือ

1. จำนวนระดับหรือกลุ่ม (Category) ของบุคคลที่จัดได้
2. ข้อมูลอยู่ในมาตราวัดใด เช่น มาตรานามบัญญัติ หรือมาตราเรียงอันดับ
3. ขนาดหรือจำนวนของกลุ่มตัวอย่าง
4. ความสามารถหรือกำลัง (Power) ของการทดสอบ

การทดสอบไบโนเมียล ใช้ได้เมื่อจัดบุคคลได้เป็น 2 พวก และกลุ่มตัวอย่างมีจำนวนน้อย จะใช้ได้ดีมาก โดยเฉพาะในกรณีที่จะใช้ไคสแควร์ไม่ได้ถ้าค่า E ไม่ถึง 5

การทดสอบไคสแควร์ ใช้ได้เหมาะเมื่อข้อมูลเป็นกลุ่มหรือระดับที่แยกจากกันได้โดยเด็ดขาด (Discrete) กล่าวคือ ในแต่ละ Category ที่แบ่งออกจากกันนั้นเป็น Discrete และมีค่าคาดหวัง (Expected) มากกว่า 5 ถ้าจำนวน $(k) = 2$ หรือถ้า k มากกว่า 2 ค่าคาดหวัง (E) ที่มีจำนวนน้อยกว่า 5 จะต้องมีความไม่มากกว่า 20% (20% ของจำนวนค่า E ทั้งหมด) เช่น ถ้า $k = 5$, E ที่น้อยกว่า 5 มีได้เพียงหนึ่งค่าเท่านั้น

การทดสอบทั้งไบโนเมียลและไคสแควร์จะใช้กับข้อมูลที่อยู่ในมาตรานามบัญญัติและมาตราเรียงอันดับ

ถ้าข้อมูลมีลักษณะเป็นการต่อเนื่อง เช่นเป็นลำดับหรือระดับความสามารถซึ่งจะเรียงจากน้อยไปหามากได้ หรือคะแนนจากการสอบนั้น กลุ่มในระดับต่างๆ ไม่สามารถจะสลับที่กันได้ ในกรณีนี้ไคสแควร์จะใช้ได้ผลไม่ค่อยดี เนื่องจากการสลับที่ของกลุ่ม (Category) ไม่มีผลแต่อย่างไร สำหรับไคสแควร์ หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า เราจะสลับกลุ่มคะแนนอย่างไรก็ตาม การทดสอบไคสแควร์ก็ยังได้ผลเหมือนเดิม แต่การกระทำเช่นนี้จะไม่ได้ผลแตกต่างกันในการทดสอบแบบ โคลโมโกรอฟ-สเมียร์นอฟ เพราะมีข้อกำหนดว่าข้อมูลจะต้องเป็น Continuous แต่ถ้าเราใช้โคลโมโกรอฟ-สเมียร์นอฟ กับข้อมูลที่เป็น Discrete แล้ว การทดสอบนี้จะไม่ได้ผลดีเท่าที่ควร นอกจากนั้น โคลโมโกรอฟ-สเมียร์นอฟ ยังใช้ได้ดีกว่าไคสแควร์ในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีจำนวนน้อย จุดอ่อนของโคลโมโกรอฟ-สเมียร์นอฟ คือ ไม่สามารถจะทราบลักษณะการแจกแจงของค่าได้ ดังนั้น ถ้ากลุ่มตัวอย่างมีจำนวนมาก ๆ ควรจะใช้ไคสแควร์ทดสอบจะเหมาะสมกว่า เช่น ในการทดสอบ Goodness of Fit ของการแจกแจงปกติ

การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สเมียร์นอฟสำหรับหนึ่งตัวอย่าง (Kolmogorov-Smirnov One-Sample Test) เป็นการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบข้อมูลที่ได้จากตัวอย่างว่า มีลักษณะของการแจก

แจกแจงไปตามทฤษฎีหรือไม่ หรือทดสอบว่ารูปลักษณะของการแจกแจงตามตัวอย่าง โดยใช้ความถี่สะสมของกลุ่มตัวอย่างที่แบ่งเป็นช่วง ๆ ว่าต่างไปจากทฤษฎีหรือประชากรเพียงใด

การทดสอบนี้จะใช้ความถี่สะสมของการแจกแจงที่เกิดขึ้นตามทฤษฎี แล้วนำมาเปรียบเทียบกับความถี่สะสมของการแจกแจงที่เกิดจากการสังเกตภายใต้สมมติฐานหลัก H_0 ที่ว่าการแจกแจงตามทฤษฎีและการแจกแจงที่เกิดจากการสังเกตไม่แตกต่างกัน ซึ่งหมายถึงตัวอย่างที่ได้จากการสังเกตมีการสุ่มตามทฤษฎีการแจกแจง ดังนั้น ข้อมูลที่ใช้จึงต้องมีระดับการวัดของตัวแปรตั้งแต่มาตราเรียงอันดับ (Ordinal Scale) ขึ้นไป ในการทดสอบ Kolmogorov-Smirnov Test จะเน้นเฉพาะความแตกต่างที่มีค่ามากที่สุดซึ่งเรียกว่า ค่า Maximum Deviation แทนด้วยสัญลักษณ์ D คำนวณได้ดังนี้

$$D = |F_o - F_e|$$

ปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 ถ้าค่า D ที่คำนวณได้มากกว่าค่า D วิกฤตที่เปิดจากตาราง F ในภาคผนวก ซึ่งจะมีค่าเปลี่ยนแปลงไปขึ้นกับค่าของ N

วิธีการทดสอบแบบไบนารีมีข้อตกลงเบื้องต้น ดังนี้

1. ข้อมูลไม่ต่อเนื่อง ระดับการวัดอยู่ที่มาตรานามบัญญัติ (Nominal Scale)
 2. กลุ่มตัวอย่างเดี่ยว แบ่งเป็น 2 ประเภท หรือ 2 รายการ เช่น ชาย-หญิง ได้-ตกเห็นด้วย-ไม่เห็นด้วย
 3. ประชากรเป็นแบบทวิภาค (Binary Population) สมาชิกแต่ละตัวของประชากร จัดอยู่ในประเภทใดประเภทหนึ่งเพียงประเภทเดียวเท่านั้น
- มีขั้นตอนการทดสอบสมมติฐานดังต่อไปนี้
1. หาจำนวนกลุ่มตัวแปร = N
 2. กำหนดระดับนัยสำคัญทางสถิติ
 3. หาจำนวนบุคคลที่อยู่ในลักษณะที่ 1 และ 2
 4. พิจารณาค่าโอกาสที่จะเกิด โดย

4.1 ถ้า $N \leq 25$ และ $P = Q = \frac{1}{2}$ ใช้ตาราง D ในภาคผนวก โดยใช้ค่า x เป็น

ค่าความถี่ที่มีค่าน้อย ในตาราง D เป็นการทดสอบทางเดียว ซึ่งถ้าจะใช้การทดสอบสองทางให้เอา 2 คูณ ค่าโอกาสที่จะเกิดขึ้น

4.2 ถ้า $P \neq Q$ จะต้องคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ของไบนารีมีล ซึ่งถ้ากลุ่มตัวอย่างมีจำนวนไม่มากกว่า 20 ใช้ตาราง J ในภาคผนวกอ่านค่าสัมประสิทธิ์ไบนารีมีล $\left(\frac{N}{X} \right)$ ได้

4.3 ถ้า N มากกว่า 25 และค่า P เท่ากับหรือใกล้เคียงกับ $\frac{1}{2}$ ให้ใช้ค่าประมาณจากการแจกแจงปกติและอ่านค่าโอกาสที่จะเกิดขึ้นจากตาราง A ในภาคผนวก

5. ตรวจสอบทั้ง 3 กรณีนั้น ถ้าโอกาสที่จะเกิดขึ้นมีค่าน้อยกว่าค่า α แล้ว ก็จะถูกคัดค้านและยอมรับ H_1 ที่ตั้งไว้

กรณีกลุ่มตัวอย่างมีจำนวนมาก การทดสอบสมมติฐานใช้สูตรปรับแก้ดังนี้

$$Z = \frac{(X \pm 0.5) - NP}{\sqrt{NPQ}}$$

แล้วทดสอบค่านัยสำคัญทางสถิติ กระทำได้โดยนำค่า Z ที่คำนวณได้ ไปเทียบกับค่า Z ในตาราง

คำถามทบทวน

1. ข้อมูลแบบใดที่นำมาทดสอบแบบไบนอมิเยล เพราะเหตุใด
2. จงบอกข้อตกลงเบื้องต้นในการทดสอบแบบไบนอมิเยล
3. จงอธิบายลักษณะข้อมูลที่ใช้ทดสอบแบบไคสแควร์ พร้อมยกตัวอย่างการทดสอบ
4. จงอธิบายความแตกต่างของการทดสอบไคสแควร์กับการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ

แบบฝึกหัดหน่วยที่ 2

1. ทอดลูกเต๋าลูกหนึ่ง 180 ครั้ง ได้ผลดังนี้

x	1	2	3	4	5	6
f	28	36	36	30	27	23

จงทดสอบว่าลูกเต๋านี้มีความเที่ยงหรือไม่

2. ความคิดเห็นของนักศึกษา 36 คน ว่าควรจะลดเวลาเรียนลงหรือไม่ปรากฏว่ามีผู้เห็นด้วย 14 คน เเฉย ๆ 10 คน ไม่ควรลด 12 คน จงทดสอบดูว่าจำนวนผู้ที่ตอบในแต่ละความคิดเห็นแตกต่างกันหรือไม่
3. ในการสำรวจความพอใจของประชาชนต่อรายการโทรทัศน์ช่องหนึ่ง ผู้บริหารของโทรทัศน์ช่องนี้เชื่อว่าจะมีส่วนแบ่งในตลาดมากกว่า 35% จึงทำการสำรวจเพื่อตรวจสอบความนิยมนี้อย่างกล่าว

โดยสุ่มตัวอย่างประชาชนมา 900 คน พบว่ามี 355 คน ที่ชอบดูโทรทัศน์ช่องนี้ จงทดสอบสมมติฐานว่าความเชื่อของผู้บริหารชุดนี้ถูกต้องหรือไม่ ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.01

4. บริษัทผลิตผงซักฟอกที่ยี่ห้อหนึ่งสุ่มตัวอย่างแม่บ้านที่ทดลองใช้ผงซักฟอกนี้มา 1,000 คน เพื่อสอบถามว่าชอบให้ผงซักฟอกนี้หรือไม่ ปรากฏว่ามีผู้ตอบว่าชอบ 450 คน จงทดสอบสมมติฐานว่าสัดส่วนผู้ชอบใช้ผงซักฟอกนี้มากกว่า 40 % จริงหรือไม่โดยใช้ $\alpha = 0.025$
5. สถาบันราชภัฏชัยภูมิคาดว่า นักศึกษาภาคปกติที่มีรถจักรยานยนต์ใช้ในบริเวณสถาบันมีไม่น้อยกว่า 30% และจากการสุ่มตัวอย่างนักศึกษาภาคปกติ 200 คน ปรากฏว่ามีรถจักรยานยนต์ใช้ในบริเวณสถาบัน 57 คน จงทดสอบสมมติฐานโดยใช้ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05 ว่าการคาดคะเนของสถาบันถูกต้องหรือไม่
6. จากการสุ่มตัวอย่างครูในระดับมัธยมศึกษาของจังหวัดชัยภูมิมา 200 คน จำแนกตามวุฒิทางการศึกษาได้ดังนี้

วุฒิทางการศึกษา	อนุปริญญา	ปริญญาตรี	สูงกว่าปริญญาตรี
จำนวน (คน)	27	138	35

จงทดสอบสมมติฐานว่าอัตรากำลังของครูในระดับมัธยมศึกษาประกอบด้วยครูที่มีวุฒิตระดับอนุปริญญา ปริญญาตรี และสูงกว่าปริญญาตรี เป็นอัตราส่วน 1 : 5 : 1 ใช่หรือไม่ ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.01

7. ในการสำรวจว่านักศึกษาชอบอ่านหนังสือพิมพ์รายวัน 3 ฉบับ แตกต่างกันหรือไม่ ปรากฏว่าจากจำนวนนักศึกษาทั้งหมด 300 คน ชอบอ่านหนังสือพิมพ์ดังนี้

ชอบอ่านหนังสือพิมพ์ 1	82 คน
ชอบอ่านหนังสือพิมพ์ 2	65 คน
ชอบอ่านหนังสือพิมพ์ 3	153 คน

จงทดสอบความแตกต่างในการชอบอ่านหนังสือพิมพ์ทั้ง 3 ฉบับ โดยพิจารณาใช้วิธีทดสอบที่เหมาะสมกับข้อมูล

8. จากข้อ 8 ถ้าจะทดสอบว่าชอบอ่านหนังสือพิมพ์ฉบับที่ 3 กับไม่อ่านฉบับที่ 3 มีจำนวนแตกต่างกันหรือไม่ ควรใช้การทดสอบอะไร และจงแสดงวิธีการทดสอบนั้น

9. ในการสอบนักเรียนชั้นหนึ่งซึ่งมี 20 คน ต้องการจะเปรียบเทียบว่านักเรียนห้องนี้มีความสามารถกระจายเหมือนเกณฑ์มาตรฐานของประเทศหรือไม่ ผลของการทดสอบปรากฏคะแนนในรูปของเปอร์เซ็นต์ไทล์ ดังนี้

7	22	35	46	48	49	51	52	56	62
64	69	70	74	78	81	82	88	90	94

จงทดสอบโดยใช้ไคสแควร์และโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ แล้วเปรียบเทียบผลจากการทดสอบทั้งสองนี้

10. ในการศึกษาเกี่ยวกับพันธุกรรมของหนูชนิดหนึ่งปรากฏว่าสัดส่วนของลูกควรจะเป็น 9 : 3 : 3 : 1 โดยพิจารณาจากสีและความยาวของขน นักวิจัยคาดว่า 6.25% ของลูกจะมีขนสีขาวยาว, 18.75% จะมีขนสีดำยาว, 18.75% จะมีขนสีขาวสั้น, และ 56.25% จะมีขนสีดำสั้น จากการทดลองปรากฏว่าลูกหนู 96 ตัวนั้น มี 4 ตัวที่ขนขาวยาว, 14 ตัวขนดำยาว, 23 ตัวขนขาวสั้น และ 55 ตัวขนดำสั้น จงทดสอบสมมุติฐานที่ 0.05

เอกสารอ้างอิง

บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์. (2543). สถิติวิเคราะห์เพื่อการวิจัย. กรุงเทพฯ: เรือนแก้ว.

มัลลิกา บุญนาค. (2537). สถิติเพื่อการตัดสินใจ. กรุงเทพฯ: พี. เอ็น. การพิมพ์.

ลัดดาวัลย์ หวังพานิช. (2528). สถิติเพื่อการวิจัยพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์.

กรุงเทพฯ: สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

วิสาข์ เกษประทุม. (2545). สถิตินอนพาราเมตริก. กรุงเทพฯ: พ.ศ. พัฒนา.

ส. วาสนา ประवालพฤษ. (2526). เอกสารประกอบการสอนวิชา 217 713 สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์. ขอนแก่น: สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

อำนาจ วังจัน และ พรณี บุญสุยา. (2548). สถิติทั่วไป. กรุงเทพฯ: วิ.เจ. พรินติ้ง.

อุมพร จันทศร. (2542). สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ฟิสิกส์เซ็นเตอร์.

Devore, Jay L. (1995). **Probability and Statistics for Engineering and the Sciences.**

4th ed. Tokyo: Thomson.

Siegel, Sidney and Castellan, N. John Jr. (1988). **Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences.** 2nd ed. New York: McGraw-Hill Inc.

<http://www.coursewares.mju.ac.th>

<http://www.wijai48.com/journal/journal-topic.htm>

<http://www.kku.ac.th/~nikom/>

http://www.en.wikipedia.org/wiki/binomial_test

แผนบริหารการสอนหน่วยที่ 3

การทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่สัมพันธ์กัน

เวลาสอน 8 ชั่วโมง

จุดมุ่งหมายรายวิชา

ข้อ 3 เพื่อให้สามารถทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่สัมพันธ์กันโดยใช้การทดสอบวิลคอกซอน และการทดสอบแมกนีมาร์

คุณลักษณะที่พึงประสงค์

ใฝ่รู้ มีทักษะการแก้โจทย์ปัญหา มีทักษะการทำงานร่วมกัน

วัตถุประสงค์

เพื่อให้ผู้เรียนสามารถ

1. บอกวิธีการทดสอบวิลคอกซอนและแบบแมกนีมาร์ได้
2. อธิบายความแตกต่างการทดสอบวิลคอกซอนและแบบแมกนีมาร์ได้
3. หาค่าการทดสอบการทดสอบวิลคอกซอนและแบบแมกนีมาร์ได้
4. ระบุขั้นตอนที่ผิดพลาดและปรับปรุงแก้ไขให้ถูกต้องในการทดสอบวิลคอกซอนและแบบแมกนีมาร์

เนื้อหา

- 3.1 การทดสอบวิลคอกซอน
- 3.2 การทดสอบของแมกนีมาร์

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ชั้นนำ

1. สะท้อนผลการทำแบบฝึกหัดหน่วยที่ 2 และการทดสอบย่อยครั้งที่ 1
2. ชี้แจงวัตถุประสงค์ และเนื้อหาหน่วยที่ 3

ชั้นสอน

1. บรรยายหลักการทฤษฎีการทดสอบวิลคอกซอน และการทดสอบแมกนีมาร์ ประกอบ

เพาเวอร์พอยท์และเอกสารประกอบการสอน

2. ยกตัวอย่างการทดสอบสมมติฐาน ดำเนินการเป็นขั้นตอนดังนี้
 - 2.1 วิเคราะห์ข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้
 - 2.2 วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ทดสอบ
 - 2.3 กำหนดวิธีการทดสอบ
 - 2.4 ดำเนินการทดสอบ

(ตั้งสมมติฐาน กำหนดระดับนัยสำคัญ คำนวณค่าสถิติ กำหนดเขตวิกฤติ และสรุปผล)

3. แบ่งกลุ่มทำโจทย์การทดสอบสมมติฐาน กลุ่มละ 1 ข้อ และสืบค้นตัวอย่างงานวิจัยที่ใช้การทดสอบวิลคอกซอนและการทดสอบแมกนีมาร์จากอินเทอร์เน็ต

4. นำเสนอผลการทำโจทย์และการสืบค้น อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น
ขั้นสรุป

1. ร่วมพิจารณาข้อผิดพลาดในการทดสอบวิลคอกซอนและแบบแมกนีมาร์
2. ร่วมตอบคำถามทบทวนท้ายหน่วยที่ 3
3. ให้ทำแบบฝึกหัดหน่วยที่ 3 จำนวน 2 ข้อ เป็นรายบุคคล

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบสอนหน่วยที่ 3
2. เพาเวอร์พอยท์หน่วยที่ 3
3. อินเทอร์เน็ตเพื่อการสืบค้น

การวัดและประเมินผล

1. สังเกตพฤติกรรมใฝ่รู้ และการทำงานร่วมกัน
2. ตรวจแบบฝึกหัด

หน่วยที่ 3

การทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่สัมพันธ์กัน

3.1 การทดสอบวิลคอกซอน

การทดสอบวิลคอกซอน ซายน์ แรงค์ (Wilcoxon Signed Ranks Test) เป็นการทดสอบที่ใช้ในกรณีตัวอย่างสองกลุ่มมีความสัมพันธ์กันแบบจับเป็นคู่ หรือเป็นตัวอย่างกลุ่มเดียว แต่ถูกวัดซ้ำสองครั้ง โดยจัดลำดับให้ค่าของความแตกต่างของคู่ลำดับ (d_i) แล้วจึงนำมาใส่เครื่องหมายภายหลัง ดังนั้นจึงเป็นการทดสอบที่พิจารณาทั้งขนาดและทิศทาง

ใช้ทดสอบวิธีการ 2 วิธี คือ

1. การวิจัยตลาด
2. การวิจัยทางสังคมศาสตร์

การทดสอบวิลคอกซอน ซายน์-แรงค์ จะศึกษากรณี

- ความสัมพันธ์ของยอดขายก่อนและหลังโฆษณา
- ความสัมพันธ์ของทัศนคติก่อนและหลังการอบรม
- ความสัมพันธ์ของคะแนนสอบก่อนและหลังการติว
- ผลผลิตก่อนและหลังการใช้ปุ๋ย

ข้อกำหนดเบื้องต้น (Assumption)

1. ค่า (X_i, Y_i) ไม่สนใจว่า X_i กับ Y_i จะแจกแจงอย่างไร
2. ค่า $D_i = X_i - Y_i$ เป็นตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องและเป็นอิสระกัน
3. ค่า D_i มีการแจกแจงแบบสมมาตร สามารถนำมาวาดเป็นกราฟได้
4. ค่า D_i มีมาตรวัดอย่างน้อยเป็นแบบอันตรภาคชั้น (Interval Scale)

การทดสอบ Wilcoxon Signed Rank Test

$$T = \min (T_+, T_-)$$

$$T_+ = \text{ผลรวมของลำดับที่มีเครื่องหมาย} +$$

$$T_- = \text{ผลรวมของลำดับที่มีเครื่องหมาย} -$$

ขอบเขตของการปฏิเสธ H_0 ถ้า $T_{\text{cal}} \leq T_{(\alpha, n)}$

สมมติฐานที่ใช้ทดสอบ

การทดสอบแบบสองหาง

H_0 : ค่ามัธยฐานของประชากร 2 กลุ่ม ไม่แตกต่างกัน

H_1 : ค่ามัธยฐานของประชากร 2 กลุ่ม แตกต่างกัน

หรือ $H_0 : M_1 = M_2$

$H_1 : M_1 \neq M_2$

การทดสอบแบบทางเดียวด้านขวา

H_0 : ค่ามัธยฐานของประชากร 2 กลุ่ม ไม่แตกต่างกัน

H_1 : ค่ามัธยฐานของประชากร 1 กลุ่ม มากกว่ากลุ่มที่ 2

หรือ $H_0 : M_1 = M_2$

$H_1 : M_1 > M_2$

การทดสอบแบบทางเดียวด้านซ้าย

H_0 : ค่ามัธยฐานของประชากร 2 กลุ่ม ไม่แตกต่างกัน

H_1 : ค่ามัธยฐานของประชากร 1 กลุ่ม น้อยกว่ากลุ่มที่ 2

หรือ $H_0 : M_1 = M_2$

$H_1 : M_1 < M_2$

การทดสอบ Wilcoxon Signed Rank Test เมื่อ $n \leq 30$

- 1) ตั้งชื่อสมมติฐาน H_0 และ H_1
- 2) กำหนดระดับนัยสำคัญ (α) เปิดตารางเพื่อคำนวณหาค่าวิกฤติ $T_{(\alpha,n)}$ (เปิดจากตารางที่ 6) ขอบเขตของการปฏิเสธ H_0 ถ้า $T_{cal} \leq T_{(\alpha,n)}$
- 3) กำหนดสถิติทดสอบ Wilcoxon Signed Rank Test
 - (1) หาค่าผลต่างของข้อมูลแต่ละคู่โดยคิดเครื่องหมาย นั่นคือ

$$D_i = \text{ผลต่างของค่าของข้อมูลคู่ที่ } i$$

$$D_i = X_i - Y_i$$
 - (2) ถ้าผลต่างเป็น 0 ให้ตัดทิ้ง จะไม่นำมาพิจารณาในการจัดลำดับทำให้ขนาดตัวอย่าง n ลดลง
 - (3) ให้ลำดับที่แก่ค่า $|D_i|$ จากค่าน้อยที่สุดไปหาค่ามากที่สุด โดยให้ค่าน้อยที่สุดเป็นลำดับที่ 1 ค่ามากที่สุดเป็นลำดับที่ n ถ้าผลต่างเท่ากัน ให้ใช้ลำดับที่เฉลี่ย
 - (4) คำนวณค่า $T = \min(T_+, T_-)$

$$T_+ = \text{ผลรวมของลำดับที่มีเครื่องหมาย } +$$

$$T_- = \text{ผลรวมของลำดับที่มีเครื่องหมาย } -$$
- 4) เปรียบเทียบ ถ้าค่า $T_{cal} \leq T_{(\alpha,n)}$ จะปฏิเสธ H_0
- 5) สรุปผลการทดสอบ

ตัวอย่างที่ 3.1 ต้องการตรวจสอบความแตกต่างของทัศนคติของผู้เข้าอบรม 10 คน ที่มีต่อการบริหารงานของผู้บริหารของมหาวิทยาลัย โดยให้ผู้เข้าอบรมให้คะแนนการทำงานของผู้บริหารก่อนและหลังการอบรมเกี่ยวกับระบบการทำงานของผู้บริหาร โดยกำหนดการให้คะแนนตั้งแต่ 1 – 10 ปรากฏว่าคะแนนในตาราง ให้ทดสอบว่ามีความแตกต่างในการให้คะแนนก่อนและหลังการอบรมที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ผลการให้คะแนนก่อนและหลังการอบรม

คนที่	คะแนนก่อนการอบรม X_i	คะแนนหลังการอบรม Y_i
1	1	3
2	3	5
3	4	4
4	5	6
5	3	5
6	2	3
7	1	6
8	7	4
9	6	3
10	2	3

วิธีทำ

ขั้นตอนการทดสอบนัยสำคัญ

1) ตั้งสมมติฐาน

H_0 : ไม่มีความแตกต่างในการให้คะแนนก่อนและหลังการอบรม

H_1 : มีความแตกต่างในการให้คะแนนก่อนและหลังการอบรม

หรือ $H_0 : M_1 = M_2$

$H_1 : M_1 \neq M_2$

2) กำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

ขอบเขตปฏิเสธ: จะปฏิเสธ H_0 ถ้า $T \leq T\left(\frac{\alpha}{2}, n\right)$ ที่ $n = 9$ (เนื่องจากมี 1 คู่ มีค่าเป็น

0)

เปิดจากตารางภาคผนวกที่ 6 $\alpha = 0.05$ (เป็นการทดสอบสองหาง $\alpha = 0.025$) และ $n = 9$ จะได้ $T_{0.025,9} = 5$

3) สถิติที่ใช้ทดสอบ $T = \min(T_+, T_-)$

(1) อธิบายการจัดอันดับ นำข้อมูลในช่อง $(X_i - Y_i)$ มาจัดอันดับโดยไม่คิดเครื่องหมายและไม่คิดค่า 0 ใช้เกณฑ์การจัดเช่นเดียวกับที่กล่าวมาแล้ว เมื่อได้อันดับที่แล้ว จัดลงในช่องท้ายสุด (Rank) แล้วกำกับเครื่องหมายเดิมในช่อง $(X_i - Y_i)$ ไปด้วย

คะแนนก่อนการอบรม X_i	คะแนนหลังการอบรม Y_i	$X_i - Y_i$	อันดับที่ (Rank)
1	3	-2	-5
3	5	-2	-5
4	4	0	-
5	6	-1	-2
3	5	-2	-5
2	3	-1	-2
1	6	-5	-9
7	4	+3	+7.5
6	3	+3	+7.5
2	3	-1	-2

(2) หาค่าผลบวกของอันดับที่มีเครื่องหมาย $T_+ = (+7.5 + 7.5) = 15$ หาค่าผลบวกของอันดับที่มีเครื่องหมาย $T_- = (-5 -5 -2 -5 -2 -9 -2) = 30$ เปรียบเทียบผลบวกทั้งสอง

การหาลำดับที่ (Rank)

ลำดับ	นำค่า $X_i - Y_i$ มาเรียงลำดับ โดยไม่คิดเครื่องหมาย		ลำดับ (Rank) คิดเครื่องหมาย
1	1	2	-2
2	1	2	-2
3	1	2	-2
4	2	5	-5
5	2	5	-5
6	2	5	-5
7	3	7.5	+7.5
8	3	7.5	+7.5
9	5	9	-9

** ที่เหลือ 9 อันดับ เพราะมีค่า 0 หนึ่งตัว จึงตัดทิ้ง

4) การตัดสินใจ จากข้อมูลได้ค่า $T_+ = 15$

เนื่องจาก $T = 15 > 5$ ไม่ตกอยู่ในอาณาเขตปฏิเสธ H_0 จึงไม่สามารถปฏิเสธ H_0

5) สรุป

ดังนั้น ไม่มีความแตกต่างของทัศนคติในการให้คะแนนก่อนและหลังการอบรมที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

การทดสอบ Wilcoxon Signed Rank Test เมื่อ $n > 30$

ถ้าจำนวนคู่การเปรียบเทียบมีมากกว่า 30 ขึ้นไป การแจกแจงของ T จะใกล้เคียงกับการแจกแจงปกติ ซึ่งใช้ค่าทดสอบสถิติเป็น Z-test ดังนี้

$$Z = \frac{T - n(n+1)/4}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}}$$

ตัวอย่าง 3.2 บริษัทเสริมสุข จำกัด ได้เลือกอาสาสมัครมา 32 คน เพื่อใช้ชิมเครื่องดื่มชนิดใหม่ที่บริษัทผลิตออกมาจำหน่ายและเครื่องดื่มชนิดเก่าที่มีจำหน่ายอยู่แล้วตามท้องตลาด โดยให้คะแนนความชอบเครื่องดื่มแต่ละชนิดจาก 0 - 100 คะแนน จงทดสอบว่าความชอบเครื่องดื่มทั้งสองชนิดแตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญที่ 0.01

เครื่องดื่มชนิดใหม่	เครื่องดื่มชนิดเก่า
70	65
85	41
73	45
75	80
65	84
50	50
80	71
71	52
80	42
51	78
69	62
77	58
72	62
76	38

เครื่องตีชนิดใหม่	เครื่องตีชนิดเก่า
79	80
71	65
59	54
72	67
84	87
90	75
56	38
57	43
92	84
69	76
82	70
64	61
67	54
71	58
58	67
65	48
73	66
82	63

วิธีทำ

1) ตั้งสมมติฐาน

H_0 : ความชอบเครื่องตีทั้งสองชนิดไม่แตกต่าง

H_1 : ความชอบเครื่องตีทั้งสองชนิดแตกต่าง

หรือ $H_0 : M_1 = M_2$

$H_1 : M_1 \neq M_2$

2) กำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.01$ ขอบเขตปฏิเสธ : จะปฏิเสธ H_0 ถ้า $T \leq T_{(\alpha, n)}$

3) คำนวณค่าสถิติ

คนที่	เครื่องตีชนิดใหม่ (X_i)	เครื่องตีชนิดเก่า (Y_i)	$D_i = X_i - Y_i$	ลำดับที่ (Rank)
1	70	65	5	5.5
2	85	41	44	31

คนที่	เครื่องตีชนิดใหม่ (X_i)	เครื่องตีชนิดเก่า (Y_i)	$D_i = X_i - Y_i$	ลำดับที่ (Rank)
3	73	45	28	28
4	75	80	-5	-5.5
5	65	84	-19	-23.5
6	50	50	0	-
7	80	71	9	13.5
8	71	52	19	23.5
9	80	42	38	29.5
10	51	78	-27	-27
11	69	62	7	10
12	77	58	19	23.5
13	72	62	10	15
14	76	38	38	29.5
15	79	80	-1	-1
16	71	65	6	8
17	59	54	5	5.5
18	72	67	5	5.5
19	84	87	-3	-2.5
20	90	75	15	19
21	56	38	18	21
22	57	43	14	18
23	92	84	8	12
24	69	76	-7	-1.0
25	82	70	12	16
26	64	61	3	2.5
27	67	54	13	17
28	71	58	21	26
29	58	67	-9	13.5
30	65	48	17	20
31	73	66	7	10
32	82	63	19	23.5

4) การตัดสินใจ

$$T = \min (T_+, T_-)$$

$$= 38$$

n = จำนวนลำดับที่มีอยู่ทั้งหมด (ไม่รวม 0)

เนื่องจากตัวอย่างมีขนาดใหญ่ $n > 30$ จึงเปลี่ยน T เป็น Z โดยที่

$$Z = \frac{T - n(n+1)/4}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}}$$

$$= \frac{83 - \frac{31(32)}{4}}{\sqrt{\frac{31(32)(36)}{24}}}$$

$$= \frac{-165}{51.03}$$

$$= -3.23$$

จะปฏิเสธ H_0 ถ้า $Z > Z_{0.005} = 2.575$ หรือ $Z < -Z_{0.005} = -2.575$

เนื่องจาก $Z = -3.23 < -2.575$ ตกอยู่ในขอบเขต จะปฏิเสธ H_0

5) สรุปผล

ดังนั้น ความชอบเครื่องดื่มทั้งสองชนิดแตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

3.2 การทดสอบของแมกนีมาร์

การทดสอบของแมกนีมาร์ (McNemar Test for Significance of Change) สามารถนำไปใช้กับการออกแบบที่มีการประเมินผลการเปลี่ยนแปลงในรูป “ก่อนและหลัง” (Before and After) อันได้แก่ การวัด 2 ครั้งในสมาชิกแต่ละหน่วย และการวัดในเวลาที่แตกต่างกันในเรื่องเดียวกัน รวมทั้งเป็นการวัดในมาตรานามบัญญัติหรือมาตราอันดับที่ เพื่อดูว่ามีการเปลี่ยนแปลงอย่างมีนัยสำคัญหรือไม่

วิธีการทดสอบ

อันดับแรกต้องนำข้อมูลทั้งสองชุดมาทำตารางแบบ 2×2 ดังนี้

		หลัง	
		-	+
ก่อน	+	A	B
	-	C	D

ถ้าให้เครื่องหมาย + และ - แทนความแตกต่างของคำตอบ จะเห็นว่า

A = จำนวนของพวกที่เปลี่ยนจาก + เป็น -

B = จำนวนของพวกที่เป็นบวกทั้งสอง

C = จำนวนของพวกที่เป็นลบทั้งสองครั้ง

D = จำนวนของพวกที่เปลี่ยนจาก - เป็น +

เซลล์ที่มีการเปลี่ยนแปลงก็คือ A กับ D ดังนั้น $A + D$ แทนจำนวนทั้งหมดที่มีการเปลี่ยนแปลง ความถี่ที่คาดหวัง ภายใต้ H_0 ของเซลล์ A ซึ่งเท่ากับความถี่ที่คาดหวังภายใต้ H_0 ของเซลล์ D จึงเท่ากับ $\frac{1}{2}(A + D)$

$$\text{จาก } \chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

เมื่อ $f_{o_i} =$ ความถี่ที่สังเกตได้

$f_{e_i} =$ ความถี่ที่คาดหวัง

เนื่องจากสนใจเฉพาะเซลล์ที่มีการเปลี่ยนแปลงคำตอบ คือ A กับ D ดังนั้น

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e} = \frac{\left(A - \frac{A+D}{2}\right)^2}{\frac{A+D}{2}} + \frac{\left(D - \frac{A+D}{2}\right)^2}{\frac{A+D}{2}}$$

และเมื่อจัดได้อยู่ในรูปที่ง่ายขึ้นจะได้ $\chi^2 = \frac{(A - D)^2}{A + D}; \quad df = 1$

ค่าแก้สำหรับความต่อเนื่อง

การประมาณค่าการแจกแจงไคกำลังสองด้วยสูตร $\chi^2 = \frac{(A-D)^2}{A+D}$; $df=1$

จะดีกว่า เมื่อใช้ค่าแก้สำหรับความต่อเนื่อง การแก้ี้มีความจำเป็นเนื่องจากการแจกแจงแบบต่อเนื่องถูกนำไปประมาณค่าของการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่อง และเมื่อความถี่ที่คาดหวังมีขนาดเล็กทำให้การประมาณค่ามีความคลาดเคลื่อน จึงต้องจำกัดแหล่งของความคลาดเคลื่อนดังกล่าวโดยใช้ค่าแก้ ดังนี้

$$\chi^2 = \frac{(|A-D|-1)^2}{A+D}; \quad df=1$$

1) การตั้งสมมติฐาน

H_0 : ความน่าจะเป็นของเซลล์ A เท่ากับความน่าจะเป็นของเซลล์ D $D = \frac{1}{2}$

H_1 : ความน่าจะเป็นของเซลล์ A ไม่เท่ากับความน่าจะเป็นของเซลล์ D $D \neq \frac{1}{2}$

หรือ $H_0 : P_A = P_D = \frac{1}{2}$

$H_1 : P_A \neq P_D \neq \frac{1}{2}$

2) ลักษณะของการทดสอบ

การทดสอบเป็นแบบทางเดียวหรือสองทางก็ได้ แล้วแต่การตั้ง H_1

3) การตัดสินใจ

ถ้า χ^2 ที่คำนวณได้เท่ากับหรือมากกว่าค่า χ^2 จากตาราง แสดงว่าการทดสอบมีนัยสำคัญ

ตัวอย่างที่ 3.3 จากการสังเกตนักเรียนอนุบาลที่เข้าใหม่จำนวน 25 คน พบว่า 18 คน มีความวิตกกังวล เมื่อผ่านเข้าไป 1 เดือนก็สังเกตพบว่านักเรียน 14 คน ที่เคยวิตกกังวลหายวิตกกังวล แต่อีก 4 คน ยังวิตกกังวลเหมือนเดิม ส่วนผู้ที่ไม่วิตกกังวลตั้งแต่แรก 7 คน เปลี่ยนมาเป็นวิตกกังวล 4 คน ยังไม่วิตกกังวล 3 คน จงทดสอบดูว่า เมื่อเวลาผ่านไป 1 เดือนเด็กจะหายวิตกกังวลหรือไม่

วิธีทำ

1) สมมติฐาน H_0 : ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนจากวิตกกังวลเป็นไม่วิตกกังวล เท่ากับความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนจากไม่วิตกกังวลมาเป็นวิตกกังวล

H_1 : ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนจากวิตกกังวลเป็นไม่วิตกกังวล ไม่เท่ากับความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนจากไม่วิตกกังวลมาเป็นวิตกกังวล

หรือ $H_0 : P_A = P_D = \frac{1}{2}$

$$H_1 : P_A \neq P_D \neq \frac{1}{2}$$

2) ระดับนัยสำคัญ ให้ $\alpha = .05$

3) การทดสอบ จากโจทย์ที่กำหนดให้ นำตัวเลขมาจัดลงในตารางได้ ดังต่อไปนี้

เข้าเรียนแล้ว 1 เดือน

วันแรก	วิตก	A = 14	B = 4
	ไม่วิตก	C = 3	D = 4

สูตร
$$\chi^2 = \frac{(|A - D| - 1)^2}{A + D}$$

แทนค่า
$$\chi^2 = \frac{(|14 - 4| - 1)^2}{14 + 4} = \frac{81}{18} = 4.5$$

4) เขตวิกฤต จากตาราง ค่า $\chi^2_{.05}$ เมื่อ $df = 1$ มีค่าเท่ากับ 3.84

5) สรุปผล เนื่องจากค่า χ^2 ที่คำนวณได้มากกว่าค่า χ^2 จากตาราง

จึงปฏิเสธ H_0 ไปยอมรับ H_1

นั่นคือ หลังจากเข้าเรียนแล้ว 1 เดือน นักเรียนอนุบาลเปลี่ยนจากวิตกกังวลเป็นไม่วิตกกังวล

บทสรุป

กลุ่มตัวอย่างที่มีความสัมพันธ์กัน 2 ลักษณะ คือกลุ่มตัวอย่างเดียวที่มีการวัด 2 ครั้ง หรือกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มจัดเข้าคู่กัน การทดสอบข้อมูลลักษณะดังกล่าว อาจใช้วิธีทดสอบ คือ

1) การทดสอบวิลคอกซอน ซายน์ แรงค์ (Wilcoxon Signed Ranks Test) เป็นการทดสอบที่ใช้ในกรณีตัวอย่างสองกลุ่มมีความสัมพันธ์กันแบบจับเป็นคู่ หรือเป็นตัวอย่างกลุ่มเดียวแต่ถูกวัดซ้ำสองครั้ง โดยจัดลำดับให้ค่าของความแตกต่างของคู่ลำดับ (D_i) แล้วจึงนำมาใส่เครื่องหมายภายหลัง ดังนั้น จึงเป็นการทดสอบที่พิจารณาทั้งขนาดและทิศทาง

แต่ถ้าความแตกต่างทั้งภายในสมาชิกของคู่เดียวกันและระหว่างคู่อื่น ๆ มีคุณสมบัติอยู่ในมาตราวัดแบบเรียงอันดับแล้ว อาจจะใช้การทดสอบแบบวิลคอกซอน (Wilcoxon-Mann-

Whitney U Test or Wilcoxon Rank Sum Test) ได้ ซึ่งวิลคอกซอนนี้จะพิจารณาทั้งทิศทางและขนาดของความแตกต่าง โดยไม่ได้กำหนดว่าข้อมูลจะต้องอยู่ในมาตราวัดอันดับ

2) การทดสอบความเปลี่ยนแปลงของแมกนีมา ใช้กับข้อมูลที่อยู่ในมาตราวัดระดับนามบัญญัติซึ่งอยู่ในรูปของความถี่และใช้สูตรการคำนวณของไคสแคว การทดสอบแบบแมกนีมา มีลักษณะเป็นรูปแบบหนึ่งของไบนอมิเยล คือ $P = Q = \frac{1}{2}$

ถ้าข้อมูลอยู่ในมาตราเรียงอันดับ หากทราบความแตกต่างระหว่างคู่ว่ามากกว่าหรือน้อยกว่าโดยไม่แน่ใจว่ามากกว่าเท่าใด ก็ใช้การทดสอบแบบซายน์ (Wilcoxon Signed-Rank Test) ได้ ทั้งนี้ข้อมูลนั้น ๆ จะทราบเฉพาะว่าภายในคู่หนึ่ง ๆ สมาชิกจากกลุ่มใดมีค่าสูงกว่าเท่านั้น

คำถามทบทวน

1. จงบอกข้อตกลงเบื้องต้นในการทดสอบวิลคอกซอน
2. จงอธิบายลักษณะของข้อมูลที่ใช้ทดสอบวิลคอกซอน พร้อมยกตัวอย่างการทดสอบ
3. ข้อมูลประเภทใดเหมาะสมกับการทดสอบแมนีมาร์ เพราะเหตุใด พร้อมอธิบายตัวอย่าง

แบบฝึกหัดหน่วยที่ 3

1. ในการทดสอบทางจิตวิทยาเกี่ยวกับการเก็บกด โดยใช้กลุ่มตัวอย่าง 15 คน ให้เรียนคำที่ไม่มี ความหมาย 10 คำ โดยแบ่งคำ 5 คำอย่างสุ่ม ให้ผู้เรียนมีความรู้สึกในแง่ลบกับคำ 5 คำนี้ โดยเมื่อไรเมื่อพูดถึงคำเหล่านี้ ผู้เรียนจะได้รับความเจ็บปวดทางกาย (การเรียนรู้โดยใช้ความสัมพันธ์ หรือ Learning by Association) ส่วนอีก 5 คำ ให้เรียนรู้อย่างธรรมดา

ผู้วิจัยต้องการจะศึกษาเกี่ยวกับความจำเมื่ออยู่ในสภาวะไม่ปกติหรือเจ็บปวด กับใน สภาวะปกติ หลังจากเรียนรู้แล้ว 48 ชั่วโมง ผู้วิจัยได้ทดสอบความจำโดยให้ผู้เรียนกล่าวคำทั้ง 10 คำที่เรียนออกมาเท่าที่จำได้ โดยผู้วิจัยคาดว่า (จากทฤษฎี) ผู้เรียนมีแนวโน้มที่จะจำคำที่ไม่มี ความหมายที่เรียนในสภาวะปกติได้มากกว่าที่เรียนในสภาวะเจ็บปวด

ข้อมูลในตารางต่อไปนี้ เป็นจำนวนคำที่ผู้เรียนกล่าวออกมา แยกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มคำ ที่เรียนในสภาวะปกติและเก็บกด

ผู้เรียน	จำนวนคำที่จำได้		ความแตกต่าง (D)	ลำดับที่ ของ D
	สภาวะปกติ	สภาวะเก็บกด		
1	5	2	3	d_{12}
2	4	2	2	d_9
3	3	0	3	d_{13}

ผู้เรียน	จำนวนคำที่จำได้		ความแตกต่าง (D)	ลำดับที่ ของ D
	สภาวะปกติ	สภาวะเก็บกด		
4	5	3	2	d_{10}
5	2	3	-1	d_1
6	4	2	2	d_{11}
7	2	3	-1	d_2
8	2	1	1	d_6
9	4	1	3	d_{12}
10	4	3	1	d_{14}
11	3	4	-1	d_7
12	1	2	-1	d_3
13	5	2	3	d_4
14	3	4	-1	d_{15}
15	1	0	1	d_8

จทดสอบสมมติฐานโดยใช้ Wilcoxon และ t-test แล้วเปรียบเทียบ (วิจารณ์) ผลการทดสอบทั้ง 2 แบบนี้

2. เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของผลชักฟอก 2 ชนิดคือ ก. และ ข. ผู้จัดการได้ให้นักวิจัยทดลองโดยใช้ผ้า 12 ผืนที่ทำให้สกปรกสม่ำเสมอ กัน ด้วยสารสกปรกต่างชนิดกัน นำผ้าทั้ง 12 ผืนนี้มาแบ่งครึ่ง แล้วส้อมตัวอย่างแต่ละครึ่งของผืนเดียวกัน ใช้ครึ่งหนึ่งซักด้วยผงซักฟอก ก. อีกครึ่งหนึ่งใช้ ข. เมื่อผ้าตากแห้งแล้ว นำผ้าแต่ละคู่มาให้แม่บ้านกลุ่มหนึ่งพิจารณาว่าชิ้นไหนสะอาดกว่ากัน โดยสมมุติค่าความสะอาดน้อยสุด 0 ไปจนถึงสะอาดมากที่สุด 10 ผลการพิจารณาปรากฏดังนี้

ผ้าชิ้นที่	ซักผงซักฟอก ก.	ซักผงซักฟอก ข.
1	9	8
2	8	10
3	7	8
4	9	8
5	7	9
6	7	9

ผ้าชั้นที่	ซักผงซักฟอก ก.	ซักผงซักฟอก ข.
7	7	8
8	8	10
9	7	9
10	9	9
11	7	8
12	8	9

ทั้งนี้โดยผู้จัดการคาดว่าผงซักฟอก ก. จะมีประสิทธิภาพต่ำกว่าผงซักฟอก ข. ที่บริษัทค้นคว้าขึ้นมาใหม่ สมมติว่าท่านเป็นนักวิจัย ท่านพอจะสรุปที่ความเชื่อมั่น 0.05 ได้ไหมว่าผงซักฟอก ก. มีประสิทธิภาพต่ำกว่า ข. ท่านอาจจะใช้การทดสอบมากกว่า 1 วิธี

จงให้เหตุผลประกอบการทดสอบว่า ทำไมจึงใช้เทคนิคนั้น ๆ ทดสอบ และจะต้องมีข้อกำหนด (Assumptions) อะไรบ้าง

3. จงพิจารณาข้อมูลต่อไปนี้แล้วตัดสินใจว่าจะรับหรือไม่รับ H_0 ที่ 0.05 โดยใช้การทดสอบของวอช

ก. $N = 7, d_1 = 3, d_2 = -2, d_3 = 1, d_4 = 1, d_5 = 2, d_6 = 2$

ข. $N = 13, d_1 = d_2 = d_3 = -1, d_4 = d_5 = 1, d_6 = d_7 = d_8 = d_9 = d_{10} = 3$
 $d_{11} = d_{12} = d_{13} = 5$

4. ความคิดเห็นของกลุ่มตัวอย่างที่สุ่มมา 20 คน ที่มีต่อพรรคการเมืองหนึ่งก่อนและหลังการฟังอภิปรายเกี่ยวกับพรรคการเมืองนั้น ปรากฏดังตารางข้างล่างนี้ จงทดสอบว่าการอภิปรายครั้งนี้มีผลทำให้คนเปลี่ยนทัศนคติที่มีต่อพรรคการเมืองนั้นจริงหรือไม่

		หลัง	
		ไม่ชอบ	ชอบ
ก่อน	ชอบ	4	4
	ไม่ชอบ	2	10

5. ตารางข้างล่างนี้แสดงผลผลิตต่อชั่วโมงของคนงาน 12 คน ก่อนผ่านการอบรมวิธีการทำงาน (x) และหลังจากที่ได้ผ่านการอบรมวิธีการทำงานแล้ว (y) จงใช้ Sign Test ทดสอบว่าผลผลิตต่อชั่วโมงของคนงานก่อนและหลังการอบรมวิธีการทำงานไม่แตกต่างกันเลย จริงหรือไม่

X	36	50	58	40	44	43	29	36	46	48	38	42
y	46	68	60	58	42	43	40	56	38	58	42	48

6. ผู้จัดการฝ่ายผลิตของโรงงานแห่งหนึ่งต้องการเปรียบเทียบ วิธีการประกอบเครื่องยนต์สองวิธีว่าวิธีใดจะให้ผลมากกว่ากัน จึงสุ่มคนงานมา 32 คน แล้วประกอบเป็นคู่ๆ โดยคำนึงถึงอายุ ความสามารถในการทำงาน และปัจจัยอื่น ๆ ที่มีผลกระทบต่อการทำงาน แล้วมอบหมายให้ทำงานคนละ 1 วิธี โดยการสุ่ม ผลปรากฏว่าค่าเฉลี่ยของเครื่องยนต์ที่ประกอบสำเร็จต่อชั่วโมงตามตารางข้างล่างนี้ ท่านจะช่วยผู้จัดการคนนี้สรุปผลการทดลองอย่างไร

คู่ที่ 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
วิธีที่ 1	17	28	19	20	11	27	21	20	29	30	31	28	40	29	33	35
วิธีที่ 2	10	25	10	21	13	20	16	20	24	27	25	30	27	25	21	32

7. สมมุติว่าบริษัทผู้ผลิตยาแห่งหนึ่ง ต้องการศึกษาถึงประสิทธิภาพของยาลดน้ำหนักรุ่นหนึ่ง จึงทำการทดสอบกับคนที่สุ่มมา 17 คน โดยให้รับประทานยาดังกล่าว ไปชั่วระยะหนึ่งแล้วชั่งน้ำหนัก เพื่อเปรียบเทียบกับน้ำหนักก่อนรับประทานยา ถ้าผลการทดลองเป็นไปตามตารางข้างล่างนี้ จงทดสอบว่ายาลดน้ำหนักรุ่นนี้ใช้ได้ผลหรือไม่

คนที่	น้ำหนัก ก่อนใช้ยา	น้ำหนัก หลังใช้ยา	คนที่	น้ำหนัก ก่อนใช้ยา	น้ำหนัก หลังใช้ยา
1	210	208	10	195	180
2	197	196	11	154	150
3	203	195	12	179	173
4	175	175	13	243	235
5	234	229	14	195	204
6	178	170	15	198	193
7	252	242	16	169	196
8	230	221	17	217	210
9	190	213			

8. ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่ง ได้จ้างบริษัทอิสระมาช่วยประเมินพนักงานขายที่ประจำอยู่ที่สาขานครสวรรค์และสาขาพิษณุโลก เกี่ยวกับบุคลิกภาพ ลักษณะท่าทางโดยทั่วไป การต้อนรับและการบริการลูกค้า ตลอดจนความรู้เกี่ยวกับ ผลิตภัณฑ์หรือสินค้าที่ตนเองรับผิดชอบ ผลการประเมินปรากฏว่า กลุ่มตัวอย่างที่สุ่มมาโดยการจับคู่พนักงานขายที่ขายสินค้าในแผนกเดียวกันและประสบการณ์เท่า ๆ กัน คะแนนดังต่อไปนี้

นครสวรรค์	32	60	88	16	43	70	97	23	49	74	36
พิษณุโลก	24	49	73	27	97	21	44	67	90	13	29

จงทดสอบว่าพนักงานทั้งสองสาขามีความแตกต่างกันหรือไม่ โดยใช้ $\alpha = 0.05$

9. บริษัทขายอุปกรณ์ลดน้ำหนักยี่ห้อหนึ่งโฆษณาว่า ถ้าใช้อุปกรณ์นี้สามารถลดน้ำหนักลงได้ภายใน 1 เดือน มีผู้ทำการทดลองกับกลุ่มตัวอย่างที่สุ่มมา 7 คน เป็นเวลา 1 เดือน ได้ผลตามตารางข้างล่างนี้ จงทดสอบดูว่า คำโฆษณาของบริษัทเชื่อถือได้หรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.025

คนที่	1	2	3	4	5	6	7
น้ำหนักก่อนทดลอง	99	103	106	122	111	93	95
น้ำหนักหลังทดลอง	100	91	98	107	109	102	90

หน่วย : กิโลกรัม

10. ชมรมภาษาไทยกล่าวว่า ถ้าให้นักศึกษามีโอกาสฝึกการอ่านแล้ว จะสามารถอ่านหนังสือได้เร็วขึ้น เพื่อเป็นการทดสอบคำกล่าวนี้ จึงสุ่มนักศึกษามาทำการทดลอง 8 คน และทำการบันทึกจำนวนคำที่นักศึกษาแต่ละคนอ่านได้ ก่อนและหลังขบวนการฝึก เมื่อกำหนดเวลาให้เท่า ๆ กัน ไว้ดังตารางต่อไปนี้

คนที่	ก่อนฝึก (X_1)	หลังฝึก (X_2)
1	500	700
2	800	1,200
3	1,250	1,500
4	400	1,000
5	900	1,000
6	1,600	1,800
7	1,000	1,150

คนที่	ก่อนฝึก (X_1)	หลังฝึก (X_2)
8	700	1,000

จงทดสอบสมมติฐานว่า คำกล่าวของชมรมภาษาไทยนี้เป็นจริงหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

11. สถานเสริมความงามแห่งหนึ่ง ทำการทดสอบโปรแกรมการลดน้ำหนักที่ใช้อยู่ โดยสุ่มลูกค้ามา 10 คน ทำการบันทึกน้ำหนักก่อนเข้าโปรแกรมและหลังเข้าโปรแกรมเป็นเวลา 3 เดือนแล้ว ได้ข้อมูลดังต่อไปนี้

คนที่	น้ำหนักก่อน (ก.ก.)	น้ำหนักหลัง (ก.ก.)
1	105	90
2	90	70
3	68	55
4	85	72
5	92	69
6	75	68
7	64	55
8	73	60
9	76	59
10	90	64

จงทดสอบสมมติฐานว่าในเวลา 3 เดือน โปรแกรมลดน้ำหนักนี้สามารถลดน้ำหนักได้จริงหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

เอกสารอ้างอิง

ทวี รื่นจินดา. (2524). สถิติไร้พารามิเตอร์. กรุงเทพฯ: O.S. PRINTING HOUSE CO. LTD.

บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์. (2543). สถิติวิเคราะห์เพื่อการวิจัย. กรุงเทพฯ: เรือนแก้ว.

มัลลิกา บุญนาค. (2537). สถิติเพื่อการตัดสินใจ. กรุงเทพฯ: พี.เอ็น. การพิมพ์.

วิสาข์ เกษประทุม. (2545). สถิตินอนพาราเมตริก. กรุงเทพฯ: พ.ศ. พัฒนา.

วัฒนา สุนทรธัย. (2543). เรียนสถิติด้วย SPSS ภาคสถิติไม่อิงพารามิเตอร์. กรุงเทพฯ: วิทยพัฒน์.

ส. วาสนา ประवालพฤกษ์. (2526). เอกสารประกอบการสอนวิชา 217 713 สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์. ขอนแก่น: สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

อำนวย เลิศชัยนัต. (2539). สถิตินอนพาราเมตริก. กรุงเทพฯ: ศิลปะการพิมพ์.

อุมาพร จันทศร. (2542). สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ฟิสิกส์เซ็นเตอร์.

Devore, Jay L. (1995). **Probability and Statistics for Engineering and the Sciences** 4th ed. Tokyo: Thomson.

Siegel, Sidney. (1956). **Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences**. New York: McGraw-Hill Inc.

Siegel, Sidney and Castellan, N. John Jr. (1988). **Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences**. 2nd ed. New York: McGraw-Hill Inc.

<http://www.wijai48.com/journal/journal-topic.htm>

http://www.en.wikipedia.org/wiki/binomial_test

แผนบริหารการสอนหน่วยที่ 4

การทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่ไม่สัมพันธ์กัน

เวลาสอน 12 ชั่วโมง

จุดมุ่งหมายรายวิชา

ข้อ 4 เพื่อให้สามารถทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่ไม่สัมพันธ์กันโดยใช้การทดสอบฟิชเชอร์ การทดสอบไคสแควร์ การทดสอบมัธยฐาน การทดสอบแมน-วิทนี และการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ

คุณลักษณะที่พึงประสงค์

ใฝ่รู้ มีทักษะการแก้โจทย์ปัญหา มีทักษะการทำงานร่วมกัน

วัตถุประสงค์

เพื่อให้ผู้เรียนสามารถ

1. บอกการทดสอบสมมติฐานกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่ไม่สัมพันธ์กันได้
2. อธิบายวิธีการทดสอบแบบต่าง ๆ ในการทดสอบสมมติฐานกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่ไม่สัมพันธ์กันได้
3. ทดสอบสมมติฐานกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่ไม่สัมพันธ์กันโดยใช้การทดสอบแบบต่าง ๆ ได้
4. ระบุขั้นตอนที่ผิดพลาดและปรับปรุงแก้ไขให้ถูกต้องในการทดสอบแบบต่าง ๆ ได้

เนื้อหาหน่วยที่ 4

- 4.1 การทดสอบฟิชเชอร์
- 4.2 การทดสอบไคสแควร์
- 4.3 การทดสอบมัธยฐาน
- 4.4 การทดสอบแมน-วิทนี
- 4.5 การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ

กิจกรรมการเรียนการสอน

ชั้นนำ

1. สะท้อนผลการทำแบบฝึกหัดหน่วยที่ 3
 2. ชี้แจงวัตถุประสงค์ และเนื้อหาหน่วยที่ 4
- ชั้นสอน (ตามลำดับเนื้อหา ๆ ละ 2 ชั่วโมง)

1. บรรยายหลักการทฤษฎีการทดสอบฟิชเชอร์ การทดสอบไคสแควร์ การทดสอบมัธยฐาน และการทดสอบแมน-วิทนี ประกอบเพาเวอร์พอยท์และเอกสารประกอบการสอน

2. ยกตัวอย่างการทดสอบสมมติฐาน ดำเนินการเป็นขั้นตอนดังนี้

- 2.1 วิเคราะห์ข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้
- 2.2 วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ทดสอบ
- 2.3 กำหนดวิธีการทดสอบ
- 2.4 ดำเนินการทดสอบ

(ตั้งสมมติฐาน กำหนดระดับนัยสำคัญ คำนวณค่าสถิติ กำหนดเขตวิกฤติ และสรุปผล)

3. แบ่งกลุ่มทำโจทย์การทดสอบสมมติฐาน กลุ่มละ 1 ข้อ และสืบค้นตัวอย่างงานวิจัยที่ใช้การทดสอบพีชเชอร์ การทดสอบไคสแควร์ การทดสอบมัธยฐาน และการทดสอบแมน-วิทนี จากอินเทอร์เน็ต

4. นำเสนอผลการทำโจทย์และการสืบค้น อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ชั้นสรุป

1. ร่วมพิจารณาข้อผิดพลาดในการทดสอบพีชเชอร์ การทดสอบไคสแควร์ การทดสอบมัธยฐาน และการทดสอบแมน-วิทนี

2. ร่วมตอบคำถามทบทวนท้ายหน่วยที่ 4

3. ให้ทำแบบฝึกหัดหน่วยที่ 4 จำนวน 2 ข้อ เป็นรายบุคคล

* ทดสอบกลางภาคการศึกษา (2-4 ชั่วโมง)

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบสอนหน่วยที่ 4
2. เพาเวอร์พอยท์หน่วยที่ 4
3. อินเทอร์เน็ตเพื่อการสืบค้น

การวัดและประเมินผล

1. สังเกตพฤติกรรมใฝ่รู้ และการทำงานร่วมกัน
2. ตรวจแบบฝึกหัด

* ทดสอบกลางภาคการศึกษา (20 คะแนน)

หน่วยที่ 4

การทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่ไม่สัมพันธ์กัน

4.1 การทดสอบฟิชเชอร์

การทดสอบฟิชเชอร์ (Fisher Exact Probability Test) เป็นสถิติที่ใช้ทดสอบความมีนัยสำคัญในกรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่มีอิสระจากกันที่ข้อมูลอยู่ในรูปความถี่ และข้อมูลมีขนาดเล็ก

1) ข้อตกลงเบื้องต้น

- (1) ระดับการวัดอยู่ในมาตราแบบบัญญัติหรือมาตราเรียงลำดับ
- (2) กลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่เป็นอิสระจากกัน โดยแต่ละกลุ่มแบ่งออกเป็น 2 ประเภทหรือสองลักษณะ จะสามารถจัดอยู่ในรูปของตารางขนาด 2×2 (2×2 Contingency Table) ได้ดังต่อไปนี้

ประเภท	กลุ่มตัวอย่างที่		รวม
	I	II	
1	A	B	A + B
2	C	D	C + D
รวม	A + C	B + D	N = A + B + C + D

จากตาราง กลุ่มตัวอย่างที่ I และ II อาจเป็นชายกับหญิง นักธุรกิจกับข้าราชการ เป็นต้น ส่วนประเภท (ลักษณะ) ที่ 1 และ 2 อาจจะเป็น ผ่าน-ไม่ผ่าน เห็นด้วย-ไม่เห็นด้วย ถูก-ผิด เป็นต้น

A, B, C, D แทน จำนวนความถี่ที่สังเกตได้

N แทน จำนวนความถี่ที่สังเกตได้ทั้งหมด

$$\text{ดังนั้น } N = A + B + C + D$$

2) สมมติฐาน

จุดหมายของการทดสอบแบบนี้ คือ ต้องการทดสอบว่าสัดส่วนหรือความน่าจะเป็นของประชากร 2 กลุ่ม จะถูกแบ่งเป็นสองประเภทเท่ากันหรือไม่ หรือทดสอบว่าประชากรทั้ง 2 กลุ่ม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญหรือไม่ในค่าสัดส่วนของเหตุการณ์ที่สนใจ จึงตั้งสมมติฐาน ดังนี้

H_0 : สัดส่วนของการจำแนกเป็นสองประเภทของประชากรสองกลุ่มเท่ากัน

H_1 : สัดส่วนของการจำแนกเป็นสองประเภทของประชากรสองกลุ่มไม่เท่ากัน

หรือ

$$H_0 : P_1 = P_2$$

$$H_1 : P_1 \neq P_2 \text{ หรือ } H_1 : P_1 > P_2 \text{ หรือ } H_1 : P_1 < P_2$$

3) วิธีการทดสอบ

จากตารางการจรขนาด 2×2 ที่แสดงความถี่ที่สังเกตได้ข้างต้นเราสามารถคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นตามสมมติฐานได้จากสูตรของการแจกแจงไฮเพอร์จีออเมตริก ดังนี้

$$P = \frac{\binom{A+C}{A} \binom{B+D}{B}}{\binom{N}{A+B}}$$

$$P = \frac{\left[\frac{(A+C)!}{A!C!} \right] \left[\frac{(B+D)!}{B!D!} \right]}{\left[\frac{N!}{(A+B)!(C+D)!} \right]}$$

$$P = \frac{(A+C)!(B+D)!}{A!B!C!D!} \times \frac{(A+B)!(C+D)!}{N!}$$

$$P = \frac{(A+B)!(C+D)!(A+C)!(B+D)!}{N!A!B!C!D!} \dots\dots\dots (1)$$

(1) การทดสอบเมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($N \leq 15$)

หาความน่าจะเป็นจากตารางที่ 10 ในภาคผนวก และมีขั้นตอนดังนี้

(1.1) ให้ S_1 แทนผลรวมของความถี่ในแถวที่มีค่าน้อยที่สุด
และ S_2 แทนผลรวมของความถี่ในสตรัมภ์ที่มีค่าน้อยที่สุด

(1.2) ให้ X แทนจำนวนความถี่ที่สังเกตได้ซึ่งอยู่ตรงกับ S_1 และ S_2

X	—
—	—

← S_1 (ผลรวมของความถี่ในแถวที่มีค่าน้อยที่สุด)

↑ S_2 (ผลรวมของความถี่ในสตรัมภ์ที่มีค่าน้อยที่สุด)

(2) นำค่า N_1 , S_1 , S_2 , X ไปเปิดตารางที่ 10 ในภาคผนวก เพื่อหาความน่าจะเป็น ถ้าการทดสอบทางเดียวใช้ค่าความน่าจะเป็นในช่อง *obs.* แต่ถ้าเป็นการทดสอบแบบสองทางใช้ความน่าจะเป็นในช่อง *total*

(3) การทดสอบเมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($N > 15$)

ต้องคำนวณค่าความน่าจะเป็นด้วยตนเองตามสูตร (1)

4) การแจกแจงทางสถิติ เป็นการแจกแจงแบบไฮเพอร์จีโอเมตริกทั้งสองกรณี

5) ลักษณะของการทดสอบ เป็นแบบทางเดียวหรือสองทาง

6) การตัดสินใจ

(1) กรณีการทดสอบเมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($N \leq 15$)

ให้เปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นจากตารางที่ 10 กับระดับความมีนัย (α) ที่กำหนดไว้ ถ้าค่าความน่าจะเป็นที่เปิดได้จากตารางมีค่ามากกว่าระดับความมีนัยสำคัญ ต้องยอมรับ H_0 แต่ถ้าค่าความน่าจะเป็นที่เปิดได้จากตารางมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับระดับความมีนัยสำคัญ ต้องปฏิเสธ H_0 ไปยอมรับ H_1

(2) กรณีการทดสอบเมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($N > 15$)

ให้เปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของข้อมูลที่คำนวณได้กับค่าระดับความมีนัยสำคัญ เช่นเดียวกับข้อ 1 และจะปฏิเสธ H_0 เมื่อค่าความน่าจะเป็นของข้อมูลที่คำนวณได้มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าระดับความมีนัยสำคัญที่กำหนดไว้

ตัวอย่างที่ 4.1 จากการเฝ้าสังเกตนักเรียนอนุบาลที่สุ่มไว้ 12 คน เป็นนักเรียนชาย 7 คน นักเรียนหญิง 5 คน ในวันแรกของการมาโรงเรียนว่ามีความวิตกกังวล สูง หรือ ต่ำ ปรากฏว่า มีความวิตกกังวลสูง เป็นนักเรียนชาย 5 คน นักเรียนหญิง 2 คน นอกนั้นมีความวิตกกังวลต่ำ จงทดสอบสมมติฐานว่าวันแรกของการมาโรงเรียนนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงมีความวิตกกังวลสูง หรือ ต่ำ ต่างกันหรือไม่ โดยใช้ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ นำข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้มาใส่ลงในตารางการจร ดังนี้

ความวิตกกังวล	จำนวนนักเรียน		รวม
	ชาย	หญิง	
สูง	A = 5	B = 2	A + B = 7
ต่ำ	C = 2	D = 3	C + D = 5
รวม	A + C = 7	B + D = 5	N = A + B + C + D = 12

1) สมมติฐาน

H_0 : นักเรียนชายกับนักเรียนหญิงมีความวิตกกังวล สูง หรือ ต่ำ ไม่แตกต่างกัน

H_1 : นักเรียนชายกับนักเรียนหญิงมีความวิตกกังวล สูง หรือ ต่ำ แตกต่างกัน

หรือ $H_0 : P_1 = P_2$

$H_1 : P_1 \neq P_2$

เมื่อ P_1 = สัดส่วนนักเรียนชายที่มีความวิตกกังวล สูง

P_2 = สัดส่วนนักเรียนหญิงที่มีความวิตกกังวล สูง

2) ระดับนัยสำคัญ ให้ $\alpha = 0.05$

3) การทดสอบ เนื่องจาก $N = 12$ น้อยกว่า 15 จึงสามารถหาความน่าจะเป็นได้จากตารางที่ 10 ในภาคผนวก ทำตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

(1) จากตารางการจร จะได้ $N = 12, S_1 = 5, S_2 = 5, X = 3$

(2) จากตารางที่ 10 ในภาคผนวก เมื่อ $N = 12, S_1 = 5, S_2 = 5, X = 3$ จะได้ $p = 0.558$ (การทดสอบสองทางต้องใช้ตัวเลขในช่อง total)

4) เขตวิกฤติ กำหนด $\alpha = 0.05$ ค่าวิกฤติ p จึงเท่ากับ 0.05 ดังนั้น ถ้าความน่าจะเป็นที่ได้จากตารางที่ 10 ในภาคผนวก น้อยกว่าหรือเท่ากับ 0.05 ก็จะต้องปฏิเสธ H_0

5) สรุปผล เนื่องจากค่าความน่าจะเป็นคำนวณได้(จากตาราง) มากกว่าระดับความมีนัยสำคัญ 0.05 ($0.558 > 0.05$) จึงยอมรับสมมติฐาน H_0

แสดงว่า วันแรกของการมาโรงเรียน นักเรียนอนุบาลชายกับหญิงมีความวิตกกังวลสูงหรือต่ำไม่แตกต่างกัน

ตัวอย่างที่ 4.2 การสุ่มตัวอย่างนักศึกษาที่เรียนวิชา สถิติเบื้องต้น มา 20 คน เป็นชาย 8 คน หญิง 12 คน ปรากฏว่า นักเรียนชายสอบผ่าน 6 คน ส่วนนักเรียนหญิงสอบผ่าน 10 คน จงหาสมมติฐานว่าสัดส่วนของนักศึกษาชายที่สอบผ่านมากกว่าสัดส่วนของนักศึกษาหญิงสอบผ่านใช่หรือไม่ โดยใช้ระดับความมีนัยสำคัญ 0.01

วิธีทำ นำข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้มาใส่ลงในตารางการจร ดังนี้

ผลการสอบ	จำนวนนักศึกษา		รวม
	ชาย	หญิง	
ผ่าน	A = 6	B = 10	A + B = 16
ไม่ผ่าน	C = 2	D = 2	C + D = 4
รวม	A + C = 8	B + D = 12	N = A + B + C + D = 20

1) สมมติฐาน

H_0 : สัดส่วนนักศึกษาชายที่สอบผ่านเท่ากับสัดส่วนของนักศึกษาหญิงที่สอบผ่าน

H_1 : สัดส่วนนักศึกษาชายที่สอบผ่านมากกว่าสัดส่วนของนักศึกษาหญิงที่สอบผ่าน

หรือ $H_0 : P_1 = P_2$

$H_1 : P_1 > P_2$

เมื่อ P_1 = สัดส่วนของนักศึกษาชายที่สอบผ่าน

P_2 = สัดส่วนของนักศึกษาหญิงที่สอบผ่าน

2) ระดับนัยสำคัญ ให้ $\alpha = 0.01$

3) การทดสอบ เนื่องจาก $N = 20$ มากกว่า 15 ไม่สามารถหาความน่าจะเป็นได้จากตารางที่ 10 ในภาคผนวก จึงต้องคำนวณหาความน่าจะเป็นจากสูตร (1)

$$P = \frac{(A+B)!(C+D)!(A+C)!(B+D)!}{N!A!B!C!D!}$$

โดยทำตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

(1) จากตารางการจร จะได้ $A = 6, B = 10, C = 2, D = 2$ และเนื่องจากต้องคำนวณหาความน่าจะเป็นแบบสะสม เพื่อนำไปเปรียบเทียบกับค่าที่กำหนดไว้ จึงต้องพิจารณากรณีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมด โดยให้ผลรวมของทุกแถว ทุกสดมภ์ ของตารางการจรคงที่ ซึ่งจะได้ 3 กรณี ดังนี้

	ชาย	หญิง	รวม
ผ่าน	6	10	16
ไม่ผ่าน	2	2	4
รวม	8	12	20

	ชาย	หญิง	รวม
ผ่าน	7	9	16
ไม่ผ่าน	1	3	4
รวม	8	12	20

	ชาย	หญิง	รวม
ผ่าน	8	8	16
ไม่ผ่าน	0	4	4
รวม	8	12	20

(2) คำนวณหาค่า p ตามสูตรที่ (1) ทั้ง 3 กรณี แล้วนำมาบวกกัน ดังนี้

$$\begin{aligned} P &= \frac{16!4!8!12!}{20!6!10!2!2!} + \frac{(16!4!8!12!)}{20!7!9!1!3!} + \frac{16!4!8!12!}{20!8!8!0!4!} \\ &= 0.3814241 + 0.3632610 + 0.1021671 = 0.8468522 \end{aligned}$$

4) เขตวิกฤติ กำหนด $\alpha = 0.01$ ค่าวิกฤติ p จึงเท่ากับ 0.01 ดังนั้น ถ้าความน่าจะเป็นที่ได้น้อยกว่าหรือเท่ากับ 0.01 ก็จะต้องปฏิเสธ H_0

5) สรุปผล เนื่องจากค่าความน่าจะเป็นคำนวณได้เท่ากับ 0.847 มากกว่าระดับความมีนัยสำคัญ 0.01 จึงยอมรับสมมติฐาน H_0

แสดงว่า สัดส่วนของนักศึกษาชายที่สอบผ่านเท่ากับสัดส่วนของนักศึกษาหญิงที่สอบผ่าน หรือ สัดส่วนของนักศึกษาชายที่สอบผ่านไม่มากกว่าสัดส่วนของนักศึกษาหญิงที่สอบผ่านที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.01

4.2 การทดสอบไคสแควร์

จุดมุ่งหมายของการใช้สถิติ

สถิติทดสอบไคสแควร์ (Chi-Square Test : χ^2 Test) จะใช้ในการทดสอบลักษณะต่าง ๆ ของประชากรว่าเป็นไปตามที่คาดไว้หรือไม่ เป็นการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของตัวแปร 2 ตัวที่ไม่สัมพันธ์กัน โดยที่ตัวแปรทั้ง 2 ตัวดังกล่าว อาจจะเป็นตัวแปรชนิดเดียวกันหรือต่างชนิดกัน ซึ่งผู้วิจัยส่วนใหญ่จำเป็นต้องใช้สถิติที่วัดความสัมพันธ์ของตัวแปร ถ้าตรวจสอบแล้วพบว่า ตัวแปรทั้ง 2 ตัวมีความสัมพันธ์กัน จะต้องวัดระดับทิศทางความสัมพันธ์ด้วย

การวัดเปรียบเทียบค่าความแตกต่างของจำนวนความถี่ที่สังเกตมาได้จากค่าความถี่คาดหวัง โดยถือว่าค่าความถี่คาดหวังเป็นพารามิเตอร์ของในแต่ละประเภทที่จำแนกซึ่งเราต้องการทดสอบ ในขณะที่ค่าความถี่ที่สังเกตมาได้เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ดังกล่าวในแต่ละประเภทนั้น ๆ ถ้าค่า χ^2 ที่สังเกตได้ (คำนวณ) มีค่าน้อยกว่าค่าที่คาดหวัง (ค่าวิกฤติ) ก็นับว่าการทดสอบนั้นไม่มีนัยสำคัญ หรือกล่าวว่าความถี่ที่สังเกตได้มีความสอดคล้องตามสมมติฐาน

4.2.1 ระดับการวัดของข้อมูล

ระดับการวัดของข้อมูลอยู่ในมาตรานามบัญญัติ (Nominal Scale) โดยนับเป็นความถี่และมาตราเรียงอันดับ (Ordinal Scale)

4.2.2 ลักษณะของตัวแปร

(1) ตัวแปรทั้ง 2 เป็นตัวแปรเชิงกลุ่มหรือเชิงคุณภาพ เช่น เพศ กับสีของรถยนต์ที่ชอบ

(2) ตัวแปรตัวหนึ่งเป็นเชิงกลุ่ม ส่วนตัวแปรอีกตัวหนึ่งเป็นเชิงปริมาณ เช่น อาชีพ กับคะแนนความพึงพอใจ

(3) ตัวแปรทั้ง 2 ตัวเป็นตัวแปรเชิงปริมาณ เช่น อายุ กับคะแนนความพึงพอใจ รายได้กับความถี่ในการชมภาพยนตร์

ในการศึกษาความสัมพันธ์ของตัวแปร 2 ตัว ซึ่งทั้ง 2 ตัวแปรนั้นเป็นตัวแปรเชิงคุณภาพ คือเป็นสเกลแบ่งกลุ่มหรือสเกลอันดับ เช่น เพศกับความคิดเห็น อาชีพกับพฤติกรรมต่าง ๆ หนังสือพิมพ์ที่อ่านประจำกับระดับการศึกษา เป็นต้น

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ เมื่อตัวแปรทั้ง 2 ตัวเป็นตัวแปรเชิงกลุ่ม โดยเขียนสมมติฐานเพื่อการทดสอบดังนี้

H_0 : ตัวแปรเชิงกลุ่มทั้ง 2 ตัวเป็นอิสระกัน

H_1 : ตัวแปรเชิงกลุ่มทั้ง 2 ตัวไม่เป็นอิสระกัน

สถิติทดสอบ : เพียร์สันไคสแควร์ (Pearson Chi-Square)

$$\text{โดยที่ } \text{Pearson Chi-Square} = \chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

เมื่อ O_{ij} = จำนวนหรือความถี่ของข้อมูลที่มีลักษณะที่ i ของตัวแปรที่หนึ่งและมีลักษณะที่ j ของตัวแปรที่สอง

r = จำนวนลักษณะของตัวแปรที่หนึ่ง

c = จำนวนลักษณะของตัวแปรที่สอง

E_{ij} = ความถี่หรือจำนวนที่คาดหวังของลักษณะที่ i ของตัวแปรที่หนึ่งและลักษณะที่ j ของตัวแปรที่สอง

4.2.3 ข้อตกลงเบื้องต้นของการใช้สถิติ

- (1) ข้อมูลแต่ละค่าจะต้องอยู่ที่ cell ใน cell หนึ่งเท่านั้น
- (2) ข้อมูลแต่ละค่าจะเป็นอิสระจากข้อมูลอื่น
- (3) ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์จะเป็นค่าความถี่ (ไม่ใช่เปอร์เซ็นต์) ค่าความถี่ที่คาดหวังในแต่ละ cell จะต้องไม่น้อยกว่า 5 สำหรับกรณีที่ $df \geq 2$ และไม่น้อยกว่า 10 ถ้า $df = 1$

(4) ความถี่ หรือจำนวนที่คาดหวัง E_{ij} จะต้องไม่ต่ำกว่า 5 หรือ $E_{ij} \geq 5$;
 $i = 1, 2, \dots, r$, $j = 1, 2, \dots, c$

(5) กรณีที่มีตารางขนาด 2×2 ($r = 2$, $c = 2$) สถิติทดสอบเพียร์สัน-ไคสแควร์จะเป็น

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(O_{ij} - E_{ij} - 0.5)^2}{E_{ij}}$$

หรือ ใช้สถิติทดสอบ Fisher's Exact Test

4.2.4 ข้อจำกัดการทดสอบไคสแควร์

(1) การทดสอบด้วยไคสแควร์เหมาะสมกับตัวอย่างขนาดใหญ่ ถ้าขนาดตัวอย่างเป็น 4 หรือ 5 เท่าของจำนวนเหตุการณ์ ค่าไคสแควร์จะประมาณได้ค่อนข้างดี แม้ว่าค่าความถี่คาดหวังจะน้อย อย่างไรก็ตามไม่ควรน้อยกว่า 5 ถ้าความถี่คาดหวังของเหตุการณ์ได้น้อยกว่า 5 จะปรับแก้โดยรวมความถี่ของเหตุการณ์นั้นเข้ากับความถี่ของเหตุการณ์ที่อยู่ใกล้เคียง หรือรวมกับเหตุการณ์คล้ายกันลักษณะใกล้เคียงกัน ซึ่งจะทำให้องศาความเป็นอิสระลดลง แนวทางปรับแก้ที่ดี คือเก็บข้อมูลเพิ่มเติมให้ตัวอย่างมีขนาดใหญ่ขึ้น

(2) การหาองศาความเป็นอิสระสำหรับข้อมูลที่มี k เหตุการณ์ องศาความเป็นอิสระเท่ากับ $k-r-1$ เมื่อ r คือ จำนวนพารามิเตอร์ที่ต้องประมาณจากข้อมูลเพื่อใช้ในการหาค่าความถี่คาดหวังลบด้วย 1 เพราะสูญเสียความเป็นอิสระในการประมาณความถี่ที่คาดหวัง

(3) กรณีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 การทดสอบไคสแควร์จะใช้ได้ไม่ค่อยดี Frank Yates ได้ปรับแก้ตัวสถิติไคสแควร์ เพื่อให้การใช้ไคสแควร์ดีขึ้น ดังนี้

$$\text{corrected } \chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{\left(|O_i - E_i| - \frac{1}{2} \right)^2}{E_i}$$

4.2.5 ลักษณะของข้อมูล ข้อมูลแบ่งได้ 3 ลักษณะ ดังนี้

(1) ข้อมูลตัวอย่างสุ่มจากประชากรชุดเดียว แล้วจำแนกเป็นหลายประเภทด้วยปัจจัยเดียว อยู่ในรูปตารางการแจกแจงทางเดียว เช่น การลงงานของบุคลากรในองค์กรหนึ่ง จำแนกตามวัน เป็นดังนี้

ตาราง แสดงการลงงานของบุคลากรในองค์กรหนึ่งจำแนกตามวัน

วัน	จันทร์	อังคาร	พุธ	พฤหัสบดี	ศุกร์
จำนวนพนักงาน	124	74	104	98	120

(2) ข้อมูลตัวอย่างสุ่มมาจากประชากรชุดเดียว แล้วจำแนกตามลักษณะ 2 ลักษณะ อยู่ในรูปตารางการแจกแจงสองทาง เช่น การขาดงานของบุคลากรองค์กรในแต่ละวันจำแนกตามเพศ

ตารางแสดงจำนวนนักศึกษาที่สอบวิชาสถิติได้เกรดต่าง ๆ จำแนกตามเพศ

เพศ	เกรด				
	จันทร์	อังคาร	พุธ	พฤหัสบดี	ศุกร์
ชาย	44	32	60	52	78
หญิง	80	42	44	46	42

(3) ข้อมูลตัวอย่างสุ่มจากประชากรหลายชุดที่เป็นอิสระกัน แล้วจำแนกเป็นหลายประเภท อยู่ในรูปตารางการแจกแจงสองทาง เช่น จำนวนบุคลากรที่ลงงานของ 2 แผนก เป็นดังนี้ ตารางที่แสดงจำนวนบุคลากรที่ลงงานของ 2 แผนก

แผนก	เกรด				
	จันทร์	อังคาร	พุธ	พฤหัสบดี	ศุกร์
ก	3	10	20	15	7
ข	5	15	10	18	5

รูปแบบทั่วไปของตารางแจกแจงสองทาง (Contingency Table) ที่มีจำนวนแถวอนเท่ากับ r และจำนวนแถวตั้งเท่ากับ c เรียกว่า ตารางแจกแจงสองทาง $r \times c$ ค่าสังเกตในแถวอนที่ i และแถวตั้งที่ j แทนด้วย O_{ij} ผลรวมของแถวอนที่ i แทนด้วย R_i ผลรวมของแถวตั้ง j แทนด้วย C_j และผลรวมทั้งหมดคือ N เป็นดังนี้

แถว	1	2	3	. . .	c	ผลรวม
1	O_{11}	O_{12}	O_{13}	. . .	O_{1c}	R_1
2	O_{21}	O_{22}	O_{23}	. . .	O_{2c}	R_2
3						
.						
.						
r	O_{r1}	O_{r2}	O_{r3}	. . .	O_{rc}	R_r
ผลรวม	C_1	C_2	C_3	. . .	C_c	N

สูตรที่ใช้ในการคำนวณ $E_{ij} = \frac{R_i C_j}{N}$

ตัวทดสอบ สถิติสำหรับข้อมูลแจกแจงสองทาง $\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$

$i = 1, 2, 3, \dots, r$ และ $j = 1, 2, 3, \dots, c$

เขตวิกฤต $\chi^2_{\alpha, (r-1)(c-1)}$ (จากตารางค่าวิกฤติ)

สรุปผล $\chi^2_{cal} \geq \chi^2_{\alpha, (r-1)(c-1)}$, ปฏิเสธ H_0

4.2.6 การวิเคราะห์ข้อมูลโดยการทดสอบไคสแควร์

การวิเคราะห์ข้อมูลจำแนกประเภททั้ง 3 ลักษณะ ใช้หลักการทดสอบไคสแควร์ ได้แก่ การทดสอบความเหมาะสม (Goodness of Fit Test) การทดสอบความเป็นอิสระ (Test of Independence) และการทดสอบเอกภาพ (Test of Homogeneity)

4.2.6.1 การทดสอบความเหมาะสม

การทดสอบความเหมาะสมสำหรับข้อมูลที่จำแนกทางเดียว บางครั้งเรียกว่า การทดสอบภาวะสารูปสนิทธิ เป็นการทดสอบเกี่ยวกับลักษณะหนึ่งของประชากร โดยพิจารณาความถี่ในแต่ละระดับ การทดสอบแบ่งได้เป็น การทดสอบอัตราส่วนและการทดสอบการแจกแจงของประชากร

การทดสอบอัตราส่วน

ถ้าในประชากรหนึ่งมีเหตุการณ์ที่สนใจ k เหตุการณ์ ($k \geq 2$) เท่ากับ $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ การทดสอบอัตราส่วน เป็นการทดสอบว่าการเกิดเหตุการณ์ $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ เป็นไปตามอัตราส่วน $C_1 : C_2 : C_3 : \dots : C_k$ หรือไม่ มีขั้นตอนการทดสอบดังนี้

1) ตั้งสมมติฐาน

$$H_0 : A_1, A_2, A_3, \dots, A_k = C_1 : C_2 : C_3 : \dots : C_k$$

$$H_1 : A_1, A_2, A_3, \dots, A_k \neq C_1 : C_2 : C_3 : \dots : C_k$$

2) กำหนดระดับนัยสำคัญ (α)

$$3) \text{ คำนวณตัวทดสอบสถิติ } \chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

4) ขอบเขตวิกฤต $\chi^2_{\text{cal}} \geq \chi^2_{\alpha}$ ที่จำนวนองศาความเป็นอิสระ (df) เท่ากับ $k - 1$

5) สรุปผลการทดสอบ ถ้า χ^2_{cal} ตกอยู่ในบริเวณวิกฤต สรุปได้ว่า ข้อมูลที่รวบรวมได้มาจากประชากรซึ่งการเกิดขึ้นของเหตุการณ์ต่าง ๆ ไม่เป็นไปตามอัตราส่วนของสมมติฐาน H_0

ตัวอย่างที่ 4.3 จากข้อมูลในตาราง ต้องการทดสอบว่าการลางานของบุคลากรในองค์กรในแต่ละวันเป็นอัตราส่วนเท่ากับ 1:2:4:2:1 หรือไม่ โดยใช้ $\alpha = 0.01$

วิธีทำ

1) H_0 : การลางานของบุคลากรขององค์กรจำแนกตามวันต่าง ๆ ในอัตราส่วนเท่ากับ

$$2:1:2:1:2$$

H_1 : การลางานของบุคลากรขององค์กรจำแนกตามวันต่าง ๆ ในอัตราส่วนไม่เท่ากับ

$$2:1:2:1:2$$

2) $\alpha = 0.01$

3) คำนวณ $E_i = np_i$

วัน	จันทร์	อังคาร	พุธ	พฤหัสบดี	ศุกร์	รวม
O_i	124	74	104	98	120	520
ความน่าจะเป็นภายใต้ $H_0(P)$	$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	1
E_i	130	65	130	65	130	520
$\frac{(O - E)^2}{E}$	0.28	1.25	5.2	16.75	0.77	24.25

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \frac{(124 - 130)^2}{130} + \frac{(74 - 65)^2}{65} + \frac{(104 - 130)^2}{130} + \frac{(98 - 65)^2}{65} + \frac{(120 - 130)^2}{130} \\ &= 24.25 \end{aligned}$$

4) CR : $\chi^2_{0.01, (5-1)} = 13.28$

5) $CR: \chi^2_{\text{cal}} \geq \chi^2_{0.01, (5-1)}$, ปฏิเสธ H_0

6) สรุปได้ว่า การลาของบุคลากรขององค์กรไม่เป็นไปตามอัตราส่วน 2:1:2:1:2 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

4.2.6.2 การทดสอบความเป็นอิสระ

การทดสอบความเป็นอิสระ เป็นการทดสอบลักษณะที่สนใจสองลักษณะว่ามีความเป็นอิสระกันหรือไม่ เช่น เพศและผลการเรียนเป็นอิสระกันหรือไม่ ระดับการศึกษาของบิดาและการสอบเข้าเรียนต่อในระดับมหาวิทยาลัยเป็นอิสระกันหรือไม่ ข้อมูลจะถูกจำแนกตามลักษณะที่สนใจศึกษา ตารางข้อมูลจะเป็นตารางสองทาง การทดสอบจะใช้ความถี่ของข้อมูลที่อยู่ในแต่ละระดับของลักษณะที่ 1 และลักษณะที่ 2 โดยผู้ทดสอบจะแบ่งแต่ละลักษณะออกเป็นระดับหลายระดับ มีขั้นตอนในการทดสอบดังนี้

1) ตั้งสมมติฐาน

H_0 : ลักษณะทั้งสองเป็นอิสระต่อกัน หรือไม่มีความสัมพันธ์กัน

H_1 : ลักษณะทั้งสองไม่เป็นอิสระต่อกัน หรือมีความสัมพันธ์กัน

2) กำหนดระดับนัยสำคัญ α

3) ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ $\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$

$$i = 1, 2, 3, \dots, r \quad \text{และ} \quad j = 1, 2, 3, \dots, c$$

$$E_{ij} = \frac{R_i C_j}{n}$$

4) บริเวณวิกฤต คือ $\chi^2_{\text{cal}} \geq \chi^2_{\alpha, (r-1)(c-1)}$, ปฏิเสธ H_0

5) สรุปผลการทดสอบ

ตัวอย่างที่ 4.4 จากตารางข้อมูลการเป็นมะเร็งบ่งกับการสูบบุหรี่ จงทดสอบว่าข้อมูลมีความสัมพันธ์กัน

การสูบบุหรี่ \ การเป็นมะเร็ง	เป็น	ไม่เป็น	รวม
สูบ	30	20	50
ไม่สูบ	12	18	30
รวม	42	38	80

วิธีทำ

1) H_0 : การเป็นมะเร็งบ่งกับการสูบบุหรี่ ไม่มีความสัมพันธ์กัน

H_1 : การเป็นมะเร็งบ่งกับการสูบบุหรี่ มีความสัมพันธ์กัน

2) $\alpha = 0.05$

3) ตัวสถิติ, ค่าสถิติ $\chi^2 = \sum_{ij} \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$

4) คำนวณ

	R_j			
C_i	30	20	50	R_1
	12	18	30	R_2
	42	38	$N = 80$	
	C_1	C_2		

$$E_{11} = \frac{R_1 \times C_1}{N} = \frac{50 \times 42}{80} = 26.25$$

$$E_{12} = \frac{R_1 \times C_2}{N} = \frac{50 \times 38}{80} = 23.75$$

$$E_{21} = \frac{R_2 \times C_1}{N} = \frac{30 \times 42}{80} = 15.75$$

$$E_{22} = \frac{R_2 \times C_2}{N} = \frac{30 \times 38}{80} = 14.25$$

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \sum_{ij} \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \\ &= \frac{(30 - 26.25)^2}{26.25} + \frac{(20 - 23.75)^2}{23.75} + \frac{(12 - 15.75)^2}{15.75} + \frac{(18 - 14.25)^2}{14.25} \\ &= 3.0075 \end{aligned}$$

5) $\chi^2_{1-\alpha, df}$, เมื่อ $df = (C - 1) \times (R - 1) = (2 - 1) \times (2 - 1) = 1$

$$\chi^2_{0.95, 1} = 3.841$$

6) สรุปผล

$$\chi^2_{\text{คำนวณ}} < \chi^2_{\text{ตาราง(วิกฤต)}}, \text{ ยอมรับ } H_0$$

แสดงว่า การเป็นมะเร็งบ่งกับการสูบบุหรี่ ไม่มีความสัมพันธ์กัน

ตัวอย่างที่ 4.5 สํารวจข้อมูลของการใช้ Internet ของนักศึกษามหาวิทยาลัยแห่งหนึ่ง ได้ข้อมูลดังนี้

เพศ \ ใช้ Internet	ใช้ Internet		รวม
	เป็น	ไม่เป็น	
ชาย	10	15	25
หญิง	15	20	35
รวม	25	35	55

จงทดสอบว่าการใช้ Internet และเพศ มีความสัมพันธ์กันหรือไม่

วิธีทำ

1) H_0 : การใช้ Internet และเพศ ไม่มีความสัมพันธ์กัน

H_1 : การใช้ Internet และเพศ มีความสัมพันธ์กัน

2) $\alpha = 0.05$

3) ตัวสถิติ, ค่าสถิติ $\chi^2 = \sum_{ij} \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$

4) คำนวณ

		R_j			
C_i		10	15	25	R_1
		15	20	35	R_2
		25	35	$N = 55$	
		C_1	C_2		

$$E_{11} = \frac{R_1 \times C_1}{N} = \frac{25 \times 25}{55} = 11.36$$

$$E_{12} = \frac{R_1 \times C_2}{N} = \frac{25 \times 35}{55} = 15.90$$

$$E_{21} = \frac{R_2 \times C_1}{N} = \frac{35 \times 25}{55} = 15.90$$

$$E_{22} = \frac{R_2 \times C_2}{N} = \frac{35 \times 35}{55} = 22.27$$

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \sum_{ij} \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \\ &= \frac{(10 - 11.36)^2}{11.36} + \frac{(15 - 15.90)^2}{15.90} + \frac{(15 - 15.90)^2}{15.90} + \frac{(20 - 22.27)^2}{22.27} \end{aligned}$$

$$= 0.496$$

$$5) \chi^2_{1-\alpha, df}, \text{ เมื่อ } df = (C-1) \times (R-1) = (2-1) \times (2-1) = 1$$

$$\chi^2_{0.95, 1} = 3.841 \text{ (จากตารางค่าวิกฤติ)}$$

$$6) \text{สรุปผล } \chi^2_{\text{คำนวณ}} < \chi^2_{\text{ตาราง(วิกฤติ)}}, \text{ ยอมรับ } H_0$$

แสดงว่า การใช้ Internet และเพศ ไม่มีความสัมพันธ์กัน

ตัวอย่างที่ 4.6 จากการศึกษาทัศนคติต่อรายการทีวีที่กำลังผลิตซึ่งนำเสนอความรุนแรง โดยสุ่มตัวอย่างที่เป็นผู้ใหญ่ 1200 คน เพื่อถามคำถาม ท่านคิดว่าความรุนแรงที่เสนอในทีวีกับอาชญากรรมเกี่ยวข้องกันหรือไม่ ได้ข้อมูลในตารางข้างล่าง จากข้อมูลสรุปได้หรือไม่ว่า ทัศนคติกับเพศมีความสัมพันธ์ จงทดสอบความเป็นอิสระด้วยระดับความเชื่อมั่น 95%

เพศ	คำตอบ			รวม
	ใช่	ไม่ใช่	ไม่แน่ใจ	
ชาย	361	228	17	606
หญิง	433	141	20	594
รวม	794	369	37	1200

วิธีทำ

$$1) H_0 : \text{เพศและทัศนคติ ไม่มีความสัมพันธ์กัน}$$

$$H_1 : \text{เพศและทัศนคติ มีความสัมพันธ์กัน}$$

$$2) \alpha = 0.05$$

$$3) \text{คำนวณค่าคาดหวัง}$$

$$E_{11} = \frac{606 \times 794}{1200} = 400.97$$

$$E_{12} = \frac{606 \times 369}{1200} = 186.345$$

$$E_{13} = \frac{606 \times 37}{1200} = 18.685$$

$$E_{21} = \frac{594 \times 794}{1200} = 393.03$$

$$E_{22} = \frac{594 \times 369}{1200} = 182.655$$

$$E_{23} = \frac{594 \times 37}{1200} = 18.315$$

เพศ	คำตอบ			รวม
	ใช่	ไม่ใช่	ไม่แน่ใจ	
ชาย	361 (400.97)	228 (186.345)	17 (18.685)	606
หญิง	433 (393.03)	141 (182.655)	20 (18.315)	594
รวม	794	369	37	1200

คำนวณได้ $\chi^2 = 73.30$

ค่าวิกฤติ $\chi_{0.05,2}^2 = 5.99$ (จากตาราง)

4) บริเวณวิกฤต $\chi_{cal}^2 \geq \chi_{0.05, \langle (2-1)(3-1) \rangle}^2$, ปฏิเสธ H_0

5) สรุป ทศนคติกับเพศมีความสัมพันธ์ ด้วยความเชื่อมั่น 95%

ตัวอย่างที่ 4.7 จากการสำรวจครอบครัวที่แต่งงานแล้ว 200 ครอบครัว แบ่งพิจารณาตามระดับการศึกษาของหัวหน้าครอบครัวและจำนวนบุตร เป็นดังนี้

จำนวนบุตร ระดับการศึกษา	0-1	2-3	>3	รวม
ประถมศึกษา	14	37	32	83
มัธยมศึกษา	19	42	17	78
มหาวิทยาลัย	12	17	10	39
รวม	45	96	59	200

จงทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ว่าจำนวนบุตรและระดับการศึกษาของหัวหน้าครอบครัวสัมพันธ์กันหรือไม่

วิธีทำ

1) H_0 : จำนวนบุตรและระดับการศึกษาของหัวหน้าครอบครัว ไม่เกี่ยวข้องกัน

H_1 : จำนวนบุตรและระดับการศึกษาของหัวหน้าครอบครัว เกี่ยวข้องกัน

2) $\alpha = 0.05$

3) บริเวณวิกฤต $\chi_{\text{cal}}^2 \geq \chi_{0.05, \langle (3-1)(3-1) \rangle}^2$ โดยที่ $\chi_{0.05,4}^2 = 9.49$

4) คำนวณค่าสถิติ

จำนวนบุตร ระดับการศึกษา	0-1	2-3	>3	รวม
ประถมศึกษา	14 (18.675)	37 (39.88)	32 (24.885)	83
มัธยมศึกษา	19 (17.50)	42 (37.88)	17 (23.01)	78
มหาวิทยาลัย	12 (8.775)	17 (18.72)	10 (11.505)	39
รวม	45	96	59	200

คำนวณได้ $\chi^2 = 7.46$

5) บริเวณวิกฤต $\chi_{\text{cal}}^2 \geq \chi_{0.05, \langle (3-1)(3-1) \rangle}^2$ โดยค่าวิกฤตอยู่ที่ $\chi_{0.05,4}^2 = 9.49$

6) สรุป จำนวนบุตรและระดับการศึกษาของหัวหน้าครอบครัวไม่เกี่ยวข้องกัน

4.2.6.3 การทดสอบเอกภาพ

เป็นการทดสอบความไม่แตกต่างกันหรือเหมือนกัน ข้อมูลตัวอย่างจะมาจากต่างประชากรกันอยู่ในรูปตารางการแจกแจงสองทาง ในการทดสอบเพื่อต้องการดูว่าแต่ละประชากรมีลักษณะเหมือนกันหรือไม่โดยพิจารณาจากความน่าจะเป็นหรือค่าอัตราส่วน ถ้าอัตราส่วนของค่าที่ได้ในแต่ละประเภทใกล้เคียงกันแล้วแสดงว่าประชากรมีลักษณะเหมือนกัน ในกรณีของการทดสอบ 2 ประชากรที่จำแนกเป็น 2 ประเภท เราเคยทดสอบมาแล้วโดยการทดสอบความแตกต่างของสัดส่วนของ 2 ประชากรซึ่งใช้สถิติ Z เราสามารถใช้การทดสอบไคสแควร์ทดสอบเรียกว่าการทดสอบเอกภาพได้ การสรุปผลทั้งสองวิธีจะไม่แตกต่างกัน ตัวอย่างเช่น การลงงานของบุคลากรในองค์กรในสองแผนกแยกตามวัน 5 วัน จะได้ตาราง 2×5 จะทำการทดสอบสมมติฐานอัตราส่วนของผู้ที่ขาดงาน 5 วันทั้งสองแผนกเท่ากันหรือไม่ ซึ่งมีความหมายเดียวกับการตั้งสมมติฐานหลักว่าการขาดงานของบุคลากรทั้ง 2 แผนกไม่แตกต่างกัน ใช้การทดสอบไคสแควร์เกี่ยวกับการทดสอบเอกภาพได้ดังนี้

1) H_0 : อัตราส่วนการจำแนกประเภทของตัวแปรไม่ต่างกัน

H_1 : อัตราส่วนการจำแนกประเภทของตัวแปรแตกต่างกัน

2) กำหนดระดับนัยสำคัญ α

$$3) \text{ คำนวณ } \chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^k \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

$$4) \text{ บริเวณวิกฤต } \chi_{\text{cal}}^2 \geq \chi_{\alpha, (r-1)(c-1)}^2$$

5) สรุปผลการทดสอบ

ตัวอย่างที่ 4.8 อาการคลื่นไส้เป็นการเจ็บป่วยที่เกิดจากการเดินทางโดยเครื่องบิน ถ้าต้องการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของยาที่ช่วยระงับอาการคลื่นไส้ 2 ชนิด โดยให้ยาชนิด A กับผู้โดยสาร 45 คนจาก 90 คนที่เดินทางในเที่ยวเดียวกัน และอีก 45 คนที่เหลือให้ยาชนิด B ได้ข้อมูลดังนี้

ชนิด ของยา	ระดับอาการคลื่นไส้				รวม
	ไม่มี	เล็กน้อย	ปานกลาง	รุนแรง	
A	18	17	6	4	45
B	11	14	14	6	45
รวม	29	31	20	10	90

จะสรุปผลการทดสอบได้หรือไม่ว่า ยาทั้งสองชนิดให้ผลเหมือนกันที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

วิธีทำ 1) H_0 : ยาทั้งสองชนิดให้ผลเหมือนกัน
 H_1 : ยาทั้งสองชนิดให้ผลไม่เหมือนกัน

2) $\alpha = 0.10$

$$3) \text{ คำนวณ } E_{11} = \frac{(45)(29)}{90} = 14.5$$

$$E_{12} = \frac{(45)(31)}{90} = 15.5$$

...

...

$$E_{23} = \frac{(45)(10)}{90} = 5$$

ชนิดของยา	ระดับอาการคลื่นไส้				รวม
	ไม่มี	เล็กน้อย	ปานกลาง	รุนแรง	
A	18 (14.5)	17 (15.5)	6 (10)	4 (5)	45

ชนิดของยา	ระดับอาการคลื่นไส้				รวม
	ไม่มี	เล็กน้อย	ปานกลาง	รุนแรง	
B	11 (14.5)	14 (15.5)	14 (10)	6 (5)	45
รวม	29	31	20	10	90

จากการคำนวณพบว่า $\chi^2 = 7.46$

4) บริเวณวิกฤต $\chi^2_{\text{cal}} \geq \chi^2_{.10,3}$ $\chi^2_{.10,3} = 6.25$

5) สรุป ยาทั้งสองชนิดให้ผลเหมือนกันที่ระดับนัยสำคัญ 0.10

4.3 การทดสอบมัธยฐาน (Median Test)

4.3.1 ข้อตกลงเบื้องต้น

กลุ่มอิสระ 2 กลุ่มมาจากประชากรสองกลุ่ม และการวัดอยู่ในมาตราเรียงลำดับขึ้นไป

4.3.2 สมมติฐาน

H_0 : กลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม สุ่มมาจากประชากรที่มีมัธยฐานเท่ากัน

H_1 : มัธยฐานของประชากรสองกลุ่มไม่เท่ากัน หรือมัธยฐานของประชากรกลุ่มหนึ่งมากกว่าอีกกลุ่มหนึ่ง

4.3.3 วิธีทดสอบ

(1) นำข้อมูลทั้งสองกลุ่มมาหาค่ามัธยฐานร่วม

(2) แบ่งข้อมูลแต่ละกลุ่มออกเป็นสองกลุ่มย่อย โดยใช้มัธยฐานร่วมที่หาได้ใน (1) คือกลุ่มย่อยที่ 1 อยู่เหนือมัธยฐาน และอีกกลุ่มย่อยหนึ่งอยู่ใต้มัธยฐาน แล้วนำจำนวน (ความถี่) ที่ได้มาจัดลงในตารางการจรขนาด 2x2 ดังนี้

	กลุ่มตัวอย่างที่		รวม
	1	2	
เหนือมัธยฐาน	A	B	A + B
ใต้มัธยฐาน	C	D	C + D
รวม	m	n	N = m + n

เมื่อ A แทนจำนวนข้อมูลในกลุ่มตัวอย่างที่ 1 ที่อยู่เหนือหรือสูงกว่ามัธยฐานร่วม

B แทนจำนวนข้อมูลในกลุ่มตัวอย่างที่ 2 ที่อยู่เหนือหรือสูงกว่ามัธยฐานร่วม

C แทนจำนวนข้อมูลในกลุ่มตัวอย่างที่ 1 ที่อยู่ใต้หรือต่ำกว่ามัธยฐานร่วม

D แทนจำนวนข้อมูลในกลุ่มตัวอย่างที่ 1 ที่อยู่ใต้หรือต่ำกว่ามัธยฐานรวม
 m แทนจำนวนข้อมูลในกลุ่มตัวอย่างที่ 1 = A+C
 เมื่อ n แทนจำนวนในกลุ่มตัวอย่างที่ 2 = B+D
 N แทนจำนวนข้อมูลในกลุ่มตัวอย่างที่ 1 และกลุ่มตัวอย่างที่ 2 รวมกัน
 ดังนั้น $N = m+n = A+B+C+D$

4.3.4 การเลือกใช้แบบของการทดสอบ

ถ้ากลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มนี้ สุ่มมาจากประชากรที่มีมัธยฐานเท่ากัน เราคาดหวังว่ามีจำนวนข้อมูลประมาณครึ่งหนึ่งของแต่ละกลุ่มอยู่เหนือมัธยฐานและอีกประมาณครึ่งหนึ่งอยู่ใต้มัธยฐาน นั่นคือ A กับ C จะมีค่าเท่า ๆ กันและ B กับ D จะมีค่าเท่า ๆ กัน การแจกแจงแบบสุ่มของ A และ B ภายใต้สมมติฐานศูนย์ก็ คือการแจกแจงแบบไฮเพอร์จีโอเมตริก

สูตรการแจกแจงแบบไฮเพอร์จีโอเมตริก

$$P(A, B) = \frac{\binom{m}{A} \binom{n}{B}}{\binom{m+n}{A+B}}$$

ดังนั้น ในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างทั้งสองมีขนาดเล็ก จึงทดสอบดังกล่าว โดยใช้การทดสอบของฟิชเชอร์ แต่เมื่อกลุ่มตัวอย่างทั้งสองมีขนาดใหญ่การทดสอบของฟิชเชอร์จะมีความยุ่งยากซับซ้อนในการคำนวณ จึงเปลี่ยนไปใช้การทดสอบไคกำลังสองที่ $df = 1$

ซีเกลและแคสเทนแลน (Siegel & Castellan, 1988) ได้ให้คำแนะนำในการพิจารณาเลือกใช้การทดสอบทั้งสองวิธีไว้ ดังนี้

(1) กลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ เมื่อขนาดของกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มรวมกันมากกว่า 20 ใช้การทดสอบไคกำลังสอง สำหรับตารางการจรขนาด 2×2 ที่แก้ค่าต่อเนื่องแล้วใช้สูตรดังนี้

$$\chi^2 = \frac{N \left(|AD - BC| - \frac{N}{2} \right)^2}{N}$$

(2) กลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก (น้อยกว่า 20) (ของทั้งสองกลุ่มรวมกันน้อยกว่าหรือเท่ากับ 20) ใช้การทดสอบของฟิชเชอร์ ตามสูตร ดังนี้

$$P = \frac{(A+B)!(C+D)!(A+C)!(B+D)!}{N!A!B!C!D!}$$

จะได้

$$P = \frac{(A+B)!(C+D)!m!n!}{N!A!B!C!D!}$$

ในกรณีที่ข้อมูลที่มีค่าเท่ากับมัธยฐานรวมพอดีจะจัดให้อยู่ในกลุ่มใด ผู้วิจัยมีทางเลือกดังนี้

(1) แบ่งข้อมูลที่มีค่าเท่ากับมัธยฐานรวมเป็นสองส่วนเท่ากัน แล้วให้ส่วนหนึ่งอยู่ในกลุ่มเหนือมัธยฐานรวมและที่เหลืออีกส่วนหนึ่งให้อยู่ในกลุ่มใต้มัธยฐาน

(2) ถ้า $m+n$ มีขนาดใหญ่และมีข้อมูลที่มีค่าเท่ากับมัธยฐานรวมเพียงเล็กน้อย แค่ 2-3 จำนวน ให้ตัดข้อมูลเหล่านั้นออกไปโดยไม่ต้องนำมาวิเคราะห์

ข้อ 1 จะเป็นทางเลือกที่ดีกว่า ข้อ 2

4.3.5 การแจกแจงทางสถิติ

สำหรับกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก ($N \leq 20$) การแจกแจงเป็นแบบไฮเพอร์จีโอเมตริกและสำหรับกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ ($N > 20$) การแจกแจงเป็นแบบไคกำลังสองที่ $df = 1$

4.3.6 ลักษณะการทดสอบ

เป็นแบบสองทาง หรือทางเดียวแล้วแต่กรณี

4.3.7 การตัดสินใจ

สำหรับกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก ($N \leq 20$) ไม่ยอมรับ H_0 เมื่อ P ที่คำนวณได้มีค่าน้อยกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนดไว้ และสำหรับกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ ($N > 20$) ที่คำนวณโดยสูตร χ^2 ตัดสินใจเช่นเดียวกับการทดสอบอื่น ๆ คือปฏิเสธ H_0 เมื่อค่า χ^2 ที่คำนวณได้มากกว่าหรือเท่ากับค่า χ^2 ที่ได้จากตารางตามระดับความมีนัยสำคัญที่กำหนด

ตัวอย่างที่ 4.9 นักวิจัยของโรงงานอุตสาหกรรมแห่งหนึ่ง ต้องการทดสอบประสิทธิภาพในการทำงานของคนงานที่ผ่านการฝึกอบรมมาแล้วกับคนงานที่ยังไม่เคยผ่านการฝึกอบรม จึงสุ่มตัวอย่างคนงานมากลุ่มละ 10 คน แล้วให้คณะกรรมการประเมินผลงานของคนงานแต่ละคนปรากฏว่าได้คะแนน ดังนี้

คนที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
กลุ่มที่ผ่านการฝึกมาแล้ว	16	18	19	17	13	15	18	16	17	14
กลุ่มที่ยังไม่ผ่านการฝึกมาแล้ว	11	13	18	16	12	10	14	12	16	13

จงทดสอบสมมติฐานว่า ประสิทธิภาพในการทำงานของคนงานที่ผ่านการฝึกอบรมมาแล้วสูงกว่าคนที่ยังไม่เคยผ่านการฝึกอบรมหรือไม่ โดยใช้ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ

1) หาค่ามัธยฐานรวมของข้อมูลทั้งสองกลุ่มได้เท่ากับ 15.5

2) แบ่งคะแนนแต่ละกลุ่มเป็นสองกลุ่มย่อย คือกลุ่มที่มีค่าสูงกว่าและต่ำกว่ามัธยฐานรวม โดยนับจำนวนข้อมูล (ความถี่) มาจัดลงในตารางขนาด 2×2 ได้ดังนี้

	กลุ่มที่		รวม
	ผ่านการฝึก	ไม่ผ่านการฝึก	
เหนือมัธยฐาน	A = 7	B = 3	A + B = 10
ใต้มัธยฐาน	C = 3	D = 7	C + D = 10
รวม	m = 10	N = 10	N = m + n = 20

3) จากตาราง $m = 10$, $n = 10$, และ $N = m + n = 20$ จึงเลือกใช้ทดสอบของ ฟิชเชอร์

(1) สมมติฐาน

H_0 : มัธยฐานของคะแนนของประชากรทั้งสองกลุ่มเท่ากัน

H_1 : มัธยฐานของคะแนนของกลุ่มที่ผ่านการฝึกมาแล้วสูงกว่ากลุ่มที่ยังไม่เคยผ่านการฝึก

(2) ระดับความมีนัยสำคัญ ให้ $\alpha = 0.05$

(3) การทดสอบ คำนวณหาค่าความน่าจะเป็นจากสูตร

$$P = \frac{(A+B)!(C+D)!m!n!}{N!A!B!C!D!}$$

จะได้
$$P = \frac{10!10!10!10!}{20!7!3!3!7!} = 0.0779$$

(4) เขตวิกฤติ กำหนด $\alpha = 0.05$ ค่าวิกฤติ p จึงเท่ากับ 0.05 ดังนั้น ถ้าค่าความน่าจะเป็นที่คำนวณได้ น้อยกว่าหรือเท่ากับ 0.05 ก็จะปฏิเสธ H_0

(5) สรุปผล เนื่องจากค่าความน่าจะเป็นที่คำนวณได้มากกว่าระดับความมีนัยสำคัญ 0.05 จึงยอมรับสมมติฐาน H_0

แสดงว่า มัธยฐานของคะแนนของประชากรทั้งสองกลุ่มเท่ากัน หรือมัธยฐานของคะแนนของกลุ่มที่ผ่านการฝึกมาแล้วไม่สูงกว่ากลุ่มที่ยังไม่เคยผ่านการฝึก จึงไม่มีเหตุผลเพียงพอที่จะกล่าวว่า ประสิทธิภาพในการทำงานของคนที่ผ่านการฝึกอบรมมาแล้วสูงกว่าคนงานที่ยังไม่เคยผ่านการฝึกอบรมที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05

สรุปขั้นตอนการใช้การทดสอบมัธยฐาน

(1) หามัธยฐานร่วมของข้อมูลทั้งสองกลุ่ม

(2) แบ่งข้อมูลแต่ละกลุ่มเป็น 2 กลุ่มย่อย คือ กลุ่มที่อยู่เหนือมัธยฐาน และกลุ่มที่อยู่ใต้มัธยฐาน แล้วนับจำนวนข้อมูล (ความถี่) ได้มาจัดลงในตารางการจรขนาด 2×2 ถ้ามีข้อมูลที่

อยู่ได้มัธยฐานกลุ่มละเท่า ๆ กัน แต่ถ้าเป็นจำนวนคี่ อาจใช้วิธีสุ่มให้กับกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งหรือตัดทิ้งไปเสีย 1 ค่า

(3) เลือกแบบทดสอบและทำการทดสอบสมมติฐานตามลำดับขั้น

(3.1) ใช้การทดสอบของฟิชเชอร์ เมื่อขนาดของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองรวมกันแล้วน้อยกว่าหรือเท่ากับ 20

(3.2) ใช้การทดสอบไคกำลังสองที่แก้ค่าต่อเนื่อง เมื่อขนาดของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองรวมกันแล้วมากกว่า 20

4.3.8 ประสิทธิภาพ (Power Efficiency)

ประสิทธิภาพของการทดสอบมัธยฐาน เมื่อนำไปใช้กับข้อมูลที่ระดับของการวัดอยู่ในมาตราอันดับเป็นอันดับน้อย และมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ ซึ่งในสถิติแบบพาราเมตริกทำการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยการทดสอบแบบที จะมีประสิทธิภาพเท่า ๆ กับการทดสอบเครื่องหมาย และเมื่อเปรียบเทียบกับ การทดสอบแบบพาราเมตริกจะมีประสิทธิภาพประมาณ 95% เมื่อ $m+n$ ต่ำกว่า 6 แต่เมื่อ $m+n$ เพิ่มมากขึ้น ประสิทธิภาพจะค่อย ๆ ลดลง และหยุดลงที่ 63%

ตัวอย่างที่ 4.10 ในการสำรวจความเอาใจใส่ต่อการเรียนของนักเรียนหญิงและนักเรียนชายในห้องหนึ่ง พบว่าเมื่อจัดลำดับความเอาใจใส่ นักเรียนทั้งหมดซึ่งมีอยู่ 39 คน เป็นชาย 16 คน หญิง 23 คนนั้น ปรากฏว่านักเรียนชาย 3 คน และหญิง 17 คน ได้คะแนนความเอาใจใส่ต่อการเรียนสูงกว่าค่ามัธยฐานร่วม จงทดสอบว่ามัธยฐานของคะแนนความเอาใจใส่ของนักเรียนหญิงสูงกว่านักเรียนชาย

วิธีทำ

1. นำคะแนนความเอาใจใส่ต่อการเรียนของนักเรียนหญิงและนักเรียนชาย มาหาค่ามัธยฐาน

2. แบ่งคะแนนในแต่ละกลุ่มเป็นสองกลุ่มย่อย คือ กลุ่มที่มีค่าสูงกว่าและต่ำกว่ามัธยฐานร่วม โดยนับจำนวนข้อมูล (ความถี่) มาจัดลงในตารางการจรขนาด 2×2 ได้ดังนี้

	ชาย	หญิง	รวม
เหนือมัธยฐาน	3	17	20
ใต้มัธยฐาน	13	6	19
รวม	16	23	39

3. ในตัวอย่างนี้ $m = 16$, $n = 23$ ซึ่ง $m + n = 39$ (มากกว่า 20) จึงเลือก ใช้สูตร χ^2 ที่แก้ต่อเนื่องแล้ว ดังนี้

1) สมมติฐาน

H_0 : มัธยฐานของคะแนนความเอาใจใส่ของนักเรียนชายและหญิงเท่ากัน

H_1 : มัธยฐานของคะแนนความเอาใจใส่ของนักเรียนหญิงสูงกว่านักเรียนชาย

2) ระดับความมีนัยสำคัญ $\alpha = 0.01$ 3) เขตวิกฤติ จากตาราง เมื่อ $df = 1$, จะได้ $\chi^2_{.01} = 6.64$

4) การทดสอบ

จากสูตร

$$\chi^2 = \frac{N \left(|AD - BC| - \frac{N}{2} \right)^2}{(A+B)(C+D)(A+C)(B+D)}$$

แทนค่า

$$\chi^2 = \frac{39 \left(|(3)(6) - (7)(13)| - \frac{39}{2} \right)^2}{(20)(19)(16)(23)}$$

$$= 9.39$$

5) สรุปผล

ค่า $\chi^2 = 9.39$ มากกว่า $\chi^2_{.01}$ จากตาราง จึงต้องปฏิเสธ H_0 ไปยอมรับ H_1 นั่นคือ มัธยฐานของคะแนนความเอาใจใส่ในการเรียนของนักเรียนหญิงสูงกว่านักเรียนชายที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.01

4.4 การทดสอบแมน-วิทนี

การทดสอบแมน-วิทนี ยู (Mann Whitney U Test) ชื่อเรียกหลายชื่อ ได้แก่ The Wilcoxon Mann Whitney Test หรือ The Wilcoxon Test หรือ The Mann Whitney Test เป็นการทดสอบที่ใช้สำหรับตัวอย่างสุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน 2 กลุ่มจากประชากรคนละกลุ่มที่ไม่สัมพันธ์กัน เพื่อทำการทดสอบว่าตัวอย่างเหล่านั้นสุ่มมาจากประชากรเดียวกันหรือไม่ ข้อมูลที่ใช้ต้องมีระดับการวัดอย่างน้อยเป็นมาตราเรียงอันดับ (Ordinal Scale) เป็นสถิติที่มีประโยชน์มากในกรณีที่ผู้วิจัยไม่สามารถใช้การทดสอบแบบ Independent t-test ได้

4.4.1 ข้อตกลงเบื้องต้น

- (1) การกระจายของข้อมูลไม่จำเป็นต้องเป็นแบบโค้งปกติ
- (2) กลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มต้องเป็นอิสระกัน
- (3) ข้อมูลที่นำมาใช้ทดสอบอยู่ในระดับมาตราเรียงอันดับ โดยสามารถนำข้อมูลทั้งสองกลุ่มมาจัดอันดับรวมกันได้

ถ้าข้อมูลเป็นมาตราที่สูงกว่า ให้แปลงข้อมูลเป็นมาตราเรียงอันดับก่อน

4.4.2 วิธีทดสอบ

สมมติว่าสุ่มตัวอย่างอิสระจำนวน n_1 จากประชากรกลุ่มที่ 1 และ n_2 จากประชากรกลุ่มที่ 2 รวมขนาดตัวอย่างที่สุ่มได้เท่ากับ $n_1 + n_2$ ขั้นตอนการทดสอบมีดังนี้

(1) จัดอันดับ (Rank) ของข้อมูลตัวอย่างทั้ง 2 ชุดซึ่งรวมเข้าเป็นชุดเดียวกัน จากค่าน้อยที่สุดไปหาค่าสูงที่สุด ให้ค่าน้อยที่สุดอยู่ในอันดับ 1 และค่าถัดมาเป็นอันดับที่ 2 และดำเนินการเช่นนี้จนครบ ค่าที่เท่ากันให้อยู่ในอันดับที่เป็นค่าเฉลี่ยของอันดับค่าเหล่านั้น

(2) หาผลรวมของอันดับของข้อมูลสำหรับตัวอย่างแต่ละชุดแยกกัน โดยกำหนดให้

$$R_1 = \text{ผลรวมของอันดับที่ของข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 1}$$

$$R_2 = \text{ผลรวมของอันดับที่ของข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 2}$$

$$n_1 = \text{เป็นจำนวนข้อมูลชุดที่ 1}$$

$$n_2 = \text{เป็นจำนวนข้อมูลชุดที่ 2}$$

(3) ค่าทดสอบสถิติ คือ ค่า U คำนวณได้ดังนี้

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - R_1$$

$$U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2 + 1)}{2} - R_2$$

$$U_2 = n_1 n_2 - U_1$$

(4) เปรียบเทียบค่า U_1 และ U_2 ค่าใดน้อยกว่า ค่านั้นจะเป็นค่าทดสอบสถิติ U แล้วดำเนินการทดสอบตามขั้นตอนการทดสอบนัยสำคัญ

กรณีกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก

ในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็กมาก กล่าวคือ n_1 และ n_2 มีค่าน้อยกว่า 8 ซึ่งเพียงแต่ทราบค่า n_1 , n_2 และค่า U ก็สามารถเปิดหาค่าความน่าจะเป็น (p) ได้เลย

ในกรณีที่ n_1 และ n_2 มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 20

การตัดสินใจ

ถ้าค่า U ที่คำนวณได้ มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าวิกฤตจากตาราง ผลการทดสอบจะปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0

กรณีกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่

ถ้า n_1 และ n_2 มีมากกว่า 20 ขึ้นไป ค่าทดสอบสถิติจะเป็น ค่า Z -test ดังนี้

$$Z = \frac{U - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}}$$

การตัดสินใจ

ถ้าค่า Z ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่าวิกฤตจากตาราง จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0
กรณีที่มีค่าสังเกตซ้ำกัน

$$\text{ใช้สูตร } Z = \frac{U - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\left(\frac{n_1 n_2}{N(N-1)}\right) \left(\frac{N^3 + N}{12} - \sum T\right)}}$$

เมื่อ $N = n_1 + n_2$ และ $T = \frac{t^3 - t}{12}$ โดยที่ t เป็นจำนวนของค่าสังเกตที่มีค่าซ้ำกัน

ตัวอย่างเช่น

คะแนนที่ซ้ำกัน ดังนี้ 20 คะแนนซ้ำกัน 3 จำนวน
24 คะแนนซ้ำกัน 4 จำนวน
33 คะแนนซ้ำกัน 2 จำนวน

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร } T &= \frac{t^3 - t}{12} \\ \sum T &= \frac{(3)^3 - 3}{12} + \frac{(4)^3 - 4}{12} + \frac{(2)^3 - 2}{12} \\ &= 26.25 + 63.67 + 7.83 \\ &= 97.75 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 4.11 ฝ่ายจัดทำรายการภาพยนตร์โทรทัศน์เพื่อการศึกษาสำหรับเด็ก ต้องการทดสอบว่า การใช้ภาพยนตร์การ์ตูนประกอบจะทำให้เด็กมีความเข้าใจในเนื้อหาวิชาแตกต่างกันหรือไม่ จึงทำการสุ่มตัวอย่างเด็กมา 2 กลุ่ม กลุ่มหนึ่งดูรายการโทรทัศน์ที่มีภาพยนตร์ประกอบ แต่อีกกลุ่มหนึ่งไม่มีภาพยนตร์การ์ตูนประกอบ หลังจากนั้นจึงทำการทดสอบความเข้าใจในเนื้อหาวิชา ให้ทดสอบว่าวิธีทั้งสองให้ผลการเข้าใจเนื้อหาวิชาแตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

กลุ่มที่ 1 (มีภาพยนตร์ประกอบ)		กลุ่มที่ 2 (ไม่มีภาพยนตร์ประกอบ)	
คะแนน	อันดับที่ (Rank = R_1)	คะแนน	อันดับที่ (Rank = R_2)

กลุ่มที่ 1 (มีภาพยนตร์ประกอบ)		กลุ่มที่ 2 (ไม่มีภาพยนตร์ประกอบ)	
คะแนน	อันดับที่ (Rank = R_1)	คะแนน	อันดับที่ (Rank = R_2)
86	22	80	19.5
84	21	74	17
80	19.5	72	15
78	18	69	13
73	16	64	9
71	14	62	7
68	12	59	5
67	11	57	4
65	10	54	3
63	8	53	2
60	6	50	1
	$R_1 = 157.5$		$R_2 = 95.5$

ขั้นตอนการทดสอบนัยสำคัญ

1. ตั้งสมมติฐาน

H_0 : วิธีการทั้งสองวิธีให้ผลในการเข้าใจในเนื้อหาวิชาไม่แตกต่างกัน

H_1 : วิธีการทั้งสองวิธีให้ผลในการเข้าใจในเนื้อหาวิชาแตกต่างกัน

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.01

3. ขอบเขตปฏิเสธ เปิดค่า U จากตาราง ที่ $n_1(N_1) = 11$, $n_2(N_2) = 11$

ที่ $p \leq 0.01$ (Two-tailed) โดยพิจารณาค่าจากตาราง ได้ค่า U เท่ากับ 21

$\therefore$ ถ้า $U \leq 21$ จะปฏิเสธ H_0

4. คำนวณค่า U

$$\begin{aligned}
 U_1 &= n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - R_1 \\
 &= (11 \times 11) + \frac{11(11+1)}{2} - 157.5 \\
 &= 121 + 66 - 157.5 \\
 &= 29.5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U_2 &= n_1 n_2 - U_1 \\
 &= 121 - 29.5 \\
 &= 91.5
 \end{aligned}$$

ค่า $U_1 < U_2$ ดังนั้น ค่า $U = 29.5$ จะเป็นค่าทดสอบ (ใช้ค่า U ที่น้อยกว่า)

5. สรุปผล

$U_{(29.5)}$ มีค่ามากกว่าค่าวิกฤติ $U_{(\leq 21)}$ ตกอยู่นอกเขตปฏิเสธ แสดงว่า การทดสอบไม่มีนัยสำคัญ จึงยอมรับ H_0

สรุปว่า วิธีการสอนสองวิธีทำให้ความเข้าใจในเนื้อหาวิชาไม่แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

หมายเหตุ ในการอันดับที่ของข้อมูลที่มีจำนวนซ้ำ คือ 80 มีสองค่า จะใช้ค่าเฉลี่ยของอันดับที่ทั้งสองค่า ดังนี้ 80 ค่าแรกอยู่ในอันดับที่ 19 ค่าที่ 2 อยู่ในอันดับที่ 20 ค่าเฉลี่ยของอันดับที่ $= (19 + 20) / 2 = 19.5$ ดังนั้น 80 จึงมีอันดับที่เท่ากับ คือ 19.5

4.5 การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ

การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ (Kolmogorov-Smirnov Test) สำหรับตัวอย่างสองกลุ่มที่ไม่สัมพันธ์กัน เป็นวิธีการทดสอบว่าตัวอย่างสองกลุ่มที่เป็นอิสระจากกัน ถูกสุ่มมาจากประชากรเดียวกันหรือประชากรที่มีการแจกแจงเหมือนกันหรือไม่ การทดสอบแบบสองทางใช้ทดสอบว่า การแจกแจงของประชากรสองกลุ่มแตกต่างกันหรือไม่ในทุกลักษณะ เช่น ที่ตั้ง (แนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง) การกระจายและความเบ้ เป็นต้น ส่วนการทดสอบแบบทางเดียวใช้การทดสอบว่าค่าของของประชากรกลุ่มหนึ่งมีค่ามากกว่าค่ากลุ่มของประชากรอีกกลุ่มหนึ่งหรือไม่ เช่น คะแนนของกลุ่มทดลองมากกว่าคะแนนของกลุ่มควบคุมหรือ

วิธีการทดสอบพิจารณาจากการแจกแจงความถี่สัมพัทธ์สะสม 2 ชุด เหมือนการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟสำหรับตัวอย่างกลุ่มเดียว กล่าวคือในกรณีตัวอย่างกลุ่มเดียวพิจารณาความแตกต่างระหว่างการแจกแจงความถี่สัมพัทธ์สะสมของกลุ่มตัวอย่างกับการแจกแจงตามทฤษฎีหรือที่คาดหวังไว้ ส่วนในกรณีสองกลุ่มตัวอย่างพิจารณาความแตกต่างระหว่างการแจกแจงความถี่สัมพัทธ์สะสมของกลุ่มตัวอย่างทั้งสอง ถ้ากลุ่มตัวอย่างทั้งสองถูกสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงเหมือนกัน การแจกแจงความถี่สัมพัทธ์สะสมของตัวอย่างทั้งสองกลุ่มน่าจะเหมือนกันหรือใกล้เคียงกัน ดังนั้นถ้าการแจกแจงความถี่สัมพัทธ์สะสมของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองมีความแตกต่างกันมากก็แสดงว่ากลุ่มตัวอย่างทั้งสองถูกสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงที่แตกต่างกัน

4.5.1 ข้อตกลงเบื้องต้น

- (1) มีตัวอย่างที่เป็นอิสระจากกัน 2 กลุ่ม
- (2) ค่าของตัวแปรทั้งสองเป็นแบบต่อเนื่อง

4.5.2 สมมติฐาน

- (1) สำหรับการทดสอบแบบสองทาง ตั้งสมมติฐานดังนี้
 H_0 : ประชากรทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน

H_1 : ค่าของตัวแปรทั้งสองเป็นแบบต่อเนื่อง

(2) สำหรับการทดสอบแบบทางเดียว ตั้งสมมติฐานดังนี้

H_0 : ค่าพารามิเตอร์ของประชากรทั้งสองกลุ่มเท่ากัน (ไม่แตกต่างกัน)

H_1 : ค่าพารามิเตอร์ของประชากรกลุ่มหนึ่งมากกว่าค่าพารามิเตอร์ของประชากรอีกกลุ่มหนึ่ง

4.5.3 วิธีทดสอบ

การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟสำหรับตัวอย่างสองกลุ่ม ใช้การแจกแจงความถี่สัมพัทธ์สะสม (Cumulative Relative Frequency Distribution) จากน้อยไปหามากของค่าสังเกตในแต่ละกลุ่มตัวอย่างที่มีการกำหนดช่วงของข้อมูลไว้เหมือนกัน แล้วหาผลต่างของความถี่สัมพัทธ์สะสมแต่ละช่วง หลังจากนั้นจึงนำผลต่างที่มีค่ามากที่สุดไปทำการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ

กำหนดให้ m = ขนาดของกลุ่มตัวอย่างที่ 1

F_m = ความถี่สะสมแต่ละช่วงของกลุ่มตัวอย่างที่ 1

$S_m(X)$ = ความถี่สัมพัทธ์สะสมที่สังเกตได้ของกลุ่มตัวอย่าง 1

ดังนั้น $S_m(X) = \frac{F_m}{m}$

และ n = ขนาดของกลุ่มตัวอย่างที่ 2

F_n = ความถี่สะสมแต่ละช่วงของกลุ่มตัวอย่างที่ 2

$S_n(X)$ = ความถี่สัมพัทธ์สะสมที่สังเกตได้ของกลุ่มตัวอย่าง 2

ดังนั้น $S_n(X) = \frac{F_n}{m}$

จะได้ค่าสถิติของการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ สำหรับตัวอย่างสองกลุ่มที่เป็นอิสระจากกัน ดังนี้ (Siegel & Castellan, 1988)

สำหรับการทดสอบแบบสองทาง

$$D_{m,n} = \max | S_m(X) - S_n(X) | \dots\dots\dots(1)$$

สำหรับการทดสอบแบบทางเดียว

$$D_{m,n} = \max [S_m(X) - S_n(X)] \dots\dots\dots(2)$$

เมื่อทราบการแจกแจงแบบสุ่มของแต่ละกรณี จึงหาความน่าจะเป็นที่สัมพันธ์กับค่า $D_{m,n}$ ที่สังเกตได้ภายใต้สมมติฐานศูนย์ได้ ซึ่งจัดทำเป็นตารางไว้เรียบร้อยแล้วในภาคผนวก แต่

เนื่องจากการแจกแจงแบบกลุ่มทั้งสองกรณีนี้ไม่เหมือนกัน ขึ้นอยู่กับแบบของการทดสอบว่าเป็นแบบสองทางหรือทางเดียว ถ้าเป็นการทดสอบแบบสองทางซึ่งตั้งสมมติฐานอื่น ๆ (H_1) ไว้ว่า กลุ่มตัวอย่างทั้งสองถูกสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงไม่เหมือนกัน (แตกต่างกัน) จึงต้องหาค่าความแตกต่างในรูปของค่าสัมบูรณ์ที่มีค่าสูงที่สุดของ $D_{m,n}$ โดยไม่คำนึงถึงทิศทาง ใช้สูตร (1) แต่เป็นการทดสอบแบบทางเดียวซึ่งตั้งสมมติฐานอื่น ๆ (H_1) ไว้ว่า ค่าพารามิเตอร์ของประชากรกลุ่มหนึ่งมากกว่าค่าพารามิเตอร์ของประชากรอีกกลุ่มหนึ่ง จึงหาค่าความแตกต่างที่มีค่าสูงที่สุดของ $D_{m,n}$ ในทิศทางที่คาดหวังไว้เท่านั้น ใช้สูตร (2) ผู้วิจัยจึงต้องระมัดระวังในการเลือกสูตรกับตารางให้ถูกต้องและสอดคล้องกัน

นอกจากนี้ ยังต้องคำนึงถึงขนาดของกลุ่มตัวอย่างและจำนวนช่วงของข้อมูลด้วย ควรจัดแบ่งจำนวนช่วงของข้อมูลให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ ถ้าแบ่งจำนวนช่วงของข้อมูลไว้น้อยเกินไปเพียง 2-3 ช่วง ลักษณะการแจกแจงความถี่สะสมสัมพัทธ์ของข้อมูลทั้งสองชุดอาจจะเปลี่ยน ทำให้ $D_{m,n}$ ที่ได้เบี่ยงเบนไปจากความเป็นจริง จนบางครั้งทำให้ผลการทดสอบและการตัดสินใจผิดพลาดไปจากที่ควรจะเป็นได้

1) การทดสอบเมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก เมื่อทั้ง m และ n มีขนาดน้อยกว่าหรือเท่ากับ 25 แยกการทดสอบเป็นสองกรณี ดังนี้

(1) การทดสอบสองทาง ใช้สูตร (1) ดังนี้

$$D_{m,n} = \max | S_m(X) - S_n(X) |$$

และใช้ตารางที่ 6 ในภาคผนวก หาค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบแบบสองทางของ $mnD_{m,n}$ ในการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟสำหรับตัวอย่างสองกลุ่ม ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.10, 0.05 และ 0.01 ตามค่า m และ n เช่น ถ้ากำหนด $\alpha = 0.05$ เมื่อ $m = 10$ และ $n = 12$ จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $mnD_{m,n} \geq 66$

(2) การทดสอบทางเดียว ใช้สูตร (2) ดังนี้

$$D_{m,n} = \max [S_m(X) - S_n(X)]$$

และใช้ตารางที่ 7 ในภาคผนวก หาค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบแบบทางเดียวของ $mnD_{m,n}$ ในการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟสำหรับตัวอย่างสองกลุ่ม ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.10, 0.05 และ 0.01 ตามค่า m และ n เช่น ถ้ากำหนด $\alpha = 0.05$ เมื่อ $m = 10$ และ $n = 12$ จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $mnD_{m,n} \geq 60$

2) การทดสอบเมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ เมื่อทั้ง m และ n มีขนาดมากกว่า 25 แยกการทดสอบเป็นสองกรณี ดังนี้

(1) การทดสอบสองทาง หาค่าที่สังเกตได้ $D_{m,n}$ จากสูตร (1) ดังนี้

$$D_{m,n} = \max |S_m(X) - S_n(X)|$$

และใช้ตารางที่ 8 ในภาคผนวก หาค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบแบบสองทางของ $mnD_{m,n}$ ในการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟสำหรับกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่สองกลุ่ม ซึ่งกำหนดสูตรสำหรับการคำนวณหาค่าวิกฤตที่ระดับความมีนัยสำคัญต่าง ๆ ไว้ เช่น ถ้ากำหนด $\alpha = 0.01$ เมื่อ $m = 40$ และ $n = 30$

$$\begin{aligned} \text{ค่าวิกฤต} \quad D_{m,n} &= 1.63 \sqrt{\frac{m+n}{mn}} \\ &= 1.63 \sqrt{\frac{40+30}{40 \times 30}} \\ &= 0.3936821 \end{aligned}$$

ดังนั้น ถ้าค่า $D_{m,n}$ ที่สังเกตได้ (คำนวณได้) มากกว่าหรือเท่ากับ 0.3936821 จะต้องปฏิเสธ H_0

(2) การทดสอบทางเดียว หาค่าที่สังเกตได้ $D_{m,n}$ จากสูตร (2) ดังนี้

$$D_{m,n} = \max[S_m(X) - S_n(X)]$$

ในการทดสอบ เมื่อตั้งสมมติฐานศูนย์ว่า กลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มมาจากประชากรเดียวกัน และตั้งสมมติฐานทางเลือกว่า ค่าของประชากรกลุ่มหนึ่งมากกว่าค่าของประชากรอีกลกลุ่มหนึ่ง สามารถแสดงได้ว่า (Siegel & Castellan, 1988)

$$\chi^2 = 4D_{m,n}^2 \frac{mn}{m+n} \dots\dots\dots(3)$$

มีการแจกแจงไคสแควร์ที่ $df = 2$ เมื่อขนาดของกลุ่มตัวอย่าง (m, n) เพิ่มขึ้น จึงทดสอบความมีนัยสำคัญของค่าสังเกต $D_{m,n}$ จากสูตร (2) โดยใช้การทดสอบไคสแควร์ตามสูตร (3) ที่ $df = 2$ และหาค่าวิกฤตได้จากตารางที่ 4 ในภาคผนวก

4.5.4 การแจกแจงทางสถิติ

(1) สำหรับกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก ($N \leq 25$) การแจกแจงเป็นแบบ $D_{m,n}$ ทั้งการทดสอบแบบสองทางและทางเดียว

(2) สำหรับกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ ($N > 25$)

(2.1) การทดสอบสองทาง การแจกแจงเป็นแบบ $D_{m,n}$

(2.2) การทดสอบทางเดียว การแจกแจงเป็นแบบไคกำลังสองที่

$$df = 2$$

4.5.5 ลักษณะการทดสอบ

การทดสอบเป็นแบบสองทางหรือทางเดียว แล้วแต่กรณี

4.5.6 การตัดสินใจ

การทดสอบทุกกรณีปฏิเสธ H_0 เมื่อค่าที่สังเกตได้มากกว่าหรือเท่ากับค่าวิกฤตจากตาราง

ตัวอย่างที่ 4.12 นักวิจัยของโรงงานอุตสาหกรรมแห่งหนึ่ง ต้องการทดสอบประสิทธิภาพในการทำงานของพนักงานที่ผ่านการฝึกอบรมมาแล้วกับพนักงานที่ยังไม่เคยผ่านการฝึกอบรม จึงสุ่มตัวอย่างคนงานมากลุ่มละ 10 คน แล้วให้คณะกรรมการทำการประเมินผลงานของคนงานแต่ละคน ปรากฏว่าได้คะแนนดังต่อไปนี้

คนที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
กลุ่มที่ยังไม่เคยผ่านการฝึก	11	13	18	16	12	10	14	12	16	10
กลุ่มที่ผ่านการฝึกมาแล้ว	16	18	19	17	13	15	18	16	17	14

จงทดสอบสมมติฐานว่า ประสิทธิภาพในการทำงานของคนงานที่ผ่านการฝึกอบรมมาแล้วสูงกว่าคนงานที่ยังไม่เคยผ่านการฝึกอบรมหรือไม่ โดยใช้การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ

(1) สร้างตารางแจกแจงความถี่ ความถี่สะสมโดยกำหนดช่วงของคะแนนให้เหมือนกัน

คะแนน	กลุ่มที่ 1 ยังไม่ผ่านการฝึก		กลุ่มที่ 2 ผ่านการฝึกมาแล้ว	
	f	F	f	F
10	1	1	0	0
11	1	2	0	0
12	2	4	0	0
13	2	6	1	1
14	1	7	1	2
15	0	7	1	3
16	2	9	2	5
17	0	9	2	7
18	1	10	2	9
19	0	10	1	10
รวม	10		10	

(2) หาค่าความถี่สัมพัทธ์สะสมและผลต่างระหว่างความถี่สัมพัทธ์สะสมของข้อมูลทั้งสองชุด

คะแนน	กลุ่มที่ 1 $S_m(X)$	กลุ่มที่ 2 $S_n(X)$	$[S_m(X) - S_n(X)]$
10	$\frac{1}{10}$	$\frac{0}{10}$	$\frac{1}{10}$
11	$\frac{2}{10}$	$\frac{0}{10}$	$\frac{2}{10}$
12	$\frac{4}{10}$	$\frac{0}{10}$	$\frac{4}{10}$
13	$\frac{6}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{5}{10}$
14	$\frac{7}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{5}{10}$
15	$\frac{7}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$
16	$\frac{9}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{4}{10}$
17	$\frac{9}{10}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{2}{10}$
18	$\frac{10}{10}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{1}{10}$
19	$\frac{10}{10}$	$\frac{10}{10}$	$\frac{0}{10}$

(3) หา $D_{m,n}$ ที่มีค่าสูงที่สุด เนื่องจากการทดสอบแบบทางเดียว (ตามที่โจทย์กำหนด) จึงหา $D_{m,n}$ จากสูตร (2) ดังนี้

$$D_{m,n} = \max[S_m(X) - S_n(X)]$$

จากตารางข้างบนนี้

$$\text{ได้ } D_{m,n} = \frac{5}{10} = 0.50$$

(4) ทดสอบความมีนัยสำคัญ $D_{m,n}$ ที่สังเกตได้

วิธีการทดสอบ

1) สมมติฐาน

H_0 : มัธยฐานของคะแนนของประชากรทั้งสองกลุ่มเท่ากัน

H_1 : มัธยฐานของคะแนนของกลุ่มที่ผ่านการฝึกมาแล้วสูงกว่ากลุ่มที่ยังไม่เคยผ่านการฝึก

2) ระดับความมีนัยสำคัญ

ให้ $\alpha = 0.05$

3) การคำนวณหาค่าสถิติ

$$\text{ได้ } D_{m,n} = \max [S_m(X) - S_n(X)] = 0.50$$

$$mnD_{m,n} = (10)(10)(0.50) = 50$$

4) เขตวิกฤต

กำหนด $\alpha = 0.05$ จากตารางที่ 7 เมื่อ $m=10$ และ $n=10$ ได้ $mnD_{m,n} = 60$ ดังนั้น ถ้าค่า $mnD_{m,n}$ ที่คำนวณได้ (สังเกตได้) มากกว่าหรือเท่ากับ 60 จะต้องปฏิเสธ H_0

5) สรุปผล เนื่องจากค่า $mnD_{m,n}$ ที่คำนวณได้น้อยกว่า 60 จึงยอมรับสมมติฐาน H_0

แสดงว่า มัธยฐานของคะแนนของประชากรทั้งสองกลุ่มเท่ากัน หรือมัธยฐานของคะแนนของกลุ่มที่ผ่านการฝึกมาแล้วไม่สูงกว่ากลุ่มที่ยังไม่เคยผ่านการฝึก จึงไม่มีเหตุผลเพียงพอที่จะกล่าวว่าประสิทธิภาพการทำงานของพนักงานที่ผ่านการฝึกอบรมมาแล้วสูงกว่าพนักงานที่ยังไม่เคยผ่านการฝึกอบรม ที่ใช้ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05

ตัวอย่างที่ 4.13 ผลการสอบวิชาสถิติธุรกิจของนักศึกษาชายและหญิงที่สุ่มมา ได้คะแนนดังต่อไปนี้

คะแนน	ชาย	หญิง
20-24	4	1
25-29	5	2
30-34	9	5
35-39	13	7
40-44	12	9
45-49	9	14
50-54	3	13
55-59	1	9
60-64	2	5
65-69	1	3
70-74	1	2
รวม	60	70

จงทดสอบสมมติฐานว่า นักศึกษาหญิงได้คะแนนสูงกว่านักนักศึกษาชายใช่หรือไม่ ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.01

วิธีทำ เนื่องจากเป็นกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ (m และ n มากกว่า 25) และเป็นการทดสอบแบบทางเดียว จึงหาค่าที่สังเกตได้ $D_{m,n}$ จากสูตร (2) ดังนี้

$$D_{m,n} = \max[S_m(X) - S_n(X)]$$

และทดสอบความมีนัยสำคัญของค่าสังเกต $D_{m,n}$ โดยใช้การทดสอบไคสแควร์ ตามสูตร (3) ดังนี้

$$\chi^2 = 4D_{m,n}^2 \frac{mn}{m+n} \quad \text{ที่ } df = 2$$

ดำเนินการตามลำดับขั้น ดังต่อไปนี้

- (1) หาความถี่สัมพัทธ์สะสมและผลต่างระหว่างความถี่สัมพัทธ์สะสมของข้อมูลทั้งสองชุด

คะแนน	กลุ่มที่ 1 $S_m(X)$	กลุ่มที่ 2 $S_n(X)$	$[S_m(X) - S_n(X)]$
20-24	0.0667	0.0143	0.0524
25-29	0.1500	0.0429	0.1071
30-34	0.3000	0.1143	0.1570
35-39	0.5167	0.2143	0.3024
40-44	0.7167	0.3429	0.3738
45-49	0.8667	0.5429	0.3238
50-54	0.9167	0.7286	0.1881
55-59	0.9333	0.8571	0.0762
60-64	0.9667	0.9286	0.0411
65-69	0.9833	0.9714	0.0119
70-74	1.0000	1.0000	0.0000

- (2) หา $D_{m,n}$ ที่มีค่าสูงที่สุด เนื่องจากเป็นการทดสอบแบบทางเดียว (ตามที่โจทย์กำหนด) จึงหา $D_{m,n}$ จากสูตร (2) ดังนี้

$$D_{m,n} = \max[S_m(X) - S_n(X)]$$

จากตารางข้างบนนี้ ได้ $D_{m,n} = 0.3738$

(3) ทดสอบความมีนัยสำคัญของ $D_{m,n}$ ที่สังเกตได้

วิธีการทดสอบ

1) สมมติฐาน

H_0 : มัธยฐานของคะแนนของประชากรทั้งสองกลุ่มเท่ากัน

H_1 : มัธยฐานของคะแนนของนักศึกษาหญิงสูงกว่ามัธยฐานของคะแนนของนักศึกษา

ชาย

หรือ $H_0 : \theta_1 = \theta_2$

$H_1 : \theta_1 > \theta_2$

2) ระดับความมีนัยสำคัญ ให้ $\alpha = 0.01$

3) การคำนวณหาค่าสถิติ

$$\text{จาก } D_{m,n} = \max[S_m(X) - S_n(X)] = 0.3738$$

$$\chi^2 = 4D_{m,n}^2 \frac{mn}{m+n}$$

$$\chi^2 = 4(0.3738)^2 \frac{(60)(70)}{60+70} = 18.0570$$

4) เขตวิกฤต กำหนด $\alpha = 0.01$ จากตารางที่ 4 ในภาคผนวก เมื่อ $df = 2$ ได้ $\chi^2 = 9.210$ ดังนั้น ค่า χ^2 ที่คำนวณได้มากกว่าหรือเท่ากับ 9.21 จะต้องปฏิเสธ H_0

5) สรุปผล เนื่องจากค่า χ^2 ที่คำนวณได้มากกว่า 9.21 จึงปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ยอมรับ H_1

แสดงว่า นักศึกษาหญิงได้คะแนนสูงกว่านักศึกษาชายที่ระดับความนัยสำคัญ 0.01

สรุปขั้นตอนการใช้การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ

(1) สร้างตารางแจกแจงความถี่และความถี่สะสมของข้อมูลทั้งสองชุด โดยกำหนดช่วงของคะแนนให้เหมือนกัน และให้มีจำนวนช่วงที่มากที่สุดเท่าที่จะทำได้

(2) หาความถี่สัมพัทธ์สะสมและผลต่างระหว่างความถี่สัมพัทธ์สะสม ในแต่ละช่วงของข้อมูลทั้งสองชุด

(3) หา $D_{m,n}$ ซึ่งเท่ากับผลต่างระหว่างความถี่สัมพัทธ์ในแต่ละคนช่วงของข้อมูลทั้งสองชุด

(3.1) สำหรับการทดสอบแบบสองทาง ใช้สูตร

$$D_{m,n} = \max |S_m(X) - S_n(X)|$$

(3.2) สำหรับการทดสอบแบบทางเดียว ใช้สูตร

$$D_{m,n} = \max[S_m(X) - S_n(X)]$$

(4) ทดสอบความมีนัยสำคัญของค่าสังเกต $D_{m,n}$ ตามขนาดของกลุ่มตัวอย่างและสมมติฐานทางเลือก (H_1) ที่ตั้งไว้ว่า เป็นการทดสอบแบบสองทางหรือทางเดียว โดยหาค่าวิกฤตดังนี้

(4.1) เมื่อ m และ n น้อยกว่าหรือเท่ากับ 25 สำหรับการทดสอบแบบสองทาง หาค่า $mnD_{m,n}$ แล้วเปรียบเทียบกับค่าวิกฤตจากตารางที่ 6 ในภาคผนวก

(4.2) เมื่อ m และ n น้อยกว่าหรือเท่ากับ 25 สำหรับการทดสอบแบบทางเดียว หาค่า $mnD_{m,n}$ แล้วเปรียบเทียบกับค่าวิกฤตจากตารางที่ 7 ในภาคผนวก

(4.3) เมื่อ m และ n มากกว่า 25 สำหรับการทดสอบแบบสองทาง หาค่าเปรียบเทียบกับค่า $mnD_{m,n}$ ที่สังเกตได้กับค่าวิกฤตที่คำนวณได้จากสูตร ตามลำดับความมีนัยสำคัญของตารางที่ 8

(4.4) เมื่อ m และ n มากกว่า 25 สำหรับการทดสอบแบบทางเดียว ใช้การทดสอบไคสแควร์ ตามสูตร $\chi^2 = 4D_{m,n}^2 \frac{mn}{m+n}$ และหาค่าวิกฤตจากตารางไคสแควร์ (ตารางที่ 4 ในภาคผนวก) ที่ $df = 2$

5) การตัดสินใจ ทั้ง 4 กรณี จะปฏิเสธ H_0 ถ้าค่าที่สังเกตได้มากกว่าหรือเท่ากับค่าวิกฤตจากตาราง

4.5.7 ประสิทธิภาพ

ประสิทธิภาพของการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟสำหรับกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่ม เมื่อเปรียบเทียบกับ การทดสอบแบบที (t-test) ในสถิติพารามิเทรริก มีประมาณ 95 % สำหรับกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก แต่เมื่อขนาดของกลุ่มตัวอย่างเพิ่มขึ้น ประสิทธิภาพของการทดสอบจะลดลง และในกรณีกลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดเล็กมากการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ จะมีประสิทธิภาพมากกว่าการทดสอบวิลคอกชัน-แมนน์-วิทนี แต่ในกรณีกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่จะตรงกันข้าม

บทสรุป

ในบทนี้ได้เสนอวิธีการทดสอบสมมติฐานเมื่อมีกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มไม่สัมพันธ์กัน โดยต้องการจะทดสอบว่า 2 กลุ่มนั้นมาจากประชากรเดียวกันหรือไม่ จากวิธีการทดสอบที่เสนอมารวม 5 วิธี พอจะสรุปได้ดังนี้

1. ถ้าต้องการจะทดสอบความแตกต่างอย่างใดอย่างหนึ่งระหว่างตำแหน่งของข้อมูลแนวนอนเข้าสู่ส่วนกลาง จะใช้การทดสอบมัธยฐาน (หรือใช้การทดสอบของฟิชเชอร์ในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีจำนวนน้อย) การทดสอบยูของแมน-วิทนี การทดสอบของโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ (ทดสอบทางเดียว)

2. ถ้าต้องการจะทดสอบความแตกต่างหลาย ๆ อย่างรวมกัน เช่น เกี่ยวกับตำแหน่ง การกระจาย และความเบ้ของข้อมูล อาจใช้ไคสแควร์ โคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ (ทดสอบ 2 ทาง)

นอกจากนี้ ในการจะเลือกใช้การทดสอบนัยสำคัญใด ควรพิจารณากำลังหรือประสิทธิภาพของการทดสอบนั้น ๆ ด้วย เช่น

1) ถ้าจะทดสอบเกี่ยวกับตำแหน่งของข้อมูลควรใช้การทดสอบแรนดอมไมเซชัน โดยมีข้อแม้ว่า กลุ่มตัวอย่างจะต้องมีจำนวนน้อยและข้อมูลจะต้องอยู่ในมาตราอันดับ

2) ถ้ากลุ่มตัวอย่างมีจำนวนมากและข้อมูลอยู่ในมาตราต่ำ (เช่นมาตราเรียงอันดับ) ใช้การทดสอบของยูของแมน-วิทนี ซึ่งมีประสิทธิภาพเกือบเท่าการทดสอบแรนดอมไมเซชัน

3) ถ้าข้อมูลอยู่ในมาตราเรียงอันดับและกลุ่มตัวอย่างมีจำนวนน้อย ใช้การทดสอบของโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟจะเหมาะสมกว่า

4) ถ้าข้อมูลไม่สามารถจะจัดอันดับได้แน่นอนนัก แต่สามารถแบ่งออกเพียง 2 กลุ่ม คือ สูงกว่าและต่ำกว่ามัธยฐาน ก็ควรใช้การทดสอบมัธยฐาน

5) จากข้อมูลลักษณะเดียวกันกับข้อ 4 หรือคล้ายข้อ 4 ถ้ามีกลุ่มตัวอย่างมีจำนวนน้อย ควรหาความน่าจะเป็นจริง ๆ โดยใช้การทดสอบของฟิชเชอร์

6) ถ้าข้อมูลอยู่ในมาตรานามบัญญัติใช้ไคสแควร์ แต่ถ้ากลุ่มตัวอย่างมีจำนวนน้อยและเป็นตาราง 2×2 ใช้การทดสอบของฟิชเชอร์

7) ถ้าข้อมูลมีลักษณะต่อเนื่อง (Continuous) ควรใช้การทดสอบของโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ หรือการทดสอบรันของวาล-โวลโฟวิช แต่โดยทั่ว ๆ ไป ใช้โคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟจะดีกว่า เพราะสามารถใช้ได้เมื่อข้อตกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับความต่อเนื่องของข้อมูล (Continuity) เป็นไปไม่ได้ โดยจะทำให้การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟนี้เป็น Conservative กล่าวคือ ทำให้โอกาสที่จะรับ H_0 มีมากขึ้น นั่นคือ ถ้าไม่รับ H_0 แล้วค่อนข้างจะแน่ใจว่ากลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มนั้นแตกต่างกันจริง

8) การทดสอบรันของวาล-โวลโฟวิช ใช้คล้าย ๆ กับโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ แต่มีประสิทธิภาพต่ำกว่า

คำถามทบทวน

1. จงเปรียบเทียบข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบฟิชเชอร์และทดสอบไคสแควร์ พร้อมยกตัวอย่างประกอบ

2. จงอธิบายลักษณะข้อมูลที่ใช้ทดสอบแมน-วิทนี พร้อมยกตัวอย่างการทดสอบ

3. จงอธิบายขั้นตอนการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟสำหรับกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม พร้อมยกตัวอย่าง

4. ให้เสนอวิธีการทดสอบสมมติฐานอย่างน้อย 3 วิธีการ เมื่อกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มไม่สัมพันธ์กัน แล้วต้องการทราบว่า กลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มนั้นมาจากประชากรเดียวกันหรือไม่ พร้อมยกตัวอย่างและเหตุผลประกอบ

แบบฝึกหัดหน่วยที่ 4

1. หัวหน้าพยาบาลในโรงพยาบาลแห่งหนึ่ง ได้ขอให้นักจิตวิทยาตรวจสอบดูว่า จากการสังเกตของพยาบาลหลาย ๆ คนในโรงพยาบาลเกี่ยวกับพฤติกรรมของคนไข้ พฤติกรรมที่เหล่าพยาบาลสนใจ คือ คนไข้ชายมักจะให้ความร่วมมือมากกว่าคนไข้หญิง (ในสายตาของพยาบาล) ข้อมูลอยู่ในรูปของ Rating กล่าวคือ

- 5 = ให้ความร่วมมือดีเยี่ยม
- 4 = ให้ความร่วมมือดี
- 3 = ปานกลาง
- 2 = ไม่ให้ความร่วมมือหรือให้ความร่วมมือน้อย
- 1 = ไม่ให้ความร่วมมือเลย

ข้างล่างนี้ คือข้อมูลที่หัวหน้าพยาบาลมอบให้นักจิตวิทยา

คนไข้ชาย	คนไข้หญิง
16 คน ได้คะแนน 5	12 คน ได้คะแนน 5
23 คน ได้คะแนน 4	20 คน ได้คะแนน 4
11 คน ได้คะแนน 3	19 คน ได้คะแนน 3
9 คน ได้คะแนน 2	21 คน ได้คะแนน 2
9 คน ได้คะแนน 1	18 คน ได้คะแนน 1

นักจิตวิทยาจะสรุปข้อมูลนี้ได้อย่างไร (อาจใช้เทคนิคการทดสอบได้มากกว่า 1 อย่าง) ให้เลือกใช้เทคนิคที่คิดว่าเหมาะสมที่สุด และบอกว่ามี Assumption อย่างไรบ้าง

2. อาจารย์วิชาสถิติได้ทดลอง Programmed Textbook ที่ตนเขียนขึ้นกับนักศึกษาชั้นปีที่ 3 เพื่อจะดูว่านักศึกษาที่ใช้ Programmed Textbook จะมีผลการเรียนต่ำกว่าการสอนตามตำราปกติหรือไม่ โดยแบ่งกลุ่ม P เป็นกลุ่มที่ใช้ Programmed Textbook และกลุ่ม C ใช้การสอนตามตำราปกติ เมื่อสิ้นเทอม นักศึกษา 2 กลุ่มนี้สอบข้อสอบชุดเดียวกัน ข้อมูลข้างล่างนี้เป็นคะแนนจากการสอบนั้น

Group P : 57, 78, 45, 33, 52, 57, 28, 76

Group C : 77, 86, 34, 85, 60, 87, 94, 79, 56, 90

จงทดสอบสมมติฐานที่ $\alpha = 0.025$

3. ข้อมูลข้างล่าง เป็นผลของการแข่งขันเบสบอล 2 สายตลอดหนึ่งปีของการแข่งขัน จงทดสอบสมมติฐานว่า มีความแตกต่างกันหรือไม่ระหว่างจำนวนคะแนนที่ได้ของแต่ละสาย โดย

1) ใช้ Wilcoxon Match-Pairs Test

2) ใช้ Mann-Whitney U-Test

และท่านคิดว่าวิธีทดสอบใดใน 2 วิธีนี้เหมาะกับข้อมูลนี้ที่สุด

	จำนวนคะแนนที่ได้									
	ทีมที่									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
สาย A	91	46	108	99	110	105	191	57	34	81
สาย B	81	51	63	51	46	45	66	64	90	28

4. ข้อมูลในตารางข้างล่างนี้ เป็นระยะที่นักกอล์ฟที่ใช้มือขวาและที่ใช้มือซ้ายทำได้ จากนักกอล์ฟที่สุ่มมากลุ่มละ 15 คน จงทดสอบว่า ความสามารถในการไดร์ฟกอล์ฟของนักกอล์ฟที่ใช้มือขวาและนักกอล์ฟที่ใช้มือซ้ายแตกต่างกันหรือไม่

นักกอล์ฟที่ใช้มือขวา	นักกอล์ฟที่ใช้มือซ้าย
181	175
182	177
186	180
189	183
194	185
195	187
198	188
199	190
200	191
201	192
226	193
237	196
241	197
246	225
257	228

5. โรงพยาบาลเอกชน รับพยาบาลที่จบจากสถาบัน 2 แห่งเข้าทำงานโดยการสอบคัดเลือก ได้ข้อมูลตามตารางข้างล่างนี้ จงทดสอบว่า พยาบาลที่สำเร็จการศึกษาจากสถาบันทั้งสองแห่งนี้ คุณภาพแตกต่างกันหรือไม่ โดยใช้การทดลองของวิลคอกซ์-แมนน์-วิทนี เมื่อกำหนด $\alpha = 0.01$

สถาบัน A	97	69	73	84	76	96	90	88	84	87	93		
สถาบัน B	88	99	65	69	97	84	85	89	91	90	87	91	72

6. นิตยสาร “ผู้หญิง” ต้องการศึกษาว่า การอ่านหนังสือมีความสัมพันธ์กับระดับการศึกษาของผู้อ่านหรือไม่ ผลการสำรวจได้ข้อมูลดังต่อไปนี้

ความถี่ในการอ่าน	ระดับการศึกษา		รวม
	ปริญญาตรีและสูงกว่าปริญญาตรี	ต่ำกว่าปริญญาตรี	
ไม่เคยอ่านเลย	21	29	50
อ่านบ้าง	30	14	44
อ่านเกือบทุกเล่ม	80	15	95
อ่านทุกเล่ม	45	20	65
รวม	176	78	254

จงทดสอบว่า ความถี่ในการอ่านเป็นอิสระจากระดับการศึกษา

7. จากการสุ่มตัวอย่างนักศึกษาชายมา 12 คน และนักศึกษาหญิง 10 คน เมื่อวัดส่วนสูงเป็นเซนติเมตร ได้ดังต่อไปนี้

ชาย 170, 159, 160, 172, 175, 156, 162, 165, 169, 177, 155, 168

หญิง 165, 150, 155, 169, 170, 158, 163, 172, 160, 157

จงทดสอบสมมติฐานว่า นักศึกษาชายสูงกว่านักศึกษาหญิงจริงหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

8. ผู้จัดการฝ่ายบุคคลของบริษัทแห่งหนึ่ง ต้องการทราบว่า ระดับการศึกษาของพนักงานกับคุณภาพของงานมีความสัมพันธ์กันหรือไม่ จึงสุ่มตัวอย่างพนักงานมา 200 คน ทำการศึกษาโดยแบ่งประเภทตามระดับการศึกษาและคุณภาพของงานที่ทำ ได้ข้อมูลตามตารางดังต่อไปนี้

คุณภาพของงาน	ระดับการศึกษา		รวม
	อนุปริญญา	ปริญญาตรี	

คุณภาพของงาน	ระดับการศึกษา		รวม
	อนุปริญญา	ปริญญาตรี	
ดีมาก	30	45	75
ดี	30	30	60
พอใช้	40	25	65
รวม	100	100	200

จงทดสอบสมมติฐานว่า ระดับการศึกษาและคุณภาพของงานมีความสัมพันธ์กันหรือไม่
กำหนด $\alpha = 0.05$

9. จากการสุ่มตัวอย่างหัวหน้าครอบครัวมา 200 คน จำแนกตามวุฒิการศึกษาและจำนวนบุตรที่มี
ได้ข้อมูลตามตารางข้างล่างนี้ จงทดสอบสมมติฐานว่าขนาดของครอบครัวไม่ได้ ขึ้นอยู่กับระดับ
การศึกษาของหัวหน้าครอบครัว โดยใช้ระดับความมีนัยสำคัญที่ 0.01

วุฒิการศึกษา	จำนวนบุตร (คน)		
	0-3	มากกว่า 3	รวม
ประถมศึกษา	51	32	83
มัธยมศึกษา	61	17	78
อุดมศึกษา	29	10	39
รวม	141	59	200

10. อยากทราบว่า การอ่านหนังสือพิมพ์หรือไม่อ่านหนังสือพิมพ์ของข้าราชการมีความสัมพันธ์กับ
รายได้ต่อเดือนหรือไม่ จึงสุ่มตัวอย่างข้าราชการจำนวนหนึ่งมาสอบถาม ได้ข้อมูลดังต่อไปนี้

รายได้	อ่าน	ไม่อ่าน
ต่ำกว่า 5,000 บาท	18	26
ตั้งแต่ 5,000 บาท ขึ้นไป	27	34

จงทดสอบสมมติฐานที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

11. ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่ง ได้จ้างบริษัทอิสระมาช่วยประเมินพนักงานขายที่ประจำอยู่ที่สาขา
นครสวรรค์และสาขาพิษณุโลก เกี่ยวกับบุคลิกภาพ ลักษณะท่าทางโดยทั่วไป การต้อนรับและการ

บริการลูกค้า ตลอดจนความรู้เกี่ยวกับผลิตภัณฑ์หรือสินค้าที่ตนเองรับผิดชอบ โดยการกลุ่มตัวอย่างพนักงานขายมาสาขาละ 11 คน ผลการประเมินปรากฏว่าได้คะแนนดังต่อไปนี้

นครสวรรค์	32	60	88	16	43	70	97	23	49	74	36
พิษณุโลก	24	49	73	27	97	21	44	67	90	13	29

จงทดสอบว่าพนักงานทั้งสองสาขามีความแตกต่างกันหรือไม่ โดยใช้ $\alpha = 0.05$

12. จากการสุ่มตัวอย่างภาพยนตร์จากบริษัทสร้างภาพยนตร์ 2 บริษัท ปรากฏว่าแต่ละเรื่องใช้เวลาฉายเป็นนาที ดังต่อไปนี้

บริษัท A	102	86	98	109	92		
บริษัท B	81	165	97	134	92	87	114

จงทดสอบว่า บริษัท B สร้างภาพยนตร์เรื่องยาวกว่าบริษัท A จริงหรือไม่ เมื่อกำหนดนัยสำคัญที่ $\alpha = 0.05$

13. ในการทดสอบความรู้พื้นฐานวิชาภาษาอังกฤษของนักศึกษาปีที่ 1 ได้สุ่มนักศึกษาที่จบชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายจากโรงเรียนในเมืองมา 6 คน ปรากฏว่า ได้คะแนนสูงกว่ามัธยฐานร่วม 5 คน และได้สุ่มนักศึกษาที่จบชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายจากโรงเรียนในชนบทมา 8 คน ปรากฏว่า ได้คะแนนสูงกว่ามัธยฐานร่วม 3 คน จงทดสอบสมมุติฐานว่า นักศึกษาที่จบชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายจากโรงเรียนในเมืองได้คะแนนสูงกว่านักศึกษาที่จบชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายจากโรงเรียนในชนบทจริงหรือไม่ ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05

เอกสารอ้างอิง

ทวี รื่นจินดา. (2524). สถิติไร้พารามิเตอร์. กรุงเทพฯ: O.S. PRINTING HOUSE CO. LTD.

วิสาข์ เกษประทุม. (2545). สถิตินอนพาราเมตริก. กรุงเทพฯ: พ.ศ. พัฒนา.

ส. วาสนา ประवालพฤษ. (2526). เอกสารประกอบการสอนวิชา 217 713 สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์. ขอนแก่น: สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

อัจฉริย์ จันทลักขณา. (2544). หลักสถิติเพื่อการวิเคราะห์ข้อมูลทั่วไป. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.

- Daniel, Weyne W. (1990). **Applied Nonparametric Statistics**. 2nd ed. PWS-KENT Publishing Company.
- Siegel, Sidney. (1956). **Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences**. New York: McGraw-Hill Inc.
- Siegel, Sidney and Castellan, N. John Jr. (1988). **Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences**. 2nd ed. New York: McGraw-Hill Inc.

แผนบริหารการสอนหน่วยที่ 5

การทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างมากกว่าสองกลุ่มที่สัมพันธ์กัน

เวลาสอน 4 ชั่วโมง

จุดมุ่งหมายรายวิชา

ข้อ 5 เพื่อให้สามารถทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างมากกว่าสองกลุ่มที่สัมพันธ์กันโดยใช้การทดสอบคอคครัน-คิว และการทดสอบฟรืดแมน

คุณลักษณะที่พึงประสงค์

ใฝ่รู้ มีทักษะการแก้โจทย์ปัญหา มีทักษะการทำงานร่วมกัน

วัตถุประสงค์

เพื่อให้ผู้เรียนสามารถ

1. บอกการทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างมากกว่าสองกลุ่มที่สัมพันธ์กัน
2. อธิบายวิธีการทดสอบคอคครัน-คิวและการทดสอบฟรืดแมนได้
3. ทดสอบคอคครัน-คิวและทดสอบฟรืดแมนกับกลุ่มตัวอย่างมากกว่าสองกลุ่มที่สัมพันธ์กันได้
4. ระบุด้านที่ผิดและปรับปรุงแก้ไขให้ถูกต้องได้ในการทดสอบคอคครัน-คิวและการทดสอบฟรืดแมน

เนื้อหา

- 5.1 การทดสอบคอคครัน-คิว
- 5.2 การทดสอบฟรืดแมน

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำ

1. สะท้อนผลการทำแบบฝึกหัดหน่วยที่ 4 และการทดสอบกลางภาค
2. ชี้แจงวัตถุประสงค์ และเนื้อหาหน่วยที่ 5

ขั้นสอน (ตามลำดับเนื้อหา ๆ ละ 2 ชั่วโมง)

1. บรรยายหลักการทฤษฎีการทดสอบคอคครัน-คิวและทดสอบฟรืดแมน ประกอบเพาเวอร์พอยท์และเอกสารประกอบการสอน
2. ยกตัวอย่างการทดสอบสมมติฐาน ดำเนินการเป็นขั้นตอนดังนี้
 - 2.1 วิเคราะห์ข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้
 - 2.2 วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ทดสอบ
 - 2.3 กำหนดวิธีการทดสอบ
 - 2.4 ดำเนินการทดสอบ

(ตั้งสมมติฐาน กำหนดระดับนัยสำคัญ คำนวณค่าสถิติ กำหนดเขตวิกฤติ และสรุปผล)

3. แบ่งกลุ่มทำโจทย์การทดสอบสมมติฐาน กลุ่มละ 1 ข้อ
4. กลุ่มสืบค้นตัวอย่างงานวิจัยที่ใช้การทดสอบคอตครัน-คิวก์และทดสอบฟรีดแมน
5. นำเสนอผลการทำโจทย์และการสืบค้น อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น
ชั้นสรุป
1. ร่วมพิจารณาข้อผิดพลาดในการทดสอบคอตครัน-คิวก์และทดสอบฟรีดแมน
2. ร่วมตอบคำถามทบทวนท้ายหน่วยที่ 5
3. ให้ทำแบบฝึกหัดหน่วยที่ 5 จำนวน 2 ข้อ เป็นรายบุคคล

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบสอนหน่วยที่ 5
2. เพาเวอร์พอยท์ประกอบการบรรยายหน่วยที่ 5
3. อินเทอร์เน็ตเพื่อการสืบค้น

การวัดและประเมินผล

1. สังเกตพฤติกรรมใฝ่รู้ และการทำงานร่วมกัน
2. ตรวจแบบฝึกหัด

หน่วยที่ 5

การทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างมากกว่าสองกลุ่มที่สัมพันธ์กัน

5.1 การทดสอบของคอคครันคิว

การทดสอบคอคครันคิว (Cochran Q Test) สำหรับตัวอย่างที่สัมพันธ์กัน k กลุ่ม เป็นวิธีการทดสอบความแตกต่างระหว่างความถี่หรือสัดส่วนตั้งแต่ 3 กลุ่มขึ้นไป ที่มีการจับคู่สมาชิกที่ต่างกลุ่มกันโดยใช้คุณลักษณะที่สัมพันธ์กันให้มีความเท่าเทียมกัน หรือใช้สมาชิกกลุ่มเดียวกันภายใต้สถานการณ์หรือเงื่อนไขที่แตกต่างกัน การทดสอบของคอคครันคิวเหมาะสำหรับข้อมูลที่มีการแบ่งเป็นประเภทต่าง ๆ ซึ่งมีระดับของการวัดอยู่ในมาตรานามบัญญัติ หรือแบ่งออกเป็นสองประเภทในมาตราจัดอันดับหรือในมาตราอันตรภาค

ตัวอย่างเช่น ถ้าต้องการทดสอบว่าข้อสอบแต่ละข้อในแบบทดสอบชุดหนึ่งมีความยากง่ายแตกต่างกันหรือไม่ อาจใช้การวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการตอบถูกและตอบผิดในแต่ละข้อทั้งหมด k ข้อ ของนักเรียนแต่ละคนทั้งหมด n คน แบบของการทดลอง k กลุ่มนี้ ถือเป็นแบบจับคู่ เพราะผู้ตอบแต่ละคนตอบแบบสอบชุดเดียวกันทั้งหมด k ข้อ

การวิเคราะห์ข้อสอบเพียงข้อเดียวก็อาจทำได้ โดยเปรียบเทียบคำตอบของนักเรียน n คน ภายใต้เงื่อนไขหรือสถานการณ์ต่าง ๆ กัน k อย่าง ก็ถือเป็นแบบจับคู่เช่นกัน เพราะใช้กลุ่มตัวอย่างชุดเดียวกันแต่ทำการวัดหรือสังเกตภายใต้สถานการณ์ที่แตกต่างกัน กรณีเช่นนี้เป็นการทดสอบว่า คำตอบของกลุ่มตัวอย่างในแต่ละสถานการณ์ทั้ง k อย่างแตกต่างกันหรือไม่

1) ข้อตกลงเบื้องต้น

(1) ข้อมูลต้องมีระดับของการวัดอยู่ในมาตรานามบัญญัติหรือมาตราจัดอันดับหรือมาตราอันตรภาค

(2) มีกลุ่มตัวอย่างที่สัมพันธ์กันตั้งแต่ 3 กลุ่มขึ้นไป ในแต่ละกลุ่มแบ่งออกได้เป็นสองประเภท เช่น ความสำเร็จกับความไม่สำเร็จ ถูกกับผิด เป็นต้น

(3) กลุ่มตัวอย่างแต่ละกลุ่มมีขนาดเท่ากัน

2) สมมติฐาน

การตั้งสมมติฐาน ทำได้หลายแบบแต่ที่มีความหมายใกล้เคียงกัน เช่น

H_0 : ความน่าจะเป็นของความสำเร็จมีค่าเท่ากันทุกกลุ่ม

H_1 : ความน่าจะเป็นของความสำเร็จมีค่าไม่เท่ากันอย่างน้อย 1 กลุ่ม

หรือ

H_0 : $P_1 = P_2 = P_3 = \dots = P_k$

H_1 : $P_j \neq P_{j'}$ เมื่อ $j \neq j'$ อย่างน้อย 1 คู่

3) สูตรที่ใช้ในการคำนวณ

เมื่อนำข้อมูลที่มีลักษณะดังกล่าวข้างต้น มาจัดเป็นตารางแบบสองทางที่ประกอบด้วย n แถว และ k สดมภ์ ก็สามารถทำการทดสอบสมมติฐานศูนย์ว่า สัดส่วนหรือความถี่ของค่าตอบที่ต้องการในแต่ละสดมภ์มีค่าเท่ากัน คอคครันได้แสดงว่า ถ้าสมมติฐานศูนย์เป็นจริง คือไม่มีความแตกต่างระหว่างความน่าจะเป็นของความสำเร็จภายใต้เงื่อนไขแต่ละอย่าง (การเกิดความสำเร็จและความไม่สำเร็จมีการกระจายอย่างสุ่มทั้งในแถวและสดมภ์)

ถ้าจำนวนแถวมีไม่น้อยเกินไป ค่าสถิติ Q จะเป็นไปตามสูตร

$$Q = \frac{k(k-1) \sum_{j=1}^k (G_j - \bar{G})^2}{k \sum_{i=1}^n L_i - \sum_{i=1}^n L_i^2} \dots\dots\dots (1)$$

$\bar{G}$ จะมีการแจกแจงไกล์การแจกแจงโคสแคว์ ที่ $df = (k - 1)$

เมื่อ G_j = จำนวนของความสำเร็จทั้งหมดในสดมภ์ที่ j

$\bar{G}$ = ค่าเฉลี่ยของ G_j

L_i = จำนวนของความสำเร็จทั้งหมดในแถวที่ i

k = จำนวนกลุ่มที่จะทดสอบ

n = จำนวนตัวอย่างในแต่ละกลุ่ม

หมายเหตุ $(k - 1)$ สนใจเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างกลุ่ม

เพื่อความสะดวกในการคำนวณ จึงมีการพิสูจน์เปลี่ยนแปลงสูตรที่ 1 ได้ดังนี้

$$\text{จาก } Q = \frac{k(k-1) \sum_{j=1}^k (G_j - \bar{G})^2}{k \sum_{i=1}^n L_i - \sum_{i=1}^n L_i^2} \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{จะได้ } Q = \frac{(k-1) \left[k \sum_{j=1}^k G_j^2 - \left(\sum_{j=1}^k G_j \right)^2 \right]}{k \sum_{i=1}^n L_i - \sum_{i=1}^n L_i^2} \dots\dots\dots (2)$$

4) การทดสอบ

การทดสอบ มีขั้นตอนตามลำดับดังต่อไปนี้

(1) กำหนดให้ 1 แทนความสำเร็จ หรือสิ่งที่ต้องการ

0 แทนความไม่สำเร็จ หรือสิ่งที่ไม่ต้องการ

(2) จัดข้อมูลให้อยู่ในรูปตาราง 2 ทาง ที่มี n แถว และ K สดมภ์

แล้วหาค่า G_j , L_i , L_i^2 , $\sum_{i=1}^n L_i$ และ $\sum_{i=1}^n L_i^2$
 (3) คำนวณหาค่า Q ตามสูตร 1 หรือ 2 ดังนี้

$$Q = \frac{k(k-1) \sum_{j=1}^k (G_j - \bar{G})^2}{k \sum_{i=1}^n L_i - \sum_{i=1}^n L_i^2} \dots\dots\dots (1)$$

$$Q = \frac{(k-1) \left[k \sum_{j=1}^k G_j^2 - \left(\sum_{j=1}^k G_j \right)^2 \right]}{k \sum_{i=1}^n L_i - \sum_{i=1}^n L_i^2} \dots\dots\dots (2)$$

(4) ทดสอบความมีนัยสำคัญของค่าสังเกต Q ที่คำนวณได้ในข้อ 4(3) โดยใช้ค่าวิกฤตของไคสแควร์ ที่ $df = k - 1$ จากตารางไคสแควร์ (ตารางที่ 4 ในภาคผนวก)

5) การแจกแจงทางสถิติ

มีการแจกแจงไคสแควร์ที่ $df = k - 1$

ตัวอย่างที่ 5.1 ในการทดสอบรสชาติของขนมคุกกี้ 4 ยี่ห้อ (A, B, C, D) ว่าแตกต่างกันหรือไม่ โดยการสุ่มผู้บริโภคมาเป็นกรรมการ 12 คน ให้กรรมการแต่ละคนชิมขนมคุกกี้ทั้ง 4 ยี่ห้อ แล้วระบุว่าชอบหรือไม่ชอบ ถ้าชอบให้ใส่เลข 1 ถ้าไม่ชอบให้ใส่เลข 0 ปรากฏว่าได้ข้อมูลต่อไปนี้

ยี่ห้อคุกกี้	กรรมการ											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
B	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0
C	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1
D	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0

จงทดสอบสมมติฐานว่า คณะกรรมการชอบรสชาติขนมคุกกี้ 4 ยี่ห้อนี้แตกต่างกันหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ 1) ตั้งสมมติฐาน

H_0 : ความน่าจะเป็นที่คณะกรรมการจะชอบขนมคุกกี้แต่ละยี่ห้อ มีค่าเท่ากันทั้ง 4 ยี่ห้อ

H_1 : ความน่าจะเป็นที่คณะกรรมการจะชอบขนมคุกกี้แต่ละยี่ห้อ มีค่าไม่เท่ากันอย่างน้อย 1

คู่

หรือ $H_0: P_1 = P_2 = P_3 = P_4$

$H_1: P_j \neq P_{j'}$ เมื่อ $j \neq j'$ อย่างน้อย 1 คู่

เมื่อ $P_1 =$ ความน่าจะเป็นที่คณะกรรมการจะชอบขนมคุกกี้ห่อ A

$P_2 =$ ความน่าจะเป็นที่คณะกรรมการจะชอบขนมคุกกี้ห่อ B

$P_3 =$ ความน่าจะเป็นที่คณะกรรมการจะชอบขนมคุกกี้ห่อ C

$P_4 =$ ความน่าจะเป็นที่คณะกรรมการจะชอบขนมคุกกี้ห่อ D

2) กำหนดระดับความมีนัยสำคัญ ให้ $\alpha = 0.05$

3) การคำนวณหาค่าสถิติ

(1) จัดข้อมูลให้อยู่ในรูปตาราง 2 ทาง ที่มี N แถว และ K สดมภ์ ในข้อนี้ $n = 12$

และ $k = 4$ แล้วหาค่า G_j , L_i , L_i^2 , $\sum_{i=1}^{12} L_i$ และ $\sum_{i=1}^{12} L_i^2$ ตามตารางต่อไปนี้

กรรมการ (j = 12)	ขนมคุกกี้ห่อ (I = 4)				L_i	L_i^2
	A	B	C	D		
1	1	0	0	1	2	4
2	1	1	0	1	3	9
3	1	0	1	0	2	4
4	1	0	1	1	3	9
5	1	1	1	1	4	16
6	1	1	0	0	2	4
7	0	1	1	1	3	9
8	1	0	1	0	2	4
9	1	0	0	1	2	4
10	1	0	0	1	2	4
11	1	1	0	1	3	9
12	1	0	1	0	2	4
รวม	11	5	6	8	$\sum_{i=1}^n L_i = 30$	$\sum_{i=1}^n L_i^2 = 80$

(2) หาค่า Q ตามสูตรที่ 2

$$Q = \frac{(k-1) \left[k \sum_{j=1}^k G_j^2 - \left(\sum_{j=1}^k G_j \right)^2 \right]}{k \sum_{i=1}^n L_i - \sum_{i=1}^n L_i^2}$$

จากตารางในข้อ (1) จะได้ว่า

$$n = 12, k = 4, G_1 = 11, G_2 = 5, G_3 = 6, G_4 = 8, \sum_{i=1}^{12} L_i = 30, \sum_{i=1}^{12} L_i^2 = 80$$

นำไปแทนค่าลงในสูตร จะได้

$$\begin{aligned} Q &= \frac{(4-1)[4(11^2 + 5^2 + 6^2 + 8^2) - (30)^2]}{4(30) - 80} \\ &= \frac{3[4(246) - 900]}{120 - 80} \\ &= \frac{252}{40} \\ &= 6.30 \end{aligned}$$

(3) หาเขตวิกฤต ค่าวิกฤตของ Q ประมาณได้จากค่า χ^2 ที่ $df = (k-1)$ ตามตารางที่ 4 ในภาคผนวก เมื่อกำหนด $\alpha = 0.05$ และจาก $df = (4 - 1) = 3$ ได้เขตวิกฤต $\chi^2 = 7.815$

(5) สรุป เนื่องจากค่า Q ที่คำนวณได้ 6.30 น้อยกว่าค่าวิกฤต 7.815 จึงยอมรับ H_0 แสดงว่า ความน่าจะเป็นที่คณะกรรมการจะชอบขนมคุกกี้แต่ละยี่ห้อมีค่าเท่ากันทั้ง 4 ยี่ห้อ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ตัวอย่างที่ 5.2 จากการสุ่มตัวอย่างนักศึกษา 15 คน ที่ทำข้อสอบปรนัยฉบับหนึ่งตั้งแต่ข้อ 1-5 โดยนักศึกษาตอบถูกจะได้คะแนนข้อละ 1 คะแนน แต่ถ้าตอบผิดจะได้คะแนนข้อละ 0 คะแนน ปรากฏว่าได้ข้อมูลดังต่อไปนี้

คนที่	ข้อสอบ				
	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5
1	1	0	0	0	0
2	1	1	0	0	1
3	1	1	0	0	0
4	1	1	1	0	1
5	1	1	0	1	0

คนที่	ข้อสอบ				
	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5
6	1	1	0	0	0
7	1	1	1	1	1
8	1	0	1	0	1
9	1	1	1	0	1
10	1	0	1	0	0
11	1	1	0	0	1
12	1	1	1	0	1
13	1	1	1	0	1
14	0	0	0	0	0
15	1	0	1	0	1

จงทดสอบสมมติฐานว่า ข้อสอบ 5 ข้อนี้มีความยากง่ายแตกต่างกันหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

วิธีทำ

1) ตั้งสมมติฐาน

H_0 : ความน่าจะเป็นที่นักศึกษาจะทำข้อสอบแต่ละข้อถูกมีค่าเท่ากัน (มีความยากง่ายเท่ากัน)

H_1 : ความน่าจะเป็นที่นักศึกษาจะทำข้อสอบแต่ละข้อถูกมีค่าไม่เท่ากันอย่างน้อย 1 คู่ หรือ

$$H_0 : P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P_5$$

$$H_1 : P_j \neq P_{j'} \text{ เมื่อ } j \neq j' \text{ อย่างน้อย 1 คู่}$$

เมื่อ P_1 = ความน่าจะเป็นที่นักศึกษาจะทำข้อสอบข้อ 1 ถูก

P_2 = ความน่าจะเป็นที่นักศึกษาจะทำข้อสอบข้อ 2 ถูก

P_3 = ความน่าจะเป็นที่นักศึกษาจะทำข้อสอบข้อ 3 ถูก

P_4 = ความน่าจะเป็นที่นักศึกษาจะทำข้อสอบข้อ 4 ถูก

P_5 = ความน่าจะเป็นที่นักศึกษาจะทำข้อสอบข้อ 5 ถูก

2) กำหนดระดับความมีนัยสำคัญ ให้ $\alpha = 0.01$

3) การคำนวณหาค่าสถิติ

(1) จัดข้อมูลให้อยู่ในรูปตาราง 2 ทาง ที่มี n แถว และ K สดมภ์ ในข้อนี้ $n = 15$

และ $k = 5$ แล้วหาค่า G_j , L_1 , L_i^2 , $\sum_{i=1}^{15} L_i$ และ $\sum_{i=1}^{15} L_i^2$ ตามตารางต่อไปนี้

คนที่	ข้อสอบ					L_i	L_i^2
	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5		
1	1	0	0	0	0	1	1
2	1	1	0	0	1	3	9
3	1	1	0	0	0	2	4
4	1	1	1	0	1	4	16
5	1	1	0	1	0	3	9
6	1	1	0	0	0	2	4
7	1	1	1	1	1	5	25
8	1	0	1	0	1	3	9
9	1	1	1	0	1	4	16
10	1	0	1	0	0	2	4
11	1	1	0	0	1	3	9
12	1	1	1	0	1	4	16
13	1	1	1	0	1	4	16
14	0	0	0	0	0	0	0
15	1	0	1	0	1	3	9
รวม	14	10	8	2	9	$\sum_{i=1}^n L_i = 43$	$\sum_{i=1}^n L_i^2 = 147$

(2) หาค่า Q ตามสูตรที่ 2

$$Q = \frac{(k-1) \left[k \sum_{j=1}^k G_j^2 - \left(\sum_{j=1}^k G_j \right)^2 \right]}{k \sum_{i=1}^n L_i - \sum_{i=1}^n L_i^2}$$

จากตารางในข้อ (1) จะได้

$n = 15$, $k = 5$, $G_1 = 14$, $G_2 = 10$, $G_3 = 8$, $G_4 = 2$, $G_5 = 9$, $\sum_{i=1}^{15} L_i = 43$, $\sum_{i=1}^{15} L_i^2 = 147$ นำไปแทนค่าลงในสูตร จะได้

$$Q = \frac{(5-1)[5(14^2 + 10^2 + 8^2 + 2^2 + 9^2) - (43)^2]}{5(43) - 147}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{4[3(445) - 1849]}{215 - 147} \\
&= \frac{1504}{68} \\
&= 22.1176
\end{aligned}$$

4) หาเขตวิกฤต ค่าวิกฤตของ Q ประมาณได้จากค่า χ^2 ที่ $df = (k - 1)$ ตามตารางที่ 4 ในภาคผนวก เมื่อกำหนด $\alpha = 0.01$ และจาก $df = (5 - 1) = 4$ ได้เขตวิกฤต $\chi^2 = 13.277$

5) สรุป เนื่องจากค่า Q ที่คำนวณได้ 22.1176 มากกว่าค่าวิกฤต 13.277 จึงต้องปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1

แสดงว่า ความน่าจะเป็นที่นักศึกษาจะทำข้อสอบแต่ละข้อถูกมีค่าไม่เท่ากันอย่างน้อย 1 คู่ นั่นคือ ข้อสอบ 5 ข้อนี้มีความยากง่ายแตกต่างกันอย่างน้อย 1 คู่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

5.2 การทดสอบฟรีดแมน

การทดสอบฟรีดแมน (Friedman Two-Way Analysis of Variance by Ranks) เป็นการทดสอบที่ได้พัฒนามาจากการทดสอบของวิลคอกซ์ ซึ่งเป็นการทดสอบสมมติฐานที่มีจำนวนกลุ่ม k กลุ่ม ที่ถูกสุ่มมาจากประชากรเดียวกัน มีความสัมพันธ์กัน มีการจัดข้อมูลในรูปของตาราง 2 ทาง มี n แถว และ k สดมภ์ โดยสดมภ์ แทนสถานการณ์หรือการทดลอง (ใช้ทดลองตั้งแต่ 3 วิธีขึ้นไป)

ข้อตกลงเบื้องต้น

- 1) ข้อมูลต้องมีการวัดอยู่ระดับที่ไม่ต่ำกว่ามาตราจัดอันดับ
- 2) มีตัวอย่างสัมพันธ์กันตั้งแต่ 3 กลุ่มขึ้นไป
- 3) ตัวอย่างแต่ละกลุ่มต้องมีขนาดเท่ากัน
- 4) ลักษณะของข้อมูลเป็นแบบต่อเนื่อง

ขั้นตอนการทดสอบนัยสำคัญ

- 1) สมมติฐาน

H_0 : การแจกแจงของประชากรทั้ง k ชุดไม่แตกต่างกัน
(ค่าเฉลี่ยของประชากรทั้ง k ชุดไม่แตกต่างกัน)

H_1 : การแจกแจงของประชากรทั้ง k ชุดแตกต่างกัน
(ค่าเฉลี่ยของประชากรทั้ง k ชุด แตกต่างกัน)

- 2) ระดับนัยสำคัญ α เปิดตาราง $\chi^2_{(\alpha, df=(k-1))}$ เมื่อ k = จำนวนกลุ่มของข้อมูล
- 3) ขอบเขตปฏิเสธ คือ $F_r \geq \chi^2_{(\alpha, df=(k-1))}$ จะปฏิเสธ H_0
- 4) ค่าทดสอบสถิติ F_r เริ่มจาก

- (1) จัดอันดับ (Rank) ของค่าสังเกตในแต่ละแถว โดยให้ค่าสังเกตต่ำสุดเป็นอันดับ 1
- 1 ถ้าการทดสอบมี 4 กลุ่ม การจัดอันดับในแถวก็จะมีอันดับ 1-4
- (2) หาผลรวมของอันดับในแต่ละกลุ่ม (R_i)
- (3) คำนวณค่าสถิติจากสูตร

$$F_r = \left[\frac{12}{nk(k+1)} \right] \times \left[\sum_{i=1}^k R_i^2 \right] - 3n(k+1)$$

เมื่อ n คือ จำนวนแถว

k คือ จำนวนกลุ่มข้อมูล

R_i คือ ผลรวมของอันดับในกลุ่มที่ i

5) สรุปผลการทดสอบ จะปฏิเสธ H_0 ถ้า $F_r > \chi^2_{(\alpha, df=(k-1))}$

ตัวอย่างที่ 5.3 ฝ่ายผลิตของโรงงานแห่งหนึ่งต้องการทดสอบว่า เครื่องบรรจุหีบห่อที่แตกต่างกัน 4 ยี่ห้อจะมีความแตกต่างในด้านสมรรถนะในการทำงานหรือไม่ จึงได้สุ่มคนงานจำนวน 5 คน และให้ทำการหีบห่อด้วยเครื่องจักรทั้ง 4 ยี่ห้อ แล้วจึงบันทึกจำนวนที่หีบห่อได้ต่อนาที ผลปรากฏดังนี้

คนงานคนที่	เครื่องจักรยี่ห้อ			
	ก	ข	ค	ง
1	14	17	10	9
2	19	15	13	14
3	11	15	16	14
4	16	12	14	17
5	10	17	15	18

จงทดสอบว่า เครื่องจักรทั้ง 4 ยี่ห้อสมรรถนะในการทำงานแตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ

1) ตั้งสมมติฐาน

H_0 : เครื่องจักรทั้ง 4 ยี่ห้อสมรรถนะในการทำงานไม่แตกต่างกัน

H_1 : เครื่องจักรทั้ง 4 ยี่ห้อสมรรถนะในการทำงานแตกต่างกัน

2) ระดับนัยสำคัญ 0.05 เปิดตาราง $\chi^2_{(\alpha, df=(k-1))}$

จะได้ $\chi^2_{(0.05, 3)} = 7.815$

3) ขอบเขตปฏิเสธ คือ $F_r > \chi^2_{(0.05,3)}$ จะปฏิเสธ H_0

4) ค่าทดสอบสถิติ F_r เริ่มจาก

(1) จัดอันดับ (Rank) ของค่าสังเกตในแต่ละแถว โดยให้ค่าสังเกตต่ำสุดเป็นอันดับ

1 ถ้าการทดสอบมี 4 กลุ่ม การจัดอันดับในแถวก็จะมีอันดับ 1-4

คนงาน คนที่	ก		ข		ค		ง	
	จำนวน หีบห่อ	อันดับ (R_1)	จำนวน หีบห่อ	อันดับ (R_2)	จำนวน หีบห่อ	อันดับ (R_3)	จำนวน หีบห่อ	อันดับ (R_4)
1	14	3	17	4	10	2	9	1
2	19	4	15	3	13	1	14	2
3	11	1	15	3	16	4	14	2
4	16	3	12	1	14	2	17	4
5	10	1	17	3	15	2	18	4
R_i	$R_1 = 12$		$R_2 = 14$		$R_3 = 11$		$R_4 = 13$	

(2) หาผลรวมรวมของอันดับในแต่ละกลุ่ม R_i

$$R_1 = 12, R_2 = 14, R_3 = 11, R_4 = 13$$

คำนวณค่าสถิติจากสูตร

$$F_r = \left[\frac{12}{nk(k+1)} \right] \times \left[\sum_{i=1}^k R_i^2 \right] - 3n(k+1)$$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า} \quad F_r &= \left[\frac{12}{(5)(4)(4+1)} \right] \times [12^2 + 14^2 + 11^2 + 13^2] - 3(5)(4+1) \\ &= \frac{12}{100} \times 630 - 79 \\ &= 75.60 - 79 \\ &= 0.60 \end{aligned}$$

5) สรุปผลการทดสอบ $F_r = 0.60 < \chi^2_{(0.05,3)} = 7.815$

ดังนั้น จึงยอมรับ H_0

แสดงว่า เครื่องจักรทั้ง 4 ยี่ห้อ มีสมรรถนะในการทำงานไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญที่

0.05

บทสรุป

การทดสอบในบทนี้มีเพียง 2 วิธีที่นำมาเสนอ คือ คอตรัน Q จะทดสอบในแง่ของความถี่ โดยข้อมูลอยู่ในมาตรานามบัญญัติ และมีลักษณะเป็น 2 อย่างเท่านั้น ส่วนการทดสอบความแปรปรวนของฟรืดแมนนั้น จะทดสอบความแตกต่างของอันดับที่ใช้ χ^2 และสามารถหาค่าความน่าจะเป็นที่แท้จริง (Exact Probability) ได้ด้วย ถ้ากลุ่มตัวอย่างและประเภทของสถานการณ์ (N, K) มีค่าน้อย

คำถามทบทวน

1. จงอธิบายวิธีการทดสอบคอตรัน-คิว พร้อมยกตัวอย่างประกอบ
2. ข้อมูลประเภทใดเหมาะสมกับการทดสอบฟรืดแมน เพราะเหตุใด พร้อมยกตัวอย่างประกอบ

แบบฝึกหัดหน่วยที่ 5

1. จากการสุ่มตัวอย่างนักศึกษาที่เรียนวิชา 41112150 มา 10 คน ให้ทำข้อสอบปรนัยตั้งแต่ข้อ 1-6 โดยถ้านักศึกษาตอบถูกจะได้คะแนนข้อละ 1 คะแนน แต่ถ้าตอบผิดจะได้คะแนนข้อละ 0 คะแนน ผลการสอบปรากฏดังนี้

นักศึกษาคนที่	ข้อสอบ					
	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	ข้อที่ 5	ข้อที่ 6
1	0	1	1	0	1	0
2	0	0	1	1	1	0
3	0	1	0	1	1	1
4	1	0	0	0	1	1
5	1	1	1	0	1	1
6	1	0	1	0	1	1
7	1	1	1	1	1	0
8	0	1	0	1	0	1
9	1	0	1	1	1	1
10	1	0	1	1	1	1

จงทดสอบสมมติฐานว่า ข้อสอบ 6 ข้อนี้มีความยากง่ายแตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05

2. จากการสำรวจความนิยมของประชาชนในตำบลหนึ่งที่มีต่อพรรคการเมือง 3 พรรค คือ พรรค ท พรรค ป และพรรค ว ได้สุ่มตัวอย่างมาทั้งหมด 16 คน ให้ตัวอย่างแต่ละคนพิจารณาผลงานที่ผ่านมาของแต่ละพรรค ถ้าชอบหรือพอใจพรรคใดก็ให้คะแนน 1 แต่ถ้าไม่พอใจพรรคใดก็ให้คะแนน 0 ลงในช่องของพรรคนั้น ปรากฏดังต่อไปนี้

พรรค	ประชาชน															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
ท	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1
ป	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1
ว	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0

จงทดสอบสมมติฐานว่า ประชาชนในตำบลนี้ชอบพรรคการเมือง 3 พรรคแตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05

3. ในการสอบถามแม่บ้านที่สุ่มมา 12 คน หลังจากการทดลองใช้ผงซักฟอก 4 ชนิดว่า ชอบใช้ผงซักแต่ละชนิดหรือไม่ ถ้าชอบให้เลือกหมายเลข 1 ถ้าไม่ชอบให้เลือกหมายเลข 2 หน้าผงซักฟอกชนิดนั้น ปรากฏว่าได้คำตอบดังนี้

ผงซักฟอก	แม่บ้านคนที่											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1
B	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0
C	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1
D	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1

จงทดสอบสมมติฐานว่า แม่บ้านชอบผงซักฟอกแตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.01

4. จากการสุ่มตัวอย่างอาจารย์ผู้สอนในสถาบันราชภัฏแห่งหนึ่งเพื่อสอบถามความรู้สึกที่มีต่อการบริหารงานของผู้บริหารในช่วงเวลาต่างๆ กัน 4 ช่วง หลังจากผู้บริหารเข้ารับงาน ผลการตอบแบบสอบถามปรากฏดังนี้

อาจารย์	ช่วงเวลาสำรวจหลังจากผู้บริหารเข้ารับงาน			
	3 เดือน	6 เดือน	9 เดือน	12 เดือน
ก	ไม่ชอบ	ชอบ	ชอบ	ไม่ชอบ

อาจารย์	ช่วงเวลาที่สำรวจหลังจากผู้บริหารเข้ารับงาน			
	3 เดือน	6 เดือน	9 เดือน	12 เดือน
ข	ไม่ชอบ	ไม่ชอบ	ชอบ	ชอบ
ค	ชอบ	ไม่ชอบ	ไม่ชอบ	ไม่ชอบ
ง	ชอบ	ไม่ชอบ	ชอบ	ชอบ
จ	ชอบ	ชอบ	ไม่ชอบ	ชอบ
ฉ	ชอบ	ชอบ	ชอบ	ไม่ชอบ
ช	ชอบ	ชอบ	ชอบ	ชอบ

จงทดสอบสมมติฐานว่า ความรู้สึกของอาจารย์ผู้สอนที่มีต่อการบริหารงานของผู้บริหารแตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.01

5. ในการจัดอันดับเรียงความเนื่องในวันแม่แห่งชาติของนักศึกษาที่ส่งเข้าประกวด 8 คน โดยคณะกรรมการ 5 คน ปรากฏดังนี้

นักศึกษา	กรรมการ				
	1	2	3	4	5
1	1	2	2	1	2
2	2	4	1	3	4
3	3	1	3	2	1
4	4	5	5	5	3
5	5	3	4	6	5
6	6	7	7	4	7
7	7	10	6	9	6
8	8	6	10	7	10
9	9	9	9	8	9
10	10	8	8	10	8

จงทดสอบสมมติฐานว่า ผลการจัดอันดับของกรรมการทั้ง 5 คน แตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05

6. ในการทดลองสอนวิทยาศาสตร์ 3 วิธี โดยใช้สุ่มตัวอย่างนักเรียนที่มีความรู้เท่าเทียมกันทางด้านสติปัญญาและประสบการณ์มา 15 กลุ่ม กลุ่มละ 3 คน แล้วสุ่มนักเรียนในแต่ละกลุ่มให้กับวิธีสอน 3 วิธี วิธีละ 1 คน เมื่อสิ้นสุดการทดลองแล้วทำการทดสอบโดยใช้แบบสอบชุดเดียวกัน ได้คะแนนดังต่อไปนี้

กลุ่ม	วิธีสอน		
	1	2	3
1	39	33	45
2	40	29	23
3	47	32	28
4	21	36	25
5	29	41	37
6	26	47	39
7	36	35	33
8	28	27	26
9	36	34	43
10	35	29	43
11	28	44	33
12	39	36	24
13	31	27	25
14	23	26	39
15	38	40	33

6.1 จงทดสอบสมมติฐานว่า วิธีการสอนวิทยาศาสตร์ 3 วิธีนี้แตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05

6.2 ถ้าการทดสอบในข้อ 6.1 มีนัยสำคัญจงแสดงการเปรียบเทียบพหุคูณ พร้อมทั้งอภิปรายผลด้วย

6.3 ถ้าการทดสอบในข้อ 6.1 มีนัยสำคัญจงแสดงการเปรียบเทียบระหว่างกลุ่มควบคุม (วิธีที่ 1) กับกลุ่มอื่น ๆ

7. ในการประกวดการพูดในที่ชุมนุมครั้งหนึ่งมีผู้เข้าแข่งขันทั้งหมด 12 คน คณะกรรมการ 4 คน ให้คะแนนผู้เข้าประกวดแต่ละคนดังนี้

ผู้เข้าแข่งขัน	กรรมการ			
	1	2	3	4
1	24	26	25	22
2	18	21	26	24
3	20	17	19	18
4	30	27	28	29
5	28	26	27	23
6	27	27	29	28

ผู้เข้าแข่งขัน	กรรมการ			
	1	2	3	4
7	19	21	20	24
8	25	26	26	26
9	23	20	21	22
10	21	21	25	20
11	22	21	20	19
12	26	28	27	25

7.1 จงทดสอบสมมติฐานว่าผลการให้คะแนนของกรรมการ 4 คนนี้แตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05

7.2 ถ้าการทดสอบในข้อ 7.2 มีนัยสำคัญจงแสดงการเปรียบเทียบพหุคูณ พร้อมทั้งอภิปรายผลด้วย

8. จากการสุ่มตัวอย่างนักศึกษา 15 คน ที่ทำข้อสอบปรนัยฉบับหนึ่งตั้งแต่ข้อ 1-5 โดยนักศึกษาตอบถูกจะได้คะแนนข้อละ 1 คะแนน แต่ถ้าตอบผิดจะได้คะแนนข้อละ 0 คะแนน ปรากฏว่าได้ข้อมูลดังต่อไปนี้

คนที่	ข้อสอบ				
	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5
1	0	0	0	0	0
2	1	1	0	0	1
3	1	1	0	0	0
4	1	1	1	0	1
5	1	1	0	1	0
6	1	0	0	0	0
7	1	1	1	1	1
8	0	0	1	0	1
9	1	1	0	0	1
10	1	0	1	0	0
11	0	1	0	0	1
12	1	1	1	0	1
13	1	1	1	0	1
14	0	0	0	0	0

คนที่	ข้อสอบ				
	ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5
15	1	0	1	0	1

จงทดสอบสมมติฐานว่าข้อสอบ 5 ข้อนี้ มีความยากง่ายแตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

9. นักจิตวิทยาตั้งสมมติฐานว่า ลักษณะท่าทีที่ไม่เป็นมิตรต่อคนอื่นในวัยเด็ก เป็นผลจากความรุนแรงที่ปรากฏในรายการโทรทัศน์ที่เด็กดู จึงทดลองนำเด็กมา 10 คน ให้แต่ละคนดูรายการโทรทัศน์ที่มีความรุนแรงในระดับต่าง ๆ กัน 3 ระดับ เมื่อดูเสร็จแต่ละเรื่องแล้ว จะทดสอบลักษณะความไม่เป็นมิตรออกมาเป็นคะแนน (คะแนนมากแสดงถึงลักษณะความไม่เป็นมิตรสูง) ปรากฏว่าได้ข้อมูลดังต่อไปนี้

เด็กคนที่	ระดับความรุนแรงที่ปรากฏในรายการโทรทัศน์					
	รุนแรงน้อย	อันดับ	รุนแรงปานกลาง	อันดับ	รุนแรงมาก	อันดับ
1	23	1	30	2	32	3
2	41		45		43	
3	36		35		39	
4	28		29		35	
5	39		41		47	
6	25		28		27	
7	38		46		51	
8	40		47		49	
9	45		46		42	
10	29	1	34	2	38	3
R_i	$R_1 = 12$		$R_2 = 22$		$R_3 = 26$	

จงทดสอบว่า ลักษณะที่ไม่เป็นมิตรในเด็กได้รับอิทธิพลจากความรุนแรงในรายการโทรทัศน์ที่เด็กดูจริงหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

เอกสารอ้างอิง

ทวี รื่นจินดา. (2524). สถิติไร้พารามิเตอร์. กรุงเทพฯ: O.S. PRINTING HOUSE CO. LTD.

บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์. (2543). สถิติวิเคราะห์เพื่อการวิจัย. กรุงเทพฯ: เรือนแก้ว.

วิสาข์ เกษประทุม. (2545). สถิตินอนพาราเมตริก. กรุงเทพฯ: พ.ศ. พัฒนา.

วัฒนา สุนทรชัย. (2543). เรียนสถิติด้วย SPSS ภาคสถิติไม่อิงพารามิเตอร์. กรุงเทพฯ: วิทยพัฒน์.

ส. วาสนา ประवालพฤษ. (2526). เอกสารประกอบการสอนวิชา 217 713 สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์. ขอนแก่น: สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

อำนวย เลิศชัยนัต. (2539). สถิตินอนพาราเมตริก. กรุงเทพฯ: ศิลปะการพิมพ์.

อุมาพร จันทศร. (2542). สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ฟิสิกส์เซ็นเตอร์.

Siegel, Sidney. (1956). *Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences*. New York: McGraw-Hill Inc.

Siegel, Sidney and Castellan, N. John Jr. (1988). *Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences*. 2nd ed. New York: McGraw-Hill Inc.

แผนบริหารการสอนหน่วยที่ 6
การทดสอบสมมติฐานของกลุ่มตัวอย่างมากกว่าสองกลุ่ม
ที่ไม่สัมพันธ์กัน

เวลาสอน 8 ชั่วโมง

จุดมุ่งหมายรายวิชา

ข้อ 6 เพื่อให้สามารถทดสอบสมมติฐานในกรณีกลุ่มตัวอย่างมากกว่าสองกลุ่มที่ไม่สัมพันธ์กัน โดยใช้การทดสอบไคสแควร์และการทดสอบครัสคัล-วอลลิส

คุณลักษณะที่พึงประสงค์

ใฝ่รู้ มีทักษะการแก้โจทย์ปัญหา มีทักษะการทำงานร่วมกัน

วัตถุประสงค์

เพื่อให้ผู้เรียนสามารถ

1. บอกการทดสอบแบบไคสแควร์และการทดสอบแบบครัสคัล-วอลลิสได้
2. อธิบายความแตกต่างของการทดสอบไคสแควร์และการทดสอบครัสคัล-วอลลิสได้
3. หาค่าการทดสอบไคสแควร์และการทดสอบครัสคัล-วอลลิสได้
4. ระบุขั้นตอนที่ผิดพลาดและปรับปรุงแก้ไขในการการทดสอบไคสแควร์ และการทดสอบ

ครัสคัล-วอลลิสได้

เนื้อหา

6.1 การทดสอบไคสแควร์

6.2 การทดสอบครัสคัล-วอลลิส

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ชั้นนำ

ชี้แจงวัตถุประสงค์ และเนื้อหาหน่วยที่ 6

ชั้นสอน (ตามลำดับเนื้อหา ๆ ละ 3 ชั่วโมง)

1. บรรยายหลักการทฤษฎีการทดสอบไคสแควร์และการทดสอบครัสคัล-วอลลิส ประกอบ
เพาเวอร์พอยท์และเอกสารประกอบการสอน

2. ยกตัวอย่างการทดสอบสมมติฐาน ดำเนินการเป็นขั้นตอนดังนี้

- 2.1 วิเคราะห์ข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้
- 2.2 วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ทดสอบ
- 2.3 กำหนดวิธีการทดสอบ
- 2.4 ดำเนินการทดสอบ

(ตั้งสมมติฐาน กำหนดระดับนัยสำคัญ ทดสอบค่าสถิติ กำหนดเขตวิกฤติ และสรุปผล)

3. แบ่งกลุ่มทำโจทย์การทดสอบสมมติฐาน กลุ่มละ 1 ข้อ

4. กลุ่มสืบค้นตัวอย่างงานวิจัยที่ใช้การทดสอบไคสแควร์และการทดสอบครัสคัล-วอลลิส

5. นำเสนอผลการทำโจทย์และการสืบค้น อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น
ขั้นสรุป

1. ร่วมพิจารณาข้อผิดพลาดในการทดสอบไคสแควร์และการทดสอบครัสคัล-วอลลิส

2. ร่วมตอบคำถามทบทวนท้ายหน่วยที่ 6

3. ให้ทำแบบฝึกหัดหน่วยที่ 6 จำนวน 2 ข้อ เป็นรายบุคคล

* ทดสอบย่อยครั้งที่ 2 (2 ชั่วโมง)

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบสอนหน่วยที่ 6

2. เพาเวอร์พอยท์ประกอบการบรรยายหน่วยที่ 6

3. อินเทอร์เน็ตเพื่อการสืบค้น

การวัดและประเมินผล

1. สังเกตพฤติกรรมใฝ่รู้ และการทำงานร่วมกัน

2. ตรวจแบบฝึกหัด

* ทดสอบย่อยครั้งที่ 2 (10 คะแนน เกณฑ์ผ่าน 6 คะแนน)

หน่วยที่ 6

การทดสอบสมมติฐานของกลุ่มตัวอย่างมากกว่าสองกลุ่ม ที่ไม่สัมพันธ์กัน

6.1 การทดสอบไคสแควร์

ข้อมูลจากหลาย ๆ กลุ่มที่ไม่ได้จัดเข้าคู่กันตามคุณสมบัติใดคุณสมบัติหนึ่งนั้น อาจนำมาเปรียบเทียบกันโดยถ้าเป็นการทดสอบทางพาราเมตริกก็คือการทดสอบ One-Way ANOVA ซึ่งข้อมูลจะต้องอยู่ในมาตราอันตรภาค บางครั้งข้อมูลไม่อยู่ในมาตราอันตรภาค และผู้วิจัยไม่ต้องการที่จะตั้งข้อกำหนดเกี่ยวกับการแจกแจงปกติ ข้อมูลเหล่านั้นก็จะต้องทดสอบโดยใช้วิธีการทางนอนพาราเมตริก

วัตถุประสงค์ของการทดสอบโดยใช้การทดสอบไคสแควร์แบบตัวอย่างอิสระ 2 กลุ่มที่ไม่สัมพันธ์กัน (Chi-Square Test for k Independent Samples) คือ ต้องการทราบว่าตัวแปร 2 ตัวหรือประชากร 2 ชุดมีการกระจายลักษณะเดียวกันหรือไม่ หรือตัวแปร 2 ตัวสัมพันธ์กันหรือไม่ หรือตัวแปรทั้งสองมีความเป็นอิสระหรือไม่ จึงเรียกการทดสอบแบบนี้ว่า การทดสอบแบบอิสระต่อกัน (Test of Independent) โดยข้อมูลที่น่ามาทดสอบจะต้องจัดให้อยู่ในรูปตารางแจกแจงความถี่ของตัวแปร 2 ตัว ที่เรียกว่า ตารางการจร (Contingency Table) หรือตารางไขว้ (Cross Table) ได้

ตารางการจร คือ ตารางแจกแจงความถี่รูปเมตริกซ์ที่มีขนาดโดยทั่วไปเขียนเป็น $r \times c$ เมื่อ r เป็นจำนวนแถว และ c เป็นจำนวนสดมภ์ เช่น ถ้ามีตัวอย่าง 1 กลุ่มและแบ่งออกเป็น 3 ประเภทแล้ว เรียกว่า ตารางการจรขนาด 1×3 แต่ถ้าเป็นตัวอย่าง 2 กลุ่มและแบ่งออกเป็นกลุ่มละ 3 ประเภทแล้ว จะเรียกว่า ตารางการจรขนาด 2×3 เป็นต้น

ตารางที่ 6.1 แสดงจำนวนผู้ที่เลือกตั้ง 3 แบบจากตัวอย่าง 1 กลุ่ม ใช้ตารางการจรขนาด 1×3

จำนวนผู้เลือกตั้ง			รวม
แบบพรรค	แบบบุคคล	แบบผสม	
324	88	98	510

จากตารางการจรขนาด 1×3 ถ้าแบ่งผู้เลือกตั้งตามเพศ ตารางการจรจะมีขนาด 2×3 ดังตารางที่ 6.2

ตารางที่ 6.2 แสดงตัวอย่าง 2 กลุ่ม (ชาย-หญิง) ที่เลือกตั้ง 3 แบบ (ตารางการจรขนาด 2 x 3)

เพศ	จำนวนผู้เลือกตั้ง			รวม
	แบบพรรค	แบบบุคคล	แบบผสม	
ชาย	107	26	33	166
หญิง	217	62	65	344
รวม	324	88	98	510

จากตารางการจรขนาด 2x3 ประกอบด้วยยอดรวมแถว (Row Total) 2 จำนวน ยอดรวมตามสดมภ์ (Column Table) 3 จำนวน และมียอดใหญ่ (Grand Total) 1 จำนวน

ในการเขียนสมมติฐานการวิจัย บางครั้งเราใช้คำว่า ตัวแปร และบางครั้งเราใช้คำว่า ประชากร ทั้งนี้ ขึ้นอยู่กับลักษณะของการเน้นหรือวัตถุประสงค์ของการวิจัย จากตารางการจรขนาด 2x3 ที่กล่าวมาแล้ว ถ้าต้องการเน้นตัวแปร ก็อาจเขียนสมมติฐาน ได้ดังนี้

H_0 : เพศกับวิธีการเลือกตั้งเป็นอิสระต่อกัน
(หรือ เพศกับวิธีการเลือกตั้งไม่มีความสัมพันธ์กัน)

H_1 : เพศกับวิธีการเลือกตั้งไม่เป็นอิสระต่อกัน
(หรือ เพศกับวิธีการเลือกตั้งมีความสัมพันธ์กัน)

โดยตัวแปร 2 ค่า คือ 1 = เพศชาย, 2 = เพศหญิง ส่วนการเลือกตั้งมี 3 ค่า

คือ 1 = เลือกแบบพรรค, 2 = เลือกแบบบุคคล, 3 = เลือกแบบผสม

แต่ถ้าหากเราเน้นที่ประชากร อาจเขียนสมมติฐานได้ ดังนี้

H_0 : สัดส่วนวิธีการเลือกตั้งของประชากรทั้งสองเท่ากัน
(หรือ ประชากรทั้งสองมีการแจกแจงไม่แตกต่างกัน)

H_1 : สัดส่วนวิธีการเลือกตั้งของประชากรทั้งสองต่างกัน
(หรือ ประชากรทั้งสองมีการแจกแจงแตกต่างกัน)

โดยประชากรทั้งสอง คือ 1 = ประชากรชาย, 2 = ประชากรหญิง ซึ่งประชากรชายมีสัดส่วนวิธีการเลือกตั้ง แบบพรรค : แบบบุคคล : แบบผสม = 107 : 26 : 33 และประชากรหญิงมีสัดส่วนการเลือกตั้ง แบบพรรค : แบบบุคคล : แบบผสม = 217 : 62 : 65 ถ้าสัดส่วนทั้งสองแตกต่างกันไม่มากนัก เราก็ไม่ปฏิเสธ H_0 แต่ถ้าสัดส่วนทั้งสองแตกต่างกันเกินกว่าค่าที่กำหนดแล้ว เราก็ปฏิเสธ H_0 แสดงว่า เพศกับวิธีการเลือกตั้งมีอันตรกิริยา (Interactive) กัน แปลความว่า เพศชายชอบวิธีการเลือกตั้งแบบพรรค แบบบุคคล หรือแบบผสมอย่างใดอย่างหนึ่ง (หรือหลายอย่าง) มากกว่า (หรือน้อยกว่า) เพศหญิงอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติตามระดับนัยสำคัญที่กำหนด อย่างไรก็ตาม ไม่ว่าจะเน้นที่ตัวแปรหรือประชากรก็ตาม ยังถือว่าตารางการจรขนาด 2x3 ที่กล่าวมาแล้วเป็นตัวอย่าง 2 กลุ่ม

ตารางไคสแควร์ที่ใช้กับการทดลองแบบ 2 กลุ่มตัวแปรอิสระ ใช้ตารางเดียวกันกับตารางที่ใช้ในการทดสอบไคสแควร์แบบตัวอย่าง 1 กลุ่ม (ตารางที่ 6.2)

สำหรับเงื่อนไขของการทดสอบไคสแควร์แบบตัวแปรอิสระ 2 กลุ่ม เป็นดังนี้
ระดับของข้อมูล

ข้อมูลมีระดับการวัดอยู่ในมาตรานามบัญญัติ

ลักษณะของข้อมูล

ข้อมูลมาจากตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน โดยข้อมูลแต่ละกลุ่มจะแบ่งออกเป็นหลายประเภท และสามารถจัดข้อมูลให้อยู่ในรูปตาราง $r \times c$ ได้ ดังเช่นตารางการแจกแจงขนาด 2×3 ในตารางที่ 6.3

ตารางที่ 6.3 ตารางการแจกแจงขนาด 2×3

ประเภทที่	กลุ่มที่ 1		รวม
	1	2	
1	n_{11}	n_{12}	R_1
2	n_{21}	n_{22}	n_{11}
3	n_{31}	n_{32}	R_3
รวม	C_1	C_2	N

การทดสอบสมมติฐาน

1) สมมติฐาน

H_0 : ความถี่ของประชากร 2 กลุ่มในแต่ละประเภทไม่แตกต่างกัน
(หรือ ตัวแปรแต่ละประเภทกับประชากรทั้งสองไม่มีความสัมพันธ์กัน)

H_1 : ความถี่ของประชากร 2 กลุ่มในแต่ละประเภทแตกต่างกัน
(หรือ ตัวแปรแต่ละประเภทกับประชากรทั้งสองมีความสัมพันธ์กัน)

2) การคำนวณค่าสถิติ

ค่าไคสแควร์คำนวณหาได้โดย รวมค่าผลต่างระหว่างความถี่จากข้อมูลและความถี่คาดหวังของทุก ๆ ช่อง (Cell) ของข้อมูล ดังนี้

$$\chi^2_{\text{คำนวณ}} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(n_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} ; \quad df = (r-1)(c-1)$$

$$\text{หรือ } \chi^2_{\text{คำนวณ}} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{n_{ij}^2}{E_{ij}} - N$$

$$\text{เมื่อ } E_{ij} = \frac{(R_i)(C_j)}{N} = \text{ความถี่ที่คาดหวังของแถวที่ } i \text{ และสดมภ์ } j$$

$$R_i = \sum_{j=1}^c n_{ij}$$

$$C_j = \sum_{i=1}^r n_{ij}$$

N = ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

n_{ij} = ความถี่จากการสังเกตของแถวที่ i และสดมภ์ที่ j

หมายเหตุ

ในกรณีที่ $r \times c = 2 \times 2$ จากสูตรข้างต้น สามารถเขียนใหม่โดยปรับให้มีค่าแบบต่อเนื่องแล้วได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\chi^2_{\text{คำนวณ}} &= \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{(|n_{ij} - E_{ij}| - 0.5)^2}{E_{ij}} \\ &= \frac{N(|n_{11}n_{22} - n_{21}n_{12}| - 0.5)^2}{(n_{11} + n_{12})(n_{21} + n_{22})(n_{11} + n_{21})(n_{12} + n_{22})}\end{aligned}$$

3) ข้อจำกัด

กรณีที่ $r \times c = 2 \times 2$

ถ้าความถี่ที่คาดหวัง (E_{ij}) ค่าใดค่าหนึ่ง มีค่าน้อยกว่า 5 แล้ว ให้ใช้การทดสอบแบบน่าจะเป็นแบบแม่นยำตรงฟิชเชอร์ (Fisher Exact Probability Test)

กรณีที่ $r \times c$ ขนาดใหญ่กว่า 2×2

ให้ดูข้อจำกัดในหัวข้อการทดสอบไคสแควร์แบบตัวอย่าง 1 กลุ่ม

4) การตัดสินใจ

ถ้า $\chi^2_{\text{คำนวณ}} \geq \chi^2_{\text{ตาราง}}$ แล้ว ให้ปฏิเสธ H_0

$\chi^2_{\text{คำนวณ}} < \chi^2_{\text{ตาราง}}$ แล้ว ไม่ปฏิเสธ H_0

5) การแปลผล

ถ้าปฏิเสธ H_0 แล้ว สรุปว่า ตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์กันตามระดับนัยสำคัญที่กำหนด

ถ้าไม่ปฏิเสธ H_0 แล้ว สรุปว่า ตัวแปรทั้งสองไม่มีความสัมพันธ์กันตามระดับนัยสำคัญที่กำหนด

ตัวอย่างที่ 6.1 จากตัวอย่างการสำรวจประจําชาติเรือง แนวโน้มการใช้สิทธิออกเสียงเลือกตั้งของอาจารย์ในกรุงเทพมหานคร วันอาทิตย์ที่ 2 กรกฎาคม 2538 นั้น ข้อ 2 ส่วนที่ 1 และข้อ 7 ส่วนที่ 2 มีคำถามตามลำดับดังนี้ (วัฒนา สุนทรชัย และคณะ, 2538)

ส่วนที่ 1 ข้อ 2 เพศ

1 [] ชาย

2 [] หญิง

ส่วนที่ 2 ข้อ 7 ถ้าท่านไปเลือกตั้ง ท่านจะเลือกเป็นพรรคหรือบุคคล

1 [] พรรค

2 [] บุคคล
 3 [] พรรคหรือบุคคลผสมกัน
 ปรากฏว่าจำนวนผู้ตอบคำถามพร้อมกันทั้ง 2 ข้อ ดังนี้

เพศ	วิธีการเลือกตั้ง			รวม
	1 พรรค	2 บุคคล	3 ผสมกัน	
1 ชาย	107	26	33	166
2 หญิง	217	62	65	344
รวม	324	88	98	510

จงทดสอบที่ระดับ $\alpha = 0.05$ ว่า เพศกับวิธีการเลือกตั้งมีความสัมพันธ์กันหรือไม่

วิธีทำ

1) สมมติฐาน

H_0 : เพศกับการเลือกตั้งไม่มีความสัมพันธ์กัน
 (หรือ สัดส่วนของวิธีการเลือกตั้งในแต่ละเพศไม่แตกต่างกัน)

H_1 : เพศกับการเลือกตั้งมีความสัมพันธ์กัน
 (หรือ สัดส่วนของวิธีการเลือกตั้งในแต่ละเพศแตกต่างกัน)

2) ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

3) การคำนวณค่าสถิติ

ข้อมูลจากตัวอย่าง 2 กลุ่ม (ชายกับหญิง) ที่เป็นอิสระต่อกัน โดยตัวแปรมีการวัดค่าอยู่ในมาตรานามบัญญัติและตัวแปรไม่ซ้ำซ้อนกัน กล่าวคือ ผู้ตอบคำถามแต่ละคนเป็นเพศใดเพศหนึ่งเท่านั้น และการตอบที่เลือกเป็นพรรค บุคคล หรือผสมกัน ก็เลือกอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น ดังนั้น จึงสามารถใช้การทดสอบไคสแควร์มาทดสอบได้

การคำนวณค่าสถิติไคกำลังสองจะต้องหาความถี่ที่คาดหวัง (E_{ij}) ก่อน จึงแทนค่าสูตรดังนี้

$$\begin{aligned}
 E_{11} &= \frac{(R_1)(C_1)}{N} \\
 &= \frac{(166)(324)}{510} \\
 &= 105.5 \\
 E_{12} &= \frac{(R_1)(C_2)}{N} \\
 &= \frac{(166)(88)}{510} \\
 &= 28.6
 \end{aligned}$$

.....

$$\begin{aligned}
 E_{23} &= \frac{(R_2)(C_3)}{N} \\
 &= \frac{(344)(98)}{510} \\
 &= 66.1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \chi^2_{\text{คำนวณ}} &= \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 \frac{(n_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \\
 &= \frac{(107 - 105.5)^2}{105.5} + \frac{(26 - 28.6)^2}{28.6} + \dots + \frac{(65 - 66.1)^2}{66.1} \\
 &= 0.021 + 0.236 + \dots + 0.018 \\
 &= 0.451
 \end{aligned}$$

4) การตัดสินใจ

เปิดตารางไคกำลังสอง (ตาราง 4) เพื่อหาค่าวิกฤตที่ $\alpha = 0.05$ และ $df = (r - 1)(c - 1) = (2 - 1)(3 - 1) = 2$ จะได้ $\chi^2_{\text{ตาราง}} = 5.99$ ซึ่ง $\chi^2_{\text{คำนวณ}} = 0.45$ มีค่าน้อยกว่า $\chi^2_{\text{ตาราง}} = 5.99$ จึงไม่ปฏิเสธ H_0

5) การแปลผล

สรุปว่า เพศกับวิธีการเลือกตั้งไม่มีความสัมพันธ์กัน หมายความว่า สัดส่วนของเพศชายและหญิงในการเลือกตั้งแบบพรรคและแบบผสมไม่แตกต่างกัน

6.2 การทดสอบครัสคัล-วอลลิส

การทดสอบความแปรปรวนของครัสคัล-วอลลิส (Kruskal-Wallis One-Way Analysis of Variance By Ranks : H-Test or KW-Test) เป็นการทดสอบที่ใช้สำหรับตัวอย่างที่เป็นอิสระต่อกัน k กลุ่ม ($k > 2$) จากประชากรที่แตกต่างกัน เพื่อทำการทดสอบว่า ตัวอย่างเหล่านั้นสุ่มมาจากประชากรเดียวกันหรือไม่ หรือมาจากประชากรที่มีค่ามัธยฐานไม่แตกต่างกันหรือไม่

1) ข้อตกลงเบื้องต้น

- (1) ระดับการวัดอย่างน้อยเป็นมาตราเรียงอันดับ (Ordinal Scale) ขึ้นไป
- (2) ข้อมูลต้องเป็นตัวแปรต่อเนื่อง (Continuous Variable)
- (3) กลุ่มตัวอย่างต้องเป็นอิสระจากกัน (Independent)

การทดสอบแบบครัสคัล-วอลลิส (KW-Test) เปรียบเทียบได้กับการทดสอบความแปรปรวนจำแนกทางเดียวที่ใช้การทดสอบแบบ F สำหรับสถิติที่ใช้พารามิเตอร์ แต่ใช้อันดับที่มาทดสอบ โดยปรับปรุงวิธีการทดสอบมาจากวิธีแมนวิทนี U-Test ที่ใช้กับกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม

2) สมมติฐาน

H_0 : ตัวอย่างทั้ง k กลุ่มมาจากประชากรเดียวกัน หรือประชากรที่มีการแจกแจงเหมือนกัน

H_1 : ตัวอย่างทั้ง k กลุ่มมาจากประชากรที่แตกต่างกัน หรือประชากรที่มีการแจกแจงไม่เหมือนกัน

หรือ H_0 : ประชากรทั้ง k กลุ่มมีมัธยฐานเท่ากัน

H_1 : ประชากรทั้ง k กลุ่มมีมัธยฐานไม่เท่ากัน

ถ้ากำหนดให้ θ_j เป็นมัธยฐานของประชากรกลุ่มที่ j สมมติฐานจะเป็นดังนี้

$$H_0: \theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \dots = \theta_k$$

$$H_1: \theta_j \neq \theta_{j'} \text{ เมื่อ } j \neq j' \text{ (บางคู่)}$$

3) วิธีการทดสอบ

(1) จัดข้อมูลให้อยู่ในรูปของตารางทางเดียวโดยให้แต่ละสดมภ์แทนกลุ่ม ดังนี้

กลุ่มที่ (Group)			
1	2	...	k
X_{11}	X_{12}	...	X_{1k}
X_{21}	X_{22}	...	X_{2k}
.	.	...	.
.	.	...	.
.	.	...	.
X_{i1}	X_{i2}	...	X_{ik}

เมื่อ X_{ij} เป็น ค่าสังเกตตัวที่ i ในกลุ่มตัวอย่างที่ j

n_j เป็น จำนวนข้อมูลในแต่ละกลุ่ม

(2) นำข้อมูลทั้งหมดทั้งหมดมาจัดอันดับร่วมกัน โดยให้ข้อมูลที่มีค่าน้อยที่สุดเป็นอันดับ 1 ถัดขึ้นมาเป็นอันดับ 2,3,... ต่อไปเรื่อย ๆ จนถึงข้อมูลที่มีมากที่สุด จะได้อันดับเป็น n

(3) หาผลรวมอันดับที่และค่าเฉลี่ยที่ในแต่ละกลุ่ม ถ้าตัวอย่างทั้ง k กลุ่มสุ่มมาจากประชากรที่มีลักษณะเหมือนกันหรือมาจากประชากรที่มีมัธยฐานเท่ากัน ค่าเฉลี่ยของอันดับที่ของแต่ละกลุ่มจะมีค่าเท่า ๆ กันหรือไม่แตกต่างกันมากนัก แต่ถ้าตัวอย่างเหล่านั้นมาจากประชากรที่มีมัธยฐานแตกต่างกัน ค่าเฉลี่ยของอันดับที่ของแต่ละกลุ่มจะมีค่าไม่เท่ากันหรือแตกต่างกัน การทดสอบครัสคัล-วอลลิส จะช่วยในการตัดสินใจว่าความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของอันดับที่มีมากพอหรือไม่

(4) คำนวณหาค่าสถิติของครัสคัล-วอลลิส ตามสูตร (Siegel and Castellan, 1988: 207)

$$KW = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{j=1}^k n_j (\bar{R}_j - \bar{R})^2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{หรือ} \quad KW = \left[\frac{12}{N(N+1)} \sum_{j=1}^k n_j \bar{R}_j^2 \right] - 3(N+1) \quad \dots\dots\dots(2)$$

เมื่อ k เป็น จำนวนกลุ่ม

n_j เป็น จำนวนค่าสังเกตในแต่ละกลุ่ม

N เป็น จำนวนค่าสังเกตทั้งหมดในทุกกลุ่มรวมกัน ($\sum n_j$)

R_j เป็น ผลรวมของอันดับที่ในแต่ละกลุ่ม

$\overline{R_j}$ เป็น ค่าเฉลี่ยของอันดับที่ในแต่ละกลุ่ม

$\overline{R}$ เป็น ค่าเฉลี่ยของอันดับที่ทั้งหมด มีค่าเท่ากับ $\frac{N+1}{2}$

4) การแจกแจงทางสถิติ

(1) กรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($K = 3$ และ $n_j \leq 5$)

ให้นำค่า KW ที่คำนวณได้ เปรียบเทียบกับค่าวิกฤตที่เปิดจากตาราง ถ้าค่าที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่าวิกฤตจากตาราง จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0

(2) กรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($K > 3$ และ $n_j > 5$)

ค่า KW ที่ได้จะมีการแจกแจงแบบไคสแควร์ (ค่าประมาณ) ให้นำค่า KW ที่คำนวณได้ไปเปรียบเทียบกับค่าวิกฤตที่เปิดจากตาราง χ^2 ที่ระดับนัยสำคัญซึ่งกำหนดไว้ และที่ $df = k - 1$ ถ้าค่าที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่าวิกฤตจากตาราง จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0

5) ลักษณะการทดสอบ

ใช้การทดสอบแบบสองทาง

6) การตัดสินใจ

ปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อค่า KW ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่าวิกฤต

ตัวอย่างที่ 6.2 ครูผู้สอนนำแบบทดสอบ I.Q. ไปวัดกับนักเรียนระดับชั้นอนุบาล 1, 2 และ 3 เพื่อต้องการทดสอบว่า I.Q. ของนักเรียนอนุบาลในแต่ละระดับชั้นแตกต่างกันหรือไม่ โดยได้ผลของคะแนนวัด I.Q. ดังนี้

นักเรียนชั้นอนุบาล 1		นักเรียนชั้นอนุบาล 2		นักเรียนชั้นอนุบาล 3	
คะแนน	อันดับที่	คะแนน	อันดับที่	คะแนน	อันดับที่
7	4	8	5	46	13
3	1	4	2	38	12
16	7	5	3	20	10
11	6	18	8	47	14
22	11	19	9	53	15
$n_1=5, R_1=29, R_1-\text{Bar}=5.8$		$n_2=5, R_2=27, R_2-\text{Bar}=5.4$		$n_3=5, R_3=64, R_3-\text{Bar}=12.8$	

วิธีทำ

1) นำข้อมูลที่ได้จากทุกกลุ่มมาเรียงอันดับ โดยให้ค่าสังเกตที่น้อยที่สุดเป็นอันดับ 1 และเรียงอันดับไปเรื่อย ๆ จนถึงอันดับที่ 15

- 2) หาผลรวมของอันดับที่ ที่จัดไว้ในแต่ละกลุ่ม
- 3) หาค่าเฉลี่ยของอันดับที่ ที่จัดไว้ในแต่ละกลุ่ม
- 4) คำนวณค่า KW โดยใช้สูตร

$$\begin{aligned}
 KW &= \left[\frac{12}{N(N+1)} \sum_{j=1}^k n_j \bar{R}_j^2 \right] - 3(N+1) \\
 &= \frac{12}{15(15+1)} [5(5.8)^2 + 5(5.4)^2 + 5(12.8)^2] - 3(15+1) \\
 &= 56.66 - 48 \\
 &= 8.66
 \end{aligned}$$

5) การตัดสินใจ เนื่องจากกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($k=3$ และ $n_j \leq 5$) นำค่า KW ที่คำนวณได้ไปเปรียบเทียบกับค่าวิกฤตจากตาราง ที่ n_1, n_2, n_3 ซึ่ง n_j เท่ากับ 5 และระดับนัยสำคัญ α เท่ากับ 0.05 ค่าวิกฤตที่ได้จากตารางเป็น 5.78 ดังนั้น ค่าที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่าวิกฤต จึงปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0

แสดงว่า คะแนน I.Q. ของนักเรียนอนุบาลอย่างน้อยสองชั้นเรียน มีค่าแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

ตัวอย่างที่ 6.3 ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ทำการสุ่มนักเรียนมาจำนวน 3 กลุ่ม แล้วสอนโดยวิธีการสอนที่แตกต่างกัน 3 วิธี จงทดสอบว่า นักเรียนทั้ง 3 กลุ่มมีผลการเรียนที่แตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 โดยได้คะแนนการทดสอบ ดังนี้

กลุ่มที่					
A		B		C	
คะแนน	อันดับที่	คะแนน	อันดับที่	คะแนน	อันดับที่
21	22	15	5	17	10.5
19	16.5	18	14	13	1
23	27.5	21	22	18	14
20	19	23	27.5	21	22
17	10.5	17	10.5	17	10.5
22	25	14	2.5	15	5
22	25	24	29	16	7.5
27	30	14	2.5	20	19
20	19	16	7.5	22	25
19	16.5	18	14	15	5
$n_1=10, R_1=211,$ $R_1\text{-Bar}=21.1$		$N_2=10, R_2=134.5,$ $R_2\text{-Bar}=13.45$		$N_3=10, R_3=119,$ $R_3\text{-Bar}=11.95$	

วิธีทำ

- 1) นำข้อมูลที่ได้จากทุกกลุ่มมาเรียงอันดับ โดยให้ค่าสังเกตที่น้อยที่สุดเป็นอันดับ 1 และเรียงอันดับไปเรื่อย ๆ จนถึงอันดับที่ N (อันดับที่ 30)
- 2) หาผลรวมของอันดับที่จัดไว้ในแต่ละกลุ่ม
- 3) หาค่าเฉลี่ยของอันดับที่ จัดไว้ในแต่ละกลุ่ม
- 4) คำนวณหาค่า KW โดยใช้สูตร

$$\begin{aligned}
 KW &= \left[\frac{12}{N(N+1)} \sum_{j=1}^k n_j \bar{R}_j^2 \right] - 3(N+1) \\
 &= \frac{12}{30(30+1)} [10(21.1)^2 + 10(13.45)^2 + 10(11.95)^2] - 3(30+1) \\
 &= 99.21 - 93 \\
 &= 6.21
 \end{aligned}$$

5) การตัดสินใจ เนื่องจากกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($n_j > 5$) นำค่า KW ที่คำนวณได้เปรียบเทียบกับค่าวิกฤตที่เปิดจากตาราง χ^2 ที่ $df = k - 1 = 3 - 1 = 2$ และ $\alpha = 0.05$ ค่าวิกฤตที่ได้จากตารางเป็น 5.99 ดังนั้น ค่าที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่าวิกฤต จึงปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0

แสดงว่า มีวิธีการสอนอย่างน้อย 2 วิธีให้ผลการเรียนที่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

กรณีที่ข้อมูลมีค่าซ้ำกัน

ในกรณีที่ข้อมูลมีค่าซ้ำ ๆ กันหลาย ๆ ค่า ควรใช้สูตรปรับแก้ โดยนำค่า C ไปหารค่า KW ดังนี้ (Siegel and Castellan, 1988: 210)

$$C = 1 - \frac{\sum_{i=1}^g (t_i^3 - t_i)}{N^3 - N} \quad \text{----- (1)}$$

เมื่อ g เป็น จำนวนกลุ่มคะแนนที่มีการซ้ำกัน

t_i เป็น จำนวนคะแนนที่มีการซ้ำกันในกลุ่มที่ i

N เป็น จำนวนคะแนนทั้งหมด

ดังนั้น สูตรปรับแก้กรณีที่ข้อมูลมีค่าซ้ำกัน คือ

$$KW_C = \frac{KW}{1 - \frac{\sum_{i=1}^g (t_i^3 - t_i)}{N^3 - N}} \quad \text{----- (2)}$$

จากตัวอย่างที่ 6.3 เนื่องจากมีค่าซ้ำกันหลายค่า ถ้าใช้สูตรปรับแก้จะได้ผล ดังนี้

ข้อมูลที่มีการซ้ำกัน 2 ครั้ง มี 4 จำนวน ได้แก่ อันดับที่ 2.5, 7.5, 16.5 และ 27.5

ข้อมูลที่มีการซ้ำกัน 3 ครั้ง มี 5 จำนวน ได้แก่ อันดับที่ 5, 14, 19, 22 และ 25

ข้อมูลที่มีการซ้ำกัน 4 ครั้ง มี 1 จำนวน ได้แก่ อันดับที่ 10.5

จากสูตรปรับแก้ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 KW_C &= \frac{KW}{1 - \frac{\sum_{i=1}^g (t_i^3 - t_i)}{N^3 - N}} \\
 &= \frac{6.21}{1 - \frac{4(2^3 - 2) + 5(3^3 - 3) + 1(4^3 - 4)}{30^3 - 30}} \\
 &= \frac{6.21}{1 - \frac{204}{26,970}} \\
 &= 6.26
 \end{aligned}$$

ข้อสังเกตจากการใช้สูตรปรับแก้ จะเห็นได้ว่าค่า KW ที่ได้จะมีค่าสูงขึ้น โอกาสที่จะปฏิเสธสมมติฐานหลักจะมีมากขึ้นด้วย ดังนั้น ถ้าผลที่ได้จากการใช้สูตรไม่ปรับแก้ พบว่า ปฏิเสธสมมติฐานหลักแล้ว หากใช้สูตรปรับแก้ก็ให้ผลปฏิเสธสมมติฐานหลักเช่นเดียวกัน โดยทั่วไปถ้าข้อมูลที่ได้มีคะแนนซ้ำกันไม่เกินร้อยละ 25 ของจำนวนทั้งหมด ผลที่ได้จากการคำนวณของทั้งสองสูตรจะแตกต่างกันเพียงเล็กน้อยเท่านั้น

การเปรียบเทียบพหุคูณระหว่างกลุ่ม (Multiple Comparisons between Groups)

ในการทดสอบแบบครัสคัล-วอลลิส ถ้าผลที่ได้ปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 ซึ่งแสดงว่ามีตัวอย่างอย่างน้อย 2 กลุ่มที่แตกต่างกัน ถ้าต้องการตรวจสอบต่อไปว่าคู่ใดบ้างที่มีความแตกต่างกัน สามารถทำการเปรียบเทียบพหุคูณระหว่างกลุ่มได้ โดยกำหนดสมมติฐานทางสถิติ ดังนี้

$$H_0 : \theta_u = \theta_v$$

$$H_1 : \theta_u \neq \theta_v$$

การเปรียบเทียบพหุคูณระหว่างกลุ่มทำได้ โดยเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างค่า $|\bar{R}_u - \bar{R}_v|$ ในทุก ๆ กลุ่ม และจะปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 เมื่อ

$$|\bar{R}_u - \bar{R}_v| \geq Z_{\alpha/k(k-1)} \sqrt{\frac{N(N+1)}{12} \left[\frac{1}{n_u} + \frac{1}{n_v} \right]} \quad \text{------(3)}$$

ตัวอย่างที่ 6.4 จากตัวอย่างที่ 6.2 จงเปรียบเทียบความแตกต่างรายคู่ว่าคะแนน I.Q. ของนักเรียนอนุบาลว่า มีชั้นเรียนใดที่แตกต่างกัน

วิธีทำ อันดับที่เฉลี่ยของคะแนน I.Q. ของนักเรียนชั้นอนุบาล 1 $\bar{R}_1 = 5.8$
 อันดับที่เฉลี่ยของคะแนน I.Q. ของนักเรียนชั้นอนุบาล 2 $\bar{R}_2 = 5.4$
 อันดับที่เฉลี่ยของคะแนน I.Q. ของนักเรียนชั้นอนุบาล 3 $\bar{R}_3 = 12.8$
 จากตารางที่ 1 (ภาคผนวก) ที่ $\alpha = 0.05$ ค่า $Z_{\alpha/k(k-1)} = Z_{.05/3(3-1)} = Z_{.0083} \approx 2.394$

คู่ที่เปรียบเทียบ	ค่าที่ใช้ในการเปรียบเทียบ
$ \bar{R}_1 - \bar{R}_2 = 0.4$	$2.394 \sqrt{\frac{15(15+1)}{12} \left[\frac{1}{5} + \frac{1}{5} \right]} = 4.28$
$ \bar{R}_1 - \bar{R}_3 = 7$	$2.394 \sqrt{\frac{15(15+1)}{12} \left[\frac{1}{5} + \frac{1}{5} \right]} = 4.28$
$ \bar{R}_2 - \bar{R}_3 = 7.4$	$2.394 \sqrt{\frac{15(15+1)}{12} \left[\frac{1}{5} + \frac{1}{5} \right]} = 4.28$

สรุปผลได้ว่า คะแนน I.Q. ของนักเรียนชั้นอนุบาล 1 และชั้นอนุบาล 3 กับ นักเรียนชั้นอนุบาล 2 และชั้นอนุบาล 3 แตกต่างกัน (มากกว่า 4.28) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ประสิทธิภาพของการทดสอบ

การทดสอบความแปรปรวนของครัสคัล-วอลลิส เป็นการทดสอบที่เปรียบเทียบได้กับ F-Test ในสถิติพาราเมตริก แต่เนื่องจาก KW-Test ใช้ข้อมูลในลักษณะที่เป็นอันดับที่ จึงทำให้สูญเสียรายละเอียดลงไปบ้าง นักสถิติได้ทดสอบแล้วและสรุปว่า ประสิทธิภาพของ KW-Test มีค่าเท่ากับ 95.5% (Andrews, 1954)

การทดสอบความแปรปรวนของครัสคัล-วอลลิส จะมีประสิทธิภาพสูงกว่าการทดสอบมัธยฐาน เนื่องจากใช้รายละเอียดของข้อมูลมากกว่า คือใช้อันดับที่ ส่วนการทดสอบมัธยฐานใช้เพียงสูงกว่าหรือต่ำกว่ามัธยฐานเท่านั้น

บทสรุป

ในบทนี้ได้กล่าวถึงการทดสอบทางสถิติ 2 ชนิด สำหรับกลุ่มตัวอย่างมากกว่า 2 กลุ่มที่ไม่สัมพันธ์กัน

การทดสอบชนิดแรกซึ่งเป็นการทดสอบไคสแควร์นั้น ใช้กับข้อมูลที่อยู่ในมาตราแบบบัญญัติ เป็นการทดสอบความถี่ของข้อมูลในกลุ่มต่างๆ

การทดสอบชนิดที่ 2 เป็นการทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าอันดับที่โดยข้อมูลจะต้องมีลักษณะต่อเนื่องและอยู่ในมาตราเรียงอันดับ

จะเห็นว่า ในกรณีที่ข้อมูลเป็นเพียงความถี่นั้น มีเทคนิคการทดสอบเพียงอย่างเดียวที่ใช้ได้ คือไคสแควร์ ส่วนในกรณีที่ข้อมูลอยู่ในมาตราเรียงอันดับแล้ว อาจจะเลือกใช้การทดสอบความแปรปรวนของครัสคัล-วัลลิสได้ ซึ่งใช้อันดับที่ของข้อมูลมาทดสอบ จึงทำให้การทดสอบมีประสิทธิภาพสูงและนิยมใช้มาก

การทดสอบแบบครัสคัล-วัลลิส เป็นการทดสอบที่ใช้สำหรับตัวอย่างสุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน k กลุ่มจากประชากรที่แตกต่างกัน เพื่อทำการทดสอบว่าตัวอย่างเหล่านั้นสุ่มมาจากประชากรเดียวกันหรือไม่ หรือมาจากประชากรที่มีค่ามัธยฐานไม่แตกต่างกันหรือไม่ ซึ่งข้อมูลที่ใช้ต้องมีระดับการวัดอย่างน้อยเป็นมาตราเรียงอันดับ (Ordinal Scale) เปรียบเทียบได้กับการทดสอบความแปรปรวนจำแนกทางเดียวที่ใช้การทดสอบแบบ F สำหรับสถิติที่ใช้พารามิเตอร์

การคำนวณ ทำได้โดยนำข้อมูลที่ได้จากทุกกลุ่มมาเรียงอันดับ ถ้ามีข้อมูลซ้ำกันให้ใช้อันดับที่เฉลี่ย จากนั้นหาผลรวมของอันดับที่และค่าเฉลี่ยของอันดับที่ในแต่ละกลุ่ม คำนวณค่า KW กรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก ($k = 3$ และ $n_j \leq 5$) ให้นำค่า KW ที่คำนวณได้ไปเปรียบเทียบกับค่าวิกฤตที่เปิดจากตาราง ถ้าค่าที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่าวิกฤตจากตาราง จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 กรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($k > 3$ และ $n_j > 5$) ค่า KW ที่ได้จะมีการแจกแจงแบบไคสแควร์ ให้นำค่า KW ที่คำนวณได้ไปเปรียบเทียบกับค่าวิกฤตที่เปิดจากตารางไคสแควร์ ที่ระดับนัยสำคัญซึ่งกำหนดไว้ และที่ $df = k - 1$ ถ้าค่าที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่าวิกฤตจากตาราง จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0

ถ้าผลที่ได้ปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 แสดงว่ามีตัวอย่างอย่างน้อย 2 กลุ่มที่แตกต่างกัน ถ้าต้องการตรวจสอบต่อไปว่า คู่ใดบ้างที่มีความแตกต่างกัน สามารถทำการเปรียบเทียบพหุคูณระหว่างกลุ่มได้ โดยเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของอันดับในทุก ๆ กลุ่ม และจะปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 เมื่อ

$$|\bar{R}_u - \bar{R}_v| \geq Z_{\alpha/k(k-1)} \sqrt{\frac{N(N+1)}{12} \left[\frac{1}{n_u} + \frac{1}{n_v} \right]}$$

คำถามทบทวน

1. จงอธิบายลักษณะข้อมูลที่ใช้ทดสอบไคสแควร์ พร้อมยกตัวอย่างการทดสอบ
2. จงอธิบายลักษณะข้อมูลที่ใช้ทดสอบแบบครัสคัล-วัลลิส พร้อมยกตัวอย่างการทดสอบ
3. จงอธิบายความแตกต่างของการทดสอบไคสแควร์กับการทดสอบแบบครัสคัล-วัลลิส พร้อมให้เหตุผล และยกตัวอย่างประกอบ

แบบฝึกหัดหน่วยที่ 6

1. ในการศึกษาเกี่ยวกับความคิดเห็นต่อการทำงานพิเศษในตอนเย็นของนักเรียนโรงเรียนอาชีวศึกษาแห่งหนึ่ง จำนวน 36 คน โดยแบ่งเป็นชั้นปีที่ 4, 5, 6 ชั้นละ 12 คน คะแนนที่ได้คือ ผลรวมของความคิดเห็นจากแบบสอบถามทั้งฉบับ โดยกำหนดเป็น 5 ระดับ จาก 5 ถึง 1 ซึ่งหมายถึง “เห็นด้วยอย่างยิ่ง.....ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง” ข้อมูลปรากฏดังนี้

ชั้นปีที่ 4	ชั้นปีที่ 5	ชั้นปีที่ 6
6	31	13
11	7	32
12	9	31
20	11	30
24	16	28
21	19	29
18	27	25
15	11	26
14	22	26
10	23	27
8	27	26
14	26	19

ผู้วิจัยสนใจจะตรวจสอบความคิดเห็นของนักเรียนใน 3 ชั้นนี้ว่า มีความแตกต่างกันที่ 0.05 หรือไม่

2. ข้อมูลข้างล่างนี้ เป็นคะแนนจากการสอบ Reading Test จากกลุ่มทดลอง 3 กลุ่ม ซึ่งใช้วิธีสอนต่าง ๆ กัน ผู้วิจัยคิดว่า เนื่องจากกลุ่มตัวอย่างมีจำนวนน้อย (16 คนต่อกลุ่ม) เนื่องจากเป็น Match Groups และไม่ต้องการจะ Assume Normality ดังนั้น ท่านคิดว่าควรจะใช้เทคนิคอะไรทดสอบความแตกต่างระหว่างทั้ง 3 และถ้าการทดลองได้ทำกับนักเรียน 4 โรงเรียน (แต่ละโรงเรียนใช้ครูของตนเอง) ท่านจะทดสอบความแตกต่างระหว่างโรงเรียนทั้ง 4 ได้หรือไม่

นักเรียนชุดที่	กลุ่มที่ 1	กลุ่มที่ 2	กลุ่มที่ 3	โรงเรียน
1	110	82	118	โรงเรียน ก
2	87	84	96	
3	79	74	104	
4	102	70	126	
5	41	93	111	โรงเรียน ข
6	76	76	76	
7	43	91	91	
8	74	40	105	
9	56	102	83	โรงเรียน ค

นักเรียนชุดที่	กลุ่มที่ 1	กลุ่มที่ 2	กลุ่มที่ 3	โรงเรียน
10	50	40	72	
11	64	39	60	
12	61	62	105	
13	67	68	126	โรงเรียน ง
14	60	87	101	
15	50	69	126	
16	80	65	103	

3. นักเรียน 20 คน เข้าร่วมการทดลองเกี่ยวกับการแก้ปัญหา 4 ข้อ เพื่อจะตรวจสอบดูว่า ปัญหาทั้ง 4 นี้มีความยากง่ายแตกต่างกันหรือไม่ โดยตรวจสอบจากจำนวนนักเรียนที่ตอบปัญหาข้อนั้น ๆ ถูก ผลของข้อมูลปรากฏดังนี้ (0 = ตอบผิด, 1 = ตอบถูก)

นักเรียนคนที่	ปัญหาที่ 1	ปัญหาที่ 2	ปัญหาที่ 3	ปัญหาที่ 4	รวม
1	0	0	0	1	1
2	1	0	1	1	3
3	0	1	1	0	2
4	0	0	1	1	2
5	0	0	1	1	2
6	0	0	0	1	1
7	0	0	1	1	2
8	0	1	1	1	3
9	0	0	1	0	1
10	0	0	0	0	0
11	1	0	1	1	3
12	0	0	0	1	1
13	0	0	0	1	1
14	0	0	0	0	0
15	1	1	1	1	4
16	0	0	1	1	2
17	1	0	1	1	3
18	1	1	1	1	4
19	0	0	1	1	2
20	0	0	0	0	0

นักเรียนคนที่	ปัญหาที่ 1	ปัญหาที่ 2	ปัญหาที่ 3	ปัญหาที่ 4	รวม
รวม	5	4	13	15	37

จงทดสอบความแตกต่างระหว่างปัญหาทั้ง 4 ข้อนี้ว่า มีความยากง่ายต่างกันหรือไม่ ($\alpha = 0.01$)

4. ในการสอนวิชาวิเคราะห์เชิงปริมาณ อาจารย์ผู้สอนแบ่งนักศึกษาออกเป็น 3 กลุ่ม ใช้วิธีสอนแตกต่างกัน 3 วิธี ต้องการทดสอบว่า นักศึกษาทั้ง 3 กลุ่มมีผลการศึกษากันหรือไม่ โดยพิจารณาจากคะแนนสอบปลายภาคการศึกษา ดังนี้

วิธีสอนที่ 1		วิธีสอนที่ 2		วิธีสอนที่ 3	
คะแนน	อันดับที่	คะแนน	อันดับที่	คะแนน	อันดับที่
99		66		66	
92		53		90	
91		60		89	
96		52		94	
93		64		67	
88		56		78	
95				75	
				76	
				64	
				66	
$n_1 =$, $R_1 =$		$n_2 =$, $R_2 =$		$n_3 =$, $R_3 =$	

5. บริษัทโฆษณาแห่งหนึ่ง ได้สร้างภาพยนตร์โฆษณาสินค้าชนิดหนึ่ง 3 แบบ เมื่อนำมาเปิดให้ผู้ชมที่สุ่มมากลุ่มหนึ่งชมแล้วแสดงความคิดเห็นว่า ชอบสินค้านั้นมากน้อยเพียงใด โดยกำหนดว่า ชอบน้อยที่สุด และเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ จนถึง 5 แสดงว่า ชอบมากที่สุด ข้อมูลที่รวบรวมได้มีดังนี้

ภาพยนตร์โฆษณา	ความคิดเห็น					รวม
	1	2	3	4	5	
แบบที่ 1	32	87	91	46	44	300
แบบที่ 2	53	141	76	20	10	300
แบบที่ 3	41	93	67	36	63	300
รวม	126	321	234	102	117	300

จงทดสอบว่าความคิดเห็นของผู้ชมขึ้นอยู่กับแบบของภาพยนตร์หรือไม่ โดยใช้ $\alpha = 0.05$

6. นิตยสาร “ผู้หญิง” ต้องการศึกษาว่า การอ่านหนังสือนี้มีความสัมพันธ์กับระดับการศึกษาของผู้อ่านหรือไม่ ผลการสำรวจได้ข้อมูลต่อไปนี้

ความถี่ในการอ่าน	ระดับการศึกษา				รวม
	สูงกว่าปริญญาตรี	ปริญญาตรี	มัธยมศึกษา	ประถมศึกษา	
ไม่เคยอ่านเลย	7	14	13	16	50
อ่านบ้าง	13	17	7	7	44
อ่านเกือบทุกเล่ม	39	41	10	5	95
อ่านทุกเล่ม	22	23	8	12	85
รวม	81	95	38	40	254

จงทดสอบว่า ความถี่ในการอ่านเป็นอิสระจากระดับการศึกษา

7. ผู้จัดการฝ่ายบุคคลของบริษัทแห่งหนึ่ง ต้องการทราบว่า ระดับการศึกษาของพนักงานกับคุณภาพของงานมีความสัมพันธ์กันหรือไม่ จึงสุ่มตัวอย่างพนักงานมา 200 คน ทำการศึกษาโดยแบ่งประเภทตามระดับการศึกษาและคุณภาพของงานที่ทำ ได้ข้อมูลตามตารางดังต่อไปนี้

คุณภาพของงาน	ระดับการศึกษา			รวม
	มัธยมหรือต่ำกว่า	อุดมศึกษา	สูงกว่าอุดมศึกษา	
ดีมาก	10	40	10	60
ดี	30	30	20	80
พอใช้	10	30	20	60
รวม	50	100	50	200

จงทดสอบสมมุติฐานว่า ระดับการศึกษาและคุณภาพของงานมีความสัมพันธ์กันหรือไม่ กำหนด $\alpha = 0.05$

8. จากการสุ่มตัวอย่างหัวหน้าครอบครัวมา 200 คน จำแนกตามวุฒิการศึกษา และจำนวนบุตรที่มี ได้ข้อมูลตามตารางข้างล่างนี้ จงทดสอบสมมุติฐานว่า ขนาดของครอบครัวไม่ได้ขึ้นอยู่กับการศึกษาของหัวหน้าครอบครัว ที่ระดับความมีนัยสำคัญเท่ากับ 0.01

วุฒิการศึกษา	จำนวนบุตร (คน)			รวม
	0-1	2-3	มากกว่า 3	

วุฒิการศึกษา	จำนวนบุตร (คน)			รวม
	0-1	2-3	มากกว่า 3	
ประถมศึกษา	14	37	32	83
มัธยมศึกษา	19	42	17	78
อุดมศึกษา	12	17	10	39
รวม	42	96	59	200

9. บริษัทแห่งหนึ่ง ต้องการเปรียบเทียบยอดขายต่อเดือนของสาขาต่าง ๆ ในเขต กทม. ภาคเหนือ ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ภาคกลาง และภาคใต้ (A, B, C, D และ E) จึงสุ่มตัวอย่างสาขาย่อยมาภาคละ 6 แห่ง ผลการเก็บรวบรวมข้อมูลปรากฏว่ายอดขายต่อเดือน (หน่วย : ล้านบาท) ในปี 2543 เป็นดังนี้

A	B	C	D	E
8	16	14	10	7
8	19	16	11	6
9	24	14	12	6
7	22	13	8	6
7	19	14	7	4
5	19	13	3	4

จงทดสอบสมมุติฐานว่า ยอดขายเฉลี่ยต่อเดือนของสาขาย่อยใน กทม. ภาคต่าง ๆ ดังกล่าว มีความแตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05 โดยใช้

9.1 การทดสอบมัธยฐาน

9.2 การทดสอบครุสคัล-วอลลิส

10. บริษัทแห่งหนึ่ง ต้องการเปรียบเทียบยอดขายต่อเดือนของสาขาต่าง ๆ ในเขต ภาคเหนือ ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ภาคกลาง และภาคใต้ (A, B, C และ D) จึงสุ่มตัวอย่างสาขาย่อยมาภาคละ 5 แห่ง ผลการเก็บรวบรวมข้อมูล (หน่วย : ล้านบาท) ปรากฏว่ายอดขายต่อเดือน เป็นดังนี้

A	B	C	D
16	14	10	7
19	16	11	6
24	14	12	6
22	13	8	6
19	14	7	4

จงทดสอบสมมุติฐานว่า ยอดขายต่อเดือนของสาขาย่อยใน ภาคต่าง ๆ ดังกล่าว มีความแตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05 โดยใช้การทดสอบครุสคัล-วอลลิส และถ้าการทดสอบมีนัยสำคัญ จงแสดงการเปรียบเทียบพหุคูณพร้อมทั้งอภิปรายผลด้วย

11. ในการทดลองใช้ยาฆ่าเชื้อรา 5 ชนิดว่ามีผลต่อการงอกของข้าวโพดหรือไม่ จึงได้ทำการทดลองโดยการสุ่มเมล็ดข้าวโพดมาคลุกด้วยยาฆ่าเชื้อรา A, B, C, D และ E ไว้เป็นเวลา 3 เดือน แล้วนำมาเพาะในแปลงทดลองแปลงละ 3 เมล็ด ปรากฏจำนวนการงอกของเมล็ดข้าวโพดแต่ละแปลง ดังนี้

A	B	C	D	E
8	16	14	7	19
9	19	16	6	26
7	22	13	4	20
7	19	14	6	27
5		15	5	26
6				17
4				

จงทดสอบสมมุติฐานว่า ยาฆ่าเชื้อรา 5 ชนิด มีผลต่ออัตราการงอกของเมล็ดข้าวโพดหรือไม่ ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05

12. เงินเดือนของพนักงานที่สุ่มมาจากบริษัทจำหน่ายเครื่องใช้ไฟฟ้า 3 แห่ง แห่งละ 9 คน หน่วยเป็น พันบาท ได้ข้อมูลตามตารางดังต่อไปนี้

บริษัท A	บริษัท B	บริษัท C
4	5	7
9	10	14
8	12	13
6	11	15
3		

จงทดสอบว่า เงินเดือนเฉลี่ยของพนักงานใน 3 บริษัทนี้ แตกต่างกันหรือไม่โดยใช้ $\alpha = 0.05$

13. ผู้จัดการโรงงานผลิตนาฬิกาต้องการศึกษาว่า อัตราความเร็วของสายพานสำหรับขับเคลื่อนนาฬิกาที่ผลิตได้จะมีผลต่อจำนวนนาฬิกาที่มีตำหนิต่อล็อต (ผลิตล็อตละ 1,000 เรือน) หรือไม่ จึงเงิน

เครื่องจักรผลิตด้วยอัตราความเร็ว 4 ระดับ ในแต่ละระดับสุ่มตัวอย่างมา 5 ล็อต และนับจำนวนหน่วยที่มีตำหนิในแต่ละล็อต ได้ข้อมูลดังต่อไปนี้

จำนวนหน่วยที่มีตำหนิต่อล็อต			
ความเร็วระดับ 1	ความเร็วระดับ 2	ความเร็วระดับ 3	ความเร็วระดับ 4
37	27	32	35
35	32	36	27
38	32	33	33
36	34	34	31
34	30	40	29

จงทดสอบด้วยว่า ความเร็วว่าระดับต่าง ๆ กันนั้นมีผลทำให้จำนวนนาฬิกาที่มีตำหนิต่อล็อตแตกต่างกันหรือไม่ ที่ $\alpha = 0.01$

เอกสารอ้างอิง

- วิสาข์ เกษประทุม. (2545). สถิตินอนพาราเมตริก. กรุงเทพฯ: พ.ศ. พัฒนา.
- วัฒนา สุนทรชัย. (2543). เรียนสถิติด้วย SPSS ภาคสถิติไม่อิงพารามิเตอร์. กรุงเทพฯ: วิทยพัฒน์.
- ส. วาสนา ประवालพฤษ. (2526). เอกสารประกอบการสอนวิชา 217 713 สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์. ขอนแก่น: สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- อำนวย เลิศชัยนัต. (2539). สถิตินอนพาราเมตริก. กรุงเทพฯ: ศิลปะการพิมพ์.
- อุมาพร จันทศร. (2542). สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ฟิสิกส์เซ็นเตอร์.
- Siegel, Sidney and Castellan, N. John Jr. (1988). **Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences**. 2nd ed. New York: McGraw-Hill Inc.
- <http://www.rmu.ac.th/~thanapong/elearning/>

แผนบริหารการสอนหน่วยที่ 7
การหาความสัมพันธ์และการทดสอบสมมติฐานของความสัมพันธ์
ของนอนพาราเมตริก

เวลาสอน 8 ชั่วโมง

จุดมุ่งหมายรายวิชา

ข้อ 7 เพื่อให้เข้าใจการหาความสัมพันธ์และสามารถทดสอบสมมติฐานของความสัมพันธ์ของนอนพาราเมตริกโดยใช้สหสัมพันธ์ซี สหสัมพันธ์พี สหสัมพันธ์ลำดับที่แบบสเปียร์แมน และสหสัมพันธ์ลำดับที่แบบเคนดอลล์

คุณลักษณะที่พึงประสงค์

ใฝ่รู้ มีทักษะการแก้โจทย์ปัญหา มีทักษะการทำงานร่วมกัน

วัตถุประสงค์

เพื่อให้ผู้เรียนสามารถ

1. อธิบายวิธีการหาสหสัมพันธ์แบบต่าง ๆ ได้
2. เลือกใช้การทดสอบสหสัมพันธ์แบบต่าง ๆ
3. ทดสอบสหสัมพันธ์แบบต่าง ๆ ได้
4. ระบุขั้นตอนที่ผิดพลาดและปรับปรุงแก้ไขให้ถูกต้องในการทดสอบสหสัมพันธ์

แบบต่าง ๆ ได้

เนื้อหา

- 7.1 สหสัมพันธ์ซี
- 7.2 สหสัมพันธ์พี
- 7.3 สหสัมพันธ์ลำดับที่แบบสเปียร์แมน
- 7.4 สหสัมพันธ์ลำดับที่แบบเคนดอลล์
- 7.5 สหสัมพันธ์พหุคูณของอันดับที่

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำ

1. สะท้อนผลการทำแบบฝึกหัดหน่วยที่ 6 และการทดสอบย่อยครั้งที่ 2
2. ชี้แจงวัตถุประสงค์ และเนื้อหาหน่วยที่ 7

ขั้นสอน (ตามลำดับเนื้อหา ๆ ละประมาณ 1-2 ชั่วโมง)

1. บรรยายหลักการทฤษฎีหาความสัมพันธ์และสามารถทดสอบสมมติฐานของความสัมพันธ์ของนอนพาราเมตริกโดยใช้สหสัมพันธ์ซี สหสัมพันธ์พี สหสัมพันธ์ลำดับที่แบบส

เปียร์แมน และสหสัมพันธ์ลำดับที่แบบเคนดอลล์ ประกอบเพาเวอร์พอยท์และเอกสารประกอบการสอน

2. ยกตัวอย่างการทดสอบสมมติฐาน ดำเนินการเป็นขั้นตอนดังนี้

2.1 วิเคราะห์ข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้

2.2 วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ทดสอบ

2.3 กำหนดวิธีการทดสอบ

2.4 ดำเนินการทดสอบ

(ตั้งสมมติฐาน กำหนดระดับนัยสำคัญ คำนวณค่าสถิติ กำหนดเขตวิกฤติ และสรุปผล)

3. แบ่งกลุ่มทำโจทย์การทดสอบสมมติฐาน กลุ่มละ 1 ข้อ

4. กลุ่มสืบค้นตัวอย่างงานวิจัยที่ใช้สหสัมพันธ์ซี สหสัมพันธ์พี สหสัมพันธ์ลำดับที่แบบสเปียร์แมน และสหสัมพันธ์ลำดับที่แบบเคนดอลล์

5. นำเสนอผลการทำโจทย์และการสืบค้น อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น
ชั้นสรุป

1. ร่วมพิจารณาข้อผิดพลาดในการใช้สหสัมพันธ์ซี สหสัมพันธ์พี สหสัมพันธ์ลำดับที่แบบสเปียร์แมน และสหสัมพันธ์ลำดับที่แบบเคนดอลล์

2. ร่วมตอบคำถามทบทวนท้ายหน่วยที่ 7

3. ให้ทำแบบฝึกหัดหน่วยที่ 7 จำนวน 2 ข้อ เป็นรายบุคคล

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบสอนหน่วยที่ 7

2. เพาเวอร์พอยท์ประกอบการบรรยายหน่วยที่ 7

3. อินเทอร์เน็ตเพื่อการสืบค้น

การวัดและประเมินผล

1. สังเกตพฤติกรรมใฝ่รู้ และการทำงานร่วมกัน

2. ตรวจแบบฝึกหัด

หน่วยที่ 7

การทดสอบสมมติฐานของกลุ่มตัวอย่างหนึ่งกลุ่ม

7.1 สหสัมพันธ์ซี

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบซี (Contingency Coefficient : C) เป็นการหาความสัมพันธ์ของตัวแปรสองตัวที่อยู่ในมาตรานามบัญญัติ (Nominal Scale) ข้อมูลจะเป็นความถี่ในตารางการจร (Contingency Table) ที่แบ่งตามเงื่อนไขที่กำหนดและไม่จำเป็นต้องเป็นตัวแปรต่อเนื่อง ลักษณะของข้อมูลจะเหมือนกับข้อมูลที่ใช้ในการคำนวณค่า χ^2 โดยข้อมูลประกอบด้วยตัวแปร 2 ตัวที่เขียนในรูปของตารางการจรได้

7.1.1 วิธีการหาสหสัมพันธ์ซี ทำได้ดังนี้

(1) จัดข้อมูลให้อยู่ในรูปของ $k \times r$ Contingency Table ซึ่งมีตัวแปร A กับ B ตารางนี้ขึ้นอยู่กับว่า ตัวแปร A กับ B จะแบ่งออกเป็นกี่ระดับ

Variable	A_1	A_2	.	A_k	Total
B_1	A_1B_1	A_2B_1	.	A_1B_1	
B_2	A_1B_2	A_2B_2	.	A_2B_2	
.	.	.	.	.	
B_r	A_1B_r	A_2B_r	.	A_kB_r	
Total					N

(2) ในแต่ละช่องของตารางซึ่งเป็นค่าความถี่ หามาตรคำนวณหาค่าความคาดหวัง (Expected Frequency : E_{ij}) ได้โดยวิธีเดียวกันกับใน χ^2 ถ้าค่า E_{ij} มีจำนวนมากกว่า 20% ของค่า E_{ij} ทั้งหมด น้อยกว่า 5 จะต้องรวมกลุ่ม (ระดับ) เพื่อให้ค่า E_{ij} มากกว่าหรือเท่ากับ 5

เนื่องจากค่า C จะคำนวณจากค่า χ^2 ดังนั้น ข้อจำกัดของ χ^2 จึงต้องเป็นข้อจำกัดของการคำนวณค่า C ด้วย

(3) คำนวณค่า χ^2 จากสูตร

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^k \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} ; \quad df = (k-1)(r-1)$$

(4) คำนวณค่า C จากสูตร

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{N + \chi^2}}$$

(5) ทดสอบนัยสำคัญทางสถิติของค่า χ^2 โดยมี $df = (k-1)(r-1)$ ถ้าค่า χ^2 มีนัยสำคัญทางสถิติ แสดงว่า ค่าสหสัมพันธ์ C ต่างจากศูนย์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติด้วย ($C \neq 0$)

ตัวอย่างที่ 7.1 ในการศึกษาเกี่ยวกับการเลือกโปรแกรมการเรียนในระดับที่สูงขึ้นของนักเรียนมัธยมศึกษาในชุมชนแห่งหนึ่งที่แบ่งเป็น 5 ชนชั้น จงหาว่า 1) การเตรียมตัวเพื่อเรียนต่อแตกต่างกันในระหว่างชนชั้นหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 2) ค่าสหสัมพันธ์ระหว่างการเลือกโปรแกรมการเรียนต่อกับพื้นฐานของครอบครัว (ระดับชนชั้นทางสังคม) ตามข้อมูลในตารางต่อไปนี้

หลักสูตร	ระดับชนชั้นทางสังคม				รวม
	1 และ 2	3	4	5	
เตรียมเข้ามหาวิทยาลัย	23	40	16	2	81
อาชีวะชั้นสูง	11	75	107	14	207
อาชีวะชั้นกลาง	1	31	60	10	102
รวม	35	146	183	26	390

1) ทดสอบสมมติฐานโดยใช้ χ^2

H_0 : สัดส่วนของนักเรียนที่เลือกโปรแกรมการเรียนทั้ง 3 จาก 5 ระดับชนชั้นทางสังคมไม่แตกต่างกัน

H_1 : สัดส่วนของนักเรียนที่เลือกโปรแกรมการเรียนทั้ง 3 จาก 5 ระดับชนชั้นทางสังคมแตกต่างกัน

ค่าประกอบการพิจารณาตัดสินใจ

$$\chi^2_{0.01, (4-1) \times (3-1)} = 16.81$$

ตัวอย่างการหาค่า

$$E_{11} = (35 \times 81) / 390$$

$$\chi^2_{\text{Cal}} = 69.18$$

2) ค่าสหสัมพันธ์ระหว่างการเลือกโปรแกรมการเรียนต่อกับพื้นฐานของครอบครัว

$$C = 0.388$$

7.1.2 การทดสอบนัยสำคัญทางสถิติของค่าซี

เนื่องจากค่า C คำนวณจากค่า χ^2 จึงใช้การตรวจสอบค่า χ^2 มาสรุปความมีนัยสำคัญทางสถิติของ C ด้วย

ถ้าค่า χ^2 มีนัยสำคัญแล้ว สรุปได้ว่า ข้อมูลที่มีตัวแปรร่วม 2 ตัวแปรนั้น “มีความสัมพันธ์กัน” ค่าสหสัมพันธ์ C ไม่เท่ากับศูนย์ (ค่า χ^2 มีนัยสำคัญ จะไม่รับ H_0)

7.1.3 ข้อจำกัดของค่าซี

เนื่องจากค่า C คำนวณจากข้อมูลที่ถูกแบ่งออกเป็นระดับชั้น และพิจารณาการแปรร่วมกันในข้อมูลหนึ่ง แต่มีการวัด (นับ) ใน 2 ทาง (ตัวแปร) โดยอาศัยค่า χ^2 ดังนั้น ข้อจำกัดของ C ที่แตกต่างไปจากค่าสหสัมพันธ์อื่น ๆ มีดังนี้

(1) ค่า C มีค่าสูงสุดไม่ถึง 1 และค่าต่ำสุดเท่ากับ 0 เพราะว่า ค่าสูงสุดของ C เท่ากับ $\sqrt{\frac{k-1}{k}}$ เมื่อ $k=r$ (ตัวแปรทั้ง 2 แบ่งเป็น k ระดับชั้นเท่า ๆ กัน หรือเป็น $k \times k$

Contingency Table

(2) จาก $C_{\max} = \sqrt{\frac{k-1}{k}}$ ดังนั้น ถ้ายิ่งแบ่งระดับชั้นของตัวแปรให้มากระดับชั้นเท่าไร ค่า $C_{\max}$ ก็จะมากขึ้น เช่น ถ้า $k=2$ ค่า $C_{\max}$ จะไม่เกิน 0.707 ถ้า $k=3$ ค่า $C_{\max}$ จะไม่เกิน 0.816 และค่า $C_{\max}$ จะไม่มีโอกาสเป็น 1

(3) ความถูกต้องของค่า C ขึ้นอยู่กับการคำนวณค่า χ^2 กล่าวคือ ถ้าค่า χ^2 ที่คำนวณนั้น ได้คำนึงถึงข้อจำกัดของ χ^2 แล้ว ค่า C ที่ได้ย่อมถูกต้อง

(4) เนื่องจากค่า C คำนวณจากค่า χ^2 ดังนั้น จะนำค่า C ไปเปรียบเทียบกับค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบอื่น ๆ ไม่ได้

อย่างไรก็ตาม ค่า C สามารถนำไปใช้ได้กรณีที่ไม่สามารถคำนวณค่าสหสัมพันธ์แบบอื่น ๆ ได้ เช่น

- (4.1) ข้อมูลอยู่ในมาตรานามบัญญัติ
- (4.2) ไม่มีข้อตกลงเบื้องต้นที่เกี่ยวกับลักษณะของประชากร และ
- (4.3) ตัวแปรไม่จำเป็นต้องเป็นตัวแปรต่อเนื่อง (Continuous Variable)

7.1.4 ประสิทธิภาพของการทดสอบ

เนื่องจากค่า C เป็นฟังก์ชันของ χ^2 จึงไม่สามารถจะตรวจสอบประสิทธิภาพของ C ได้ เช่นเดียวกันกับไม่สามารถตรวจสอบค่า χ^2 ได้ เนื่องจากไม่มีเทคนิคการทดสอบทางพารามेटริกที่ใช้ข้อมูลในมาตรานามบัญญัติ

7.2 สหสัมพันธ์แบบพี

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบพี (Phi Correlation Coefficient : Φ) เป็นการหาความสัมพันธ์ของตัวแปรสองตัวซึ่งแต่ละตัวแปร มีข้อมูลสองชุด ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์อยู่ในรูปของความถี่ (Frequency) หรืออยู่ในรูปนามบัญญัติ (Nominal Scale) และเป็นข้อมูลที่แบ่งแยกออกเป็นสองรายการอย่างแท้จริง (Genuine Dichotomy) เช่น ตอบถูก-ตอบผิด เพศชาย-เพศหญิง มีชีวิต-ไม่มีชีวิต สอบได้-สอบตก เป็นต้น การคำนวณใช้ตารางแบบ 2x2 ที่มีลักษณะดังนี้

ตัวแปร x ตัวแปร y	x_1	x_2	รวม
y_1	a	b	a + b
y_2	c	d	c + d
รวม	a + c	b + d	N

ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบ Φ หาได้จากสูตร

$$\Phi = \frac{|ad - bc|}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

ตัวอย่างที่ 7.2 บริษัทหนึ่งประกาศรับสมัครคนงานเข้าทำงาน มีผู้มาสมัคร 28 คน เป็นชาย 12 คน หญิง 16 คน และเพศหญิงสอบผ่าน 8 คน เพศชายสอบผ่าน 9 คน จงหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างผลการสอบกับเพศ

เพศ ผลการสอบ	ชาย	หญิง	รวม
สอบผ่าน	9 (a)	8 (b)	17 (a+b)
สอบไม่ผ่าน	3 (c)	8 (d)	11 (c+d)
รวม	12 (a+c)	16 (b+d)	28 (N)

ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบ Φ หาได้จากสูตร

$$\Phi = \frac{|ad - bc|}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

แทนค่า

$$\Phi = \frac{|(8)(3) - (9)(8)|}{\sqrt{(17)(11)(16)(12)}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{|48|}{189.48} \\
 &= \frac{-48}{189.48} \quad \text{หรือ} \quad \frac{48}{189.48} \\
 &= -0.25 \quad \text{หรือ} \quad 0.25
 \end{aligned}$$

หมายเหตุ ค่าฟีจะเป็นบวก (+) หรือ (-) ขึ้นอยู่กับการใส่คุณสมบัติในตาราง เช่น ถ้า นำเพศหญิงไว้ทางด้านซ้าย เครื่องหมายจะเป็น + ทั้งนี้ ในการหาค่า นี้ เครื่องหมายจะออกมาเป็นบวกหรือลบก็จะแปรผลเหมือนกัน และเมื่อต้องการทราบว่า เพศกับผลการทดสอบมีความสัมพันธ์กันหรือไม่ ต้องทำการทดสอบนัยสำคัญของฟีต่อไป

การทดสอบนัยสำคัญของค่าฟี

การทดสอบนัยสำคัญของสหสัมพันธ์แบบฟี ใช้ χ^2 ทดสอบ โดยใช้สูตรดังนี้

$$\chi^2 = X\Phi^2 ; \text{ Degree of Freedom } (df) = 1$$

เมื่อ χ^2 แทน ค่าไคสแควร์
 N แทน จำนวนความถี่ทั้งหมด
 Φ แทน ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบฟี

จากตัวอย่าง ค่า $\Phi = 0.25$, $N = 28$ ระดับนัยสำคัญที่กำหนด 0.05

$$\begin{aligned}
 \chi^2 &= X\Phi^2 \\
 \text{แทนค่า} \quad &= 28(0.25)^2 \\
 &= 1.75
 \end{aligned}$$

จากการเปิดตารางสำเร็จของ χ^2 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05, $df = 1$ จะได้ $\chi^2_{0.05,1} = 3.84$ ซึ่งค่า χ^2 ที่คำนวณได้ 1.75 น้อยกว่าค่า χ^2 จากตาราง 3.84 สรุปได้ว่า เพศกับผลการสอบไม่มีความสัมพันธ์กัน

7.3 สหสัมพันธ์ลำดับที่แบบสเปียร์แมน

ค่าสหสัมพันธ์ลำดับที่ของสเปียร์แมน (Spearman Rank Correlation Coefficient) นี้ ใช้สัญลักษณ์ ρ หรือ r_s เรียกย่อ ๆ ว่า โร (Rho) เป็นการหาค่าความสัมพันธ์ของตัวแปร 2 ตัวที่อยู่ในมาตราเรียงอันดับ ดังนั้น ลักษณะข้อมูลของกลุ่มตัวอย่างจึงเป็นการเรียงอันดับ 2 ชุด สมมติมีกลุ่มตัวอย่าง N คน เรียงลำดับคะแนนตามตัวแปร 2 ตัวแปร เช่น การจัดนักเรียนเรียงตามคะแนนสอบเข้ามหาวิทยาลัยและเรียงตามผลการเรียนปลายปีของชั้นปีที่ 1 โดยให้การ

จัดเรียงคะแนนตามผลการสอบเข้าเป็น $X_1, X_2 \dots Y_N$ และการจัดเรียงคะแนนตามผลการเรียนเป็น $Y_1, Y_2 \dots Y_N$ ต้องการหาค่าความสัมพันธ์ระหว่าง X กับ Y ซึ่งเป็นสหสัมพันธ์ของอันดับที่ จะเห็นได้ว่า คะแนนจากผลการสอบเข้ากับคะแนนผลการเรียน จะมีความสัมพันธ์อย่างสมบูรณ์ เมื่อ $X = Y$ สำหรับ ทุก ๆ คู่ (ตำแหน่งที่ของ X และ Y ของนักเรียนคนเดียวกันมีค่าเท่ากันทุกคน) ซึ่ง $d_i = X_i - Y_i$ เมื่อ d คือ ความแตกต่างระหว่างอันดับที่ของนักเรียนคนที่ i เช่น สมุณีได้คะแนนสูงสุดในการสอบเข้า แต่ได้ที่ 5 ในผลการสอบปลายปี ดังนั้น d ของสมุณี = -4 แต่ชาติชายได้ที่ 10 ในการสอบเข้า ได้ที่ 1 ในผลการสอบปลายปี ค่า d ของชาติชาย = 9 ค่า d จะบอกถึงความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนทั้ง 2 ชุดนี้ว่า สัมพันธ์กันเพียงใด ถ้าสัมพันธ์กันอย่างสมบูรณ์ d ทุกค่าจะเท่ากับศูนย์ ถ้า d มีค่ามากขึ้นจะทำให้ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้ง 2 ลดลง

การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ จะเสียเวลาถ้าใช้ d_i โดยตรง ความยุ่งยากประการหนึ่งคือ d_i ที่เป็นลบต้องหักออกจาก d_i ที่เป็นบวก เมื่อรวมค่า d_i จึงใช้ d_i^2 แทน d_i เพื่อความสะดวก และเป็นที่น่าเชื่อถือค่าของ d_i เพิ่มขึ้น จะทำให้ค่าของ d_i^2 เพิ่มขึ้นด้วย

การแปลงสูตรคำนวณ r_s จะแสดงในที่นี้เพราะจะช่วยให้การอธิบายถึงธรรมชาติของสหสัมพันธ์ และเพราะเหตุว่าการเปลี่ยนแปลงสูตรจะเกี่ยวข้องกับรูปอื่นของสูตรการคำนวณ

ถ้ากำหนดให้ x และ y เป็นคะแนนการสอบทั้ง 2 และ $x = X - \bar{X}$ โดยที่ $\bar{X}$ คือค่าเฉลี่ยของคะแนน x และ $y = Y - \bar{Y}$ โดยที่ $\bar{Y}$ คือค่าเฉลี่ยของคะแนน y
สูตรของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน จะเป็นดังนี้

$$r_s = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}}$$

ถ้า x และ y เป็นอันดับที่

ดังนั้น ค่า x จะเป็น 1, 2, 3, ..., N

และ $y = 1, 2, 3, \dots, N$

$$\sum x = \frac{N(N+1)}{2}$$

$$\sum x^2 = \frac{N(N+1)(2N+1)}{6}$$

$$\text{และ } \sum x^2 = \sum (X - \bar{X})^2 = \sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{N}$$

$$\text{แทนค่า } \sum x^2 = \frac{N(N+1)(2N+1)}{6} - \frac{N(N+1)^2}{4}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{N(2N^2 + 3N + 1)}{6} - \frac{N(N^2 + 2N + 1)}{4} \\
&= \frac{4N^3 + 6N^2 + 2N - 3N^3 - 6N - 3N}{12} \\
&= \frac{N^3 - N}{12}
\end{aligned}$$

ในทำนองเดียวกัน $\sum y^2 = \frac{N^3 - N}{12}$

จาก $d = x - y$

$$d^2 = (x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$d^2 = x^2 + y^2 - 2xy$$

แต่สูตร $r_s = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}}$

ได้ $\sum xy = r_s \sqrt{\sum x^2 \sum y^2}$

แทนค่า $\sum d^2 = \sum x^2 + \sum y^2 - 2r_s \sqrt{\sum x^2 \sum y^2}$

$$r_s = \frac{\sum x^2 + \sum y^2 - \sum d^2}{2\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}} \dots\dots\dots (1)$$

เอาค่า $\sum x^2 = \frac{N^3 - N}{12} = \sum y^2$ แทนค่าในสูตร (1) จะได้

$$r_s = \frac{\frac{N^3 - N}{12} + \frac{N^3 - N}{12} - \sum d^2}{2\sqrt{\left(\frac{N^3 - N}{12}\right)\left(\frac{N^3 - N}{12}\right)}}$$

$$= \frac{2\left(\frac{N^3 - N}{12}\right) - \sum d^2}{2\left(\frac{N^3 - N}{12}\right)}$$

$$= 1 - \frac{6\sum d^2}{N^3 - N}$$

จาก $d = x - y = (X - \bar{X}) - (Y - \bar{Y})$ แต่ $Xbar = Ybar \therefore d = x - y$

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^N d_i^2}{N^3 - N} \dots\dots\dots (2)$$

สูตร (2) เป็นสูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของอันดับที่ (r_s)

วิธีการหา r_s

ในการคำนวณ r_s ทำได้โดยเรียงจำนวนตัวอย่าง N คน ถัดจากช่องกลุ่มตัวอย่างให้เรียงอันดับที่ของคะแนนจากตัวแปร X และเรียงอันดับที่ของคะแนนจากตัวแปร Y ต่อจากนั้นหาค่า d_i หรือค่าความแตกต่างระหว่างอันดับที่ของ 2 ตัวแปร ยกกำลังสองของ d_i แต่ละตัว จากนั้นหาผลรวมของ d_i^2 แล้วแทนค่าในสูตร (2) โดย N คือ จำนวนคนในกลุ่มตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 7.3 จากการศึกษาความเห็นพ้องต้องกันของกลุ่มนักศึกษาจำนวน 12 คนเมื่ออยู่ในสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับการเสี่ยงทางการเงิน โดยให้นักศึกษาทำแบบทดสอบ 2 Scale ได้แก่ ด้านความเชื่อฟังผู้มีอำนาจเหนือกว่า (Authoritarianism) และด้านความพยายามรักษาสถานภาพทางสังคม (Social Status Strivings) ต้องการหาความสัมพันธ์ของคะแนนที่ได้ใน 2 Scale ตามตารางต่อไปนี้

นักเรียน คนที่	คะแนน	
	ความเชื่อฟังผู้มีอำนาจเหนือกว่า	ความพยายามรักษาสถานภาพทางสังคม
1	82	42
2	98	46
3	87	39
4	40	37
5	116	65
6	113	88
7	111	86
8	83	56
9	85	62
10	126	92
11	106	54
12	117	81

การคำนวณในขั้นแรก เรียงลำดับที่ของ 2 Scale ในตารางต่อไปนี้ พร้อมทั้งหาค่า d_i และ d_i^2 สังเกตในตารางจะพบว่า ค่า d_i สูงสุด คือ 3

ตารางแสดงอันดับที่ของคะแนนความเชื่อฟังผู้มีอำนาจเหนือกว่ากับคะแนนความพยายามรักษาสถานภาพทางสังคม

นักเรียน คนที่	อันดับที่		d_i	d_i^2
	ความเชื่อฟังผู้มีอำนาจ	ความรักษาสถานภาพ		
1	2	3	-1	1
2	6	4	2	4
3	5	2	3	9
4	1	1	0	0
5	10	8	2	4
6	9	11	-2	4
7	8	10	-2	4
8	3	6	-3	9
9	4	7	-3	9
10	12	12	0	0
11	7	5	2	4
12	11	9	2	4
N = 12				$\sum d_i^2 = 52$

$$\begin{aligned}
 \text{คำนวณ } r_s &= 1 - \frac{6 \sum d^2}{N^3 - N} \dots\dots\dots (2) \\
 &= 1 - \frac{6(52)}{12^3 - 12} \\
 &= 0.82
 \end{aligned}$$

พบว่า จากกลุ่มนักศึกษา 12 คน ได้ค่าสัมพันธระหว่าง 2 Scale = 0.82

กรณีมีคะแนนซ้ำ

บางครั้งทีกลุ่มตัวอย่างมีคะแนนซ้ำในตัวแปรเดียวกัน การให้อันดับที่ของคะแนนจะทำให้เท่ากัน โดยเฉลี่ยอันดับที่สำหรับคะแนนนั้น ๆ ถ้าจำนวนคะแนนซ้ำมีไม่มากนักจะไม่มีผลต่อ r_s มากนัก อาจใช้สูตร (2) ในการคำนวณได้ แต่ถ้ามีคะแนนซ้ำมาก ๆ ต้องมีการปรับแก้สูตรเพื่อคำนวณค่า r_s โดยใช้สูตร (1) โดยพิจารณาค่า $\sum x^2$ และ $\sum y^2$ ที่เปลี่ยนไปเนื่องจากค่าซ้ำดังนี้

ผลของอันดับที่ของคะแนนเท่ากันในตัวแปร X จะลดผลรวม $\sum x^2$ ให้ต่ำกว่า $\frac{N^3 - N}{12}$ กล่าวคือ $\sum x^2 = \frac{N^3 - N}{12}$

โดย $T = \frac{t^3 - t}{12}$

เมื่อ $t =$ จำนวนคะแนนที่มีอันดับที่ซ้ำกัน

$$\therefore \sum x^2 = \frac{N^3 - N}{12} - \sum T_x$$

และ $\sum y^2 = \frac{N^3 - N}{12} - \sum T_y$

แล้วใช้สูตร (1) คือ

$$r_s = \frac{\sum x^2 + \sum y^2 - \sum d^2}{2\sqrt{\sum x^2 - \sum y^2}}$$

ตัวอย่างที่ 7.4 จากการศึกษาในตัวอย่างที่ 7.3 ในครั้งนี้ผู้ทดสอบต้องการทราบว่า การยอมคล้อยตามความเห็นของกลุ่ม จะสัมพันธ์กับการรักษาสถานภาพทางสังคมหรือไม่ การคำนวณใช้สูตร Spearman Rank Correlation โดยหาความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนการรักษาสถานภาพทางสังคมของแต่ละคนกับจำนวนครั้งที่เขายอมคล้อยตามความเห็นของกลุ่ม

ตารางแสดงจำนวนครั้งที่ยอมคล้อยตามความเห็นของกลุ่มกับคะแนนการรักษา
สถานภาพทางสังคม

นักเรียนคนที่	จำนวนครั้งที่ยอมคล้อยตาม	คะแนนการรักษาสถานภาพทางสังคม
1	0	42
2	0	46
3	1	39
4	1	37
5	3	65
5	4	88
7	5	86
8	6	56

นักเรียนคนที่	จำนวนครั้งที่ยอมคล้อยตาม	คะแนนการรักษาสถานภาพทางสังคม
9	7	62
10	8	92
11	8	54
12	12	81

จัดอันดับที่ของข้อมูลได้ในตารางต่อไปนี้

นักเรียน คนที่	อันดับที่		d_i	d_i^2
	การยอมคล้อยตาม	การรักษาสถานภาพ		
1	1.5	3	-1.5	2.25
2	1.5	4	-2.5	6.25
3	3.5	2	1.5	2.25
4	3.5	1	2.5	6.25
5	5	8	-3.0	9.00
6	6	11	-5.0	25.00
7	7	10	-3.0	9.00
8	8	6	2.0	4.00
9	9	7	2.0	4.00
10	10.5	12	-1.5	2.25
11	10.5	5	-5.5	30.25
12	12	9	3.0	9.00
N = 12			$\sum d_i^2 = 109.50$	

คนที่ 1 และ 2 เป็นผู้ที่ไม่ยอมตามกลุ่มเลย ขณะที่คนสุดท้ายยอมตามกลุ่มทุก ๆ ครั้ง
มีคะแนนซ้ำ 3 กลุ่ม กลุ่มละ 2 ตัว การคำนวณจะได้

$$\begin{aligned}
 \sum x^2 &= \frac{N^3 - N}{12} - \sum T_x \\
 &= \frac{12^3 - 12}{12} - \left(\frac{2^3 - 2}{12} + \frac{2^3 - 2}{12} + \frac{2^3 - 2}{12} \right) \\
 &= 143 - 1.5 = 141.5
 \end{aligned}$$

$$\text{ส่วน } \sum y^2 = \frac{N^3 - N}{12} - \sum T_y \quad \text{แต่ } \sum T_y = 0$$

$$\therefore \sum y^2 = \frac{12^3 - 12}{12} = 143$$

แทนค่าในสูตร (1)

$$r_s = \frac{\sum x^2 + \sum y^2 - \sum d^2}{2\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}} = \frac{141.5 - 143 - 109.5}{2\sqrt{(141.5)(143)}} = 0.616$$

การปรับแก้ค่าซ้ำทำให้ $r_s = 0.616$ แต่ถ้าคำนวณโดยใช้สูตร (2) ซึ่งไม่มีการปรับแก้ได้ค่า $r_s = 0.617$ ซึ่งไม่แตกต่างกันมากนัก อย่างไรก็ตามผลของคะแนนซ้ำจะทำให้เพิ่มค่า r_s ดังนั้น จึงต้องมีการปรับแก้เมื่อมีคะแนนซ้ำเป็นจำนวนมากในตัวแปร X และ Y หรือในตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง

การทดสอบนัยสำคัญทางสถิติของ r_s

ถ้ากลุ่มตัวอย่างมาจากประชากร เราจะใช้คะแนนเหล่านี้ตัดสินว่า 2 ตัวแปรมีความสัมพันธ์กันหรือไม่ กล่าวคือ ทดสอบ H_0 ว่า 2 ตัวแปรไม่มีความสัมพันธ์กัน และค่าของ r_s ที่คำนวณได้แตกต่างจาก 0 โดยความบังเอิญ

1. สำหรับกลุ่มตัวอย่างที่มีจำนวนน้อย ($4 \leq N \leq 30$)

ใช้ตารางสำเร็จซึ่งจะให้ค่าวิกฤตของ r_s ที่ $\alpha = 0.05$ และ 0.01 เป็นตาราง One-Tailed ซึ่งมีทิศทั้งทาง + และ - ถ้าค่า r_s จากการคำนวณมากกว่าค่าในตาราง จะไม่รับ H_0 (H_0 : ไม่มีความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งสอง) จากตัวอย่างที่ 1 คำนวณค่า $r_s = 0.82$, $N = 12$ จากตาราง ที่ $\alpha = 0.01$ ค่า $r_s = 0.712$ ดังนั้น จะไม่รับ H_0 และสรุปว่า ความเชื่อฟังผู้อ่านาสูงกว่าและความพยายามรักษาสถานภาพทางสังคม มีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ 0.01

2. สำหรับกลุ่มตัวอย่างจำนวนมาก ($N \geq 10$)

เมื่อ N มีจำนวนมากขึ้น เคนดอลล์ กล่าวว่า การแจกแจงของ r_s จะเป็นแบบ Student's t โดยมี $df = N - 2$ และคำนวณได้จากสูตร

$$t = r_s \sqrt{\frac{N-2}{1-r^2}}$$

นำค่า t นี้ไปเปรียบเทียบกับตารางสำเร็จ t จากตัวอย่างที่ 1 ซึ่งมี $N = 12$ อาจจะคำนวณโดยถือว่าเป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวนมากก็ได้ นั่นคือ เมื่อ $r_s = 0.82$

$$\therefore t = 0.82 \sqrt{\frac{12-2}{1-(.82)^2}} = 4.54$$

จากตาราง t , $df = 10$, $\alpha = 0.025$ ได้ $t = 2.228$

$\therefore$ ไม่รับ H_0 สรุปว่า การยอมคล้อยตามกลุ่มและการรักษาสถานภาพทางสังคมมีความสัมพันธ์กัน

สรุปขั้นตอนการคำนวณ

1. เรียงอันดับที่ของตัวแปร X จาก 1 ถึง N และเรียงอันดับที่ของตัวแปร Y จาก 1 ถึง N

2. ในแต่ละบุคคลของกลุ่มตัวอย่างให้อันดับที่ของ X และ Y (แทนคะแนน)

3. หาค่า d_i ของแต่ละคู่ โดยให้ $d_i = x_i - y_i$ แล้วยกกำลังสองของ d_i

4. หา d_i^2 แล้วคำนวณค่า

4.1 ถ้าในตัวแปร X และ/หรือตัวแปร Y มีค่าเท่ากันมาก ในตัวแปรนั้นควรจะปรับ

ค่าคะแนนเท่า โดย $\sum x^2 = \frac{N^3 - N}{12} - \sum T_x$

$$\text{และ} \quad \sum y^2 = \frac{N^3 - N}{12} - \sum T_y$$

$$\text{เมื่อ} \quad T = \frac{t^3 - t}{12}$$

โดย t คือ จำนวนที่ซ้ำกัน แล้วแทนค่าในสูตร $r_s = \frac{\sum x^2 + \sum y^2 - \sum d^2}{2\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}}$

$$4.2 \text{ ถ้าไม่มีค่าซ้ำกัน ใช้สูตร } r_s = \frac{1 - 6\sum di^2}{N^3 - N}$$

5. ทดสอบนัยสำคัญของค่า r_s โดย

ถ้า $4 \leq N \leq 30$ เทียบค่าวิกฤตของ r_s จากตารางสำเร็จ

$$\text{ถ้า } N \geq 10 \text{ ใช้ค่า } t \text{ โดย } t = r_s \sqrt{\frac{N-2}{1-r^2}}$$

โดยมี $df = N - 2$ และใช้ตารางสำเร็จ t

6. ถ้าค่า r_s มีโอกาสที่จะเกิดขึ้น $< \infty$ (ค่าที่ได้จากการคำนวณ มากกว่าค่าที่ได้จากตาราง) จะไม่รับ H_0 และสรุปว่า $r_s \neq 0$ (มีความสัมพันธ์กัน)

7.4 สหสัมพันธ์ของอันดับที่แบบเคนดอลล์

สหสัมพันธ์ของอันดับที่แบบเคนดอลล์ (Kendall Rank Correlation Coefficient : τ TAU) เป็นการหาค่าสหสัมพันธ์ที่ใช้กับข้อมูลลักษณะเดียวกับ r_s กล่าวคือ แต่ละคะแนนในทั้งสองกลุ่มต้องสามารถจัดอันดับที่ได้ J จะวัดระดับความสัมพันธ์ของลำดับที่คะแนน 2 ชุด

วิธีดำเนินการ

สมมติว่า มีคะแนนจากการให้คะแนนแบบจัดอันดับข้อสอบอัตนัย 4 ฉบับ (นักเรียน 4 คน) โดยใช้ผู้ตรวจ 2 คน ดังนี้

นักเรียนคนที่	1	2	3	4
ผู้ตรวจ 1	3	4	2	1
ผู้ตรวจ 2	3	1	4	2

จัดเรียงข้อมูลใหม่โดยให้อันดับที่ของผู้ตรวจคนใดคนหนึ่ง (ในที่นี้เป็นผู้ตรวจ 1) เรียงตามลำดับจากน้อยไปหามาก ส่วนอันดับที่ของผู้ตรวจอีกคนหนึ่ง (ผู้ตรวจ 2) ก็จับคู่กับคนแรกตามนักเรียนแต่ละคนได้ เป็นดังนี้

นักเรียนคนที่	1	2	3	4
ผู้ตรวจ 1	1	2	3	4
ผู้ตรวจ 2	2	4	3	1

ดูผู้ตรวจ 2 เริ่มจากซ้ายมือไปที่ละตัวโดยใช้ตัวแรกเป็นหลัก ถ้าอันดับที่ทางขวามือของตัวที่พิจารณามีอันดับสูงกว่าให้ +1 ถ้าต่ำกว่าให้ -1 ถ้าเท่ากันให้ 0 ดังนี้

อันดับที่ของผู้ตรวจตัวแรกคือ 2 ตัวต่อไปคือ 4 ให้ +1

ตัวต่อไปคือ 3 ให้ +1

ตัวต่อไปคือ 1 ให้ -1

$$\therefore \text{รวมได้ } +1 +1 -1 = +1$$

พิจารณาเช่นเดียวกัน ในอันดับของผู้ตรวจ 2 ทุก ๆ ตัว (ยกเว้นตัวสุดท้าย) แล้วนำมาบวกกัน ได้ดังนี้

$$\text{อันดับที่ถัดไปคือ 4 ได้ } -1 -1 = -2$$

อันดับที่ถัดไปคือ 3 ได้ $-1 = -1$

ขั้นต่อไปหาค่าผลรวมทั้งหมดที่มากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ของอันดับที่ของผู้ตรวจคนที่ 2 ว่าเป็นเท่าไร ดังนี้

$$\text{ผลรวมทั้งหมด} = S = +1 - 2 - 1 = -2$$

ค่ามากที่สุดก็คือ การให้อันดับที่เหมือนกันทั้งหมด นั่นคือ เมื่อเรียงลำดับของผู้ตรวจ 1 จากนั้นน้อยไปมากแล้ว ผู้ตรวจ 2 ก็จะเรียงจากน้อยไปมากเหมือนกันทุก ๆ ตัวด้วย เมื่อเอาไปเทียบแต่ละตัวกับตัวถัดไปก็จะได้ $+1$ ทุกครั้ง (ทุกคู่) ซึ่งจะมีการจัดคู่ทั้งหมดเป็น $\binom{N}{2}$ เมื่อ N คือ จำนวนนักเรียนหรือสิ่งื่อนำมาจัดอันดับ ในที่นี้คือ $\binom{4}{2} = \frac{4!}{(4-2)!2!} = 6$ คู่ ดังนั้นค่าที่มากที่สุดจะเป็น 6

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{S}{\text{ผลรวมที่มากที่สุด}} \\ &= \frac{-2}{6} \\ &= -0.33 \end{aligned}$$

ค่า $\tau = -0.33$ เป็นค่าแสดงความเหมือนของการจัดลำดับที่ของผู้ตรวจทั้ง 2 ซึ่งถ้าเหมือนกันทั้งหมดทุกอันดับที่จะได้ $J = +1$ แต่ถ้าตรงกันอย่างน้อยสิ้นเชิง คือ เมื่อคนหนึ่งให้ 1 2 3 4 อีกคนหนึ่งให้ 4 3 2 1 ค่า J จะเท่ากับ -1 ถ้าให้อันดับที่ไม่สัมพันธ์กันเลย J จะเป็นศูนย์ ดังนั้น ค่า J จะมีค่าตั้งแต่ $+1$ ถึง -1 ค่า J ข้างต้นสามารถเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้ ดังนี้

$$\tau = \frac{S}{\text{ผลรวมที่มากที่สุด}}$$

$$\begin{aligned} \text{ซึ่งผลรวมมากที่สุด คือ } \binom{N}{2} &= \frac{N!}{(N-2)!2!} \\ &= \frac{1}{2} N(N-1) \end{aligned}$$

$$\therefore \tau = \frac{S}{\frac{1}{2}N(N-1)}$$

ตัวอย่างที่ 7.5 จากการทดสอบนักศึกษา 12 คน ทำแบบทดสอบแบบ 2 Scale คือ ความเชื่อฟังผู้มีอำนาจเหนือกว่า กับ ความพยายามรักษาสถานภาพทางสังคม ผลการทดสอบปรากฏในตารางต่อไปนี้ ต้องการหาค่า τ

นักเรียน คนที่	คะแนน	
	ความเชื่อฟังผู้มีอำนาจเหนือกว่า	ความพยายามรักษาสถานภาพทางสังคม
1	82	42
2	98	46
3	87	39
4	40	37
5	116	65
6	113	88
7	111	86
8	83	56
9	85	62
10	126	92
11	106	54
12	117	81

จากตาราง นำข้อมูลมาเรียงอันดับ โดยจัดให้อันดับของความพยายามรักษาสถานภาพทางสังคมเป็นหลัก

นักเรียนคนที่	4	3	1	2	11	8	9	5	12	7	6	10
ความรักษาสถานภาพฯ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ความเชื่อฟัง	1	5	2	6	7	3	4	10	11	8	9	12

$$\begin{aligned}
 S &= (11 - 0) + (7 - 3) + (9 - 0) + (6 - 2) + (5 - 2) + (6 - 0) + \\
 &\quad (5 - 0) + (2 - 2) + (1 - 2) + (2 - 0) + (1 - 0) \\
 &= 44
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tau &= \frac{S}{\frac{1}{2}N(N-1)} \\
 &= \frac{44}{\frac{1}{2}(12)(12-1)} \\
 &= 0.67
 \end{aligned}$$

(จากตัวอย่างในตอนที่แล้ว หา r_s ได้เท่ากับ 0.82)

กรณีที่มีคะแนนเท่ากัน (หรืออันดับที่ซ้ำกัน)

ในกรณีที่มีคะแนนเท่ากัน จะต้องใช้อันดับที่เฉลี่ยสำหรับคะแนนที่เท่ากันนั้น ๆ และหาค่า τ ต้องใช้สูตรปรับแก้ ดังนี้

$$\tau = \frac{S}{\sqrt{\frac{1}{2}N(N-1) - T_x} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}N(N-1) - T_y}}$$

$$\text{เมื่อ } T_x = \frac{1}{2} \sum t(t-1)$$

โดย t = จำนวนอันดับที่เท่ากันในแต่ละคะแนนของ X

$$\text{และ } T_y = \frac{1}{2} \sum t(t-1)$$

โดย t = จำนวนอันดับที่เท่ากันในแต่ละคะแนนของ Y

ตัวอย่างที่ 7.6 จากตารางแสดงจำนวนครั้งที่ยอมคล้อยตามความเห็นของกลุ่ม กับคะแนนการรักษาสถานภาพทางสังคมต่อไปนี้ ต้องการหาค่า τ

นักเรียนคนที่	จำนวนครั้งที่ยอมคล้อยตาม	คะแนนการรักษาสถานภาพทางสังคม
1	0	42
2	0	46
3	1	39
4	1	37
5	3	65
5	4	88
7	5	86
8	6	56

นักเรียนคนที่	จำนวนครั้งที่ยอมคล้อยตาม	คะแนนการรักษาสถานภาพทางสังคม
9	7	62
10	8	92
11	8	54
12	12	81

จากตาราง นำข้อมูลมาจัดอันดับโดยให้อันดับของความพยายามรักษาสถานภาพทางสังคมเป็นหลัก

นักเรียนคนที่	4	3	1	2	11	8	9	5	12	7	6	10
การรักษาสถานภาพฯ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
การคล้อยตามความเห็นของกลุ่ม	3.5	3.5	1.5	1.5	10.5	8	9	5	12	7	6	10.5

$$\begin{aligned}
 S &= (8 - 2) + (8 - 2) + (8 - 0) + (1 - 5) + (3 - 3) + (2 - 3) + (4 - 0) + \\
 &\quad (0 - 3) + (1 - 1) + (1 - 0) \\
 &= 25
 \end{aligned}$$

$$T_x = 0$$

$$\begin{aligned}
 T_y &= \frac{1}{2} \sum t(t-1) \\
 &= \frac{1}{2} [2(2-1) + 2(2-1) + 2(2-1)] \\
 &= 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร } \tau &= \frac{S}{\sqrt{\frac{1}{2}N(N-1) - T_x} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}N(N-1) - T_y}} \\
 &= \frac{25}{\sqrt{\frac{1}{2}(12)(12-1) - 0} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}(12)(12-1) - 3}} \\
 &= 0.39
 \end{aligned}$$

ถ้าไม่ปรับแก้เนื่องจากคะแนนซ้ำ จะคำนวณได้โดยใช้สูตร

$$\begin{aligned}
 \tau &= \frac{S}{\frac{1}{2}N(N-1)} \\
 &= \frac{25}{\frac{1}{2}(12)(12-1)} \\
 &= 0.38
 \end{aligned}$$

ซึ่งต่างกันเพียงเล็กน้อย (จากตัวอย่างในตอนที่แล้ว หา r_s ได้เท่ากับ 0.616)

เปรียบเทียบระหว่างค่า τ กับ r_s

จากตัวอย่างข้างต้น จะเห็นว่าทั้ง 2 กรณีที่เราหาค่า τ และ r_s โดยใช้ข้อมูลชุดเดียวกัน แต่ได้ค่าสหสัมพันธ์ต่างกันมาก กล่าวคือ ขณะที่ค่า $r_s = 0.82$ จะได้ค่า $\tau = 0.67$ และ ในขณะที่ค่า $r_s = 0.616$ จะได้ค่า $\tau = 0.39$ จะเห็นว่าค่า τ ต่ำกว่าค่า r_s อยู่มาก ทั้งนี้ เพราะ หน่วยการวัดหรือ Scale ของการคำนวณค่าสหสัมพันธ์ไม่เหมือนกัน ไม่สามารถจะเอาตัวเลขที่ได้จากทั้ง 2 วิธีนี้มาเปรียบเทียบกันได้โดยตรง กล่าวคือ ถ้าหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร ก กับ ข โดย r_s และหาค่าความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร ข กับ ค โดยใช้ τ จะนำเอาค่าสหสัมพันธ์ r_s กข มาเปรียบเทียบกับค่าสหสัมพันธ์ τ ขค ไม่ได้ แต่ถ้าเป็น r_s กข และ r_s ขค ก็จะสามารถเปรียบเทียบกันได้ หรือ τ กข กับ τ ขค ก็เปรียบเทียบกันได้

อย่างไรก็ตาม ทั้งค่า r_s และ τ ที่วัดในข้อมูลชุดเดียวกัน จะมีประสิทธิภาพในการบอกความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้ง 2 ได้เหมือนกัน นั่นคือ แม้ค่าสหสัมพันธ์จะต่างกัน แต่ในการทดสอบสมมติฐานนั้น การแจกแจงของกลุ่มตัวอย่างจะให้ชุดของข้อมูลที่ให้ผลเหมือนกันในการไม่รับ H_0 ที่ว่า ตัวแปรทั้ง 2 ไม่มีความสัมพันธ์กันที่ระดับนัยสำคัญ (α) เดียวกัน

การทดสอบความมีนัยสำคัญของค่า τ

สมมติว่า กลุ่มตัวอย่างที่สุ่มมาจากประชากรที่มีคุณสมบัติ X และ Y ที่ไม่สัมพันธ์กัน ถ้า X เรียงอันดับกันแบบใดแบบหนึ่งแล้ว Y จะเรียงอันดับแบบใด ๆ ก็ได้ เช่น ถ้าจัดให้ X เรียงกันตามลำดับจาก 1, 2, 3, ... แล้ว Y จะมีวิธีการเรียงอันดับ N! วิธี (โอกาสที่เป็นไปได้ทั้งหมด) ดังนั้น ในกรณีที่ X และ Y ไม่มีความสัมพันธ์กันตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ว่า $H_0 : X$ และ Y ไม่มีความสัมพันธ์กัน ($J_{xy} = 0$) แล้ว ความน่าจะเป็นของการเรียงอันดับ Y แต่ละแบบมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{N!}$ ซึ่งในแต่ละแบบของการเรียงอันดับ Y นั้น จะให้ค่า τ ที่แตกต่างกันไปจาก -1 จนถึง +1 แต่ละค่าของ τ ที่จะเกิดขึ้นนั้น จะมีความถี่ของความน่าจะเป็นในการเรียงอันดับนั้น ๆ ซึ่งไม่เท่ากัน เช่น เมื่อ $N = 4$ วิธีเรียงอันดับของ Y ในอันดับคงที่แบบหนึ่งของ X นั้น จะมี 4!

วิธี คือ เท่ากับ 24 วิธี ในการเรียงอันดับของ Y 24 วิธีนี้ จะคำนวณค่าออกมาได้ทั้งหมด 7 ค่า ในแต่ละค่า τ นี้ สามารถหาโอกาสที่เกิดขึ้นภายใต้สมมติฐาน H_0 ได้ ดังตารางต่อไปนี้

ตารางแสดงความน่าจะเป็นของค่า τ ภายใต้ H_0 เมื่อ $N = 4$

ค่า τ	ความถี่ของค่า τ ที่จะเกิด เหตุการณ์ภายใต้ H_0	ความน่าจะเป็นของการเกิด เหตุการณ์ภายใต้ H_0
-1.0	1	$\frac{1}{24}$
-0.67	3	$\frac{3}{24}$
-0.33	5	$\frac{5}{24}$
0	6	$\frac{6}{24}$
0.35	5	$\frac{5}{24}$
0.67	3	$\frac{3}{24}$
1.00	1	$\frac{1}{24}$

การคำนวณค่าความน่าจะเป็นสำหรับ N ที่มากขึ้น ก็ใช้วิธีเดียวกันนี้ ดังตาราง Q ในภาคผนวก ซึ่งได้แสดงค่าความน่าจะเป็นไว้สำหรับ N ที่มีค่าตั้งแต่ 4 ถึง 10 แต่ในตารางใช้ค่า S แทน τ ทั้งนี้ ค่า S และ τ มีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าในตาราง Q เป็นการทดสอบทางเดียวที่จะบอกค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ภายใต้ H_0 ถ้าความน่าจะเป็นน้อยกว่าหรือเท่ากับ α ก็จะไม่รับ H_0 นั้น เช่น $N = 8$, $S = 10$ จากตาราง Q โอกาสที่ $S \geq 10$ เมื่อ $N = 8$ มีความน่าจะเป็นเท่ากับ 0.138 ซึ่งถ้าตั้งแต่ $\alpha = 0.05$ หรือ 0.01 แล้ว ก็จะไม่รับ H_0 นั้น ถ้า N มากขึ้น การคำนวณหาความน่าจะเป็นก็ยุ่งยากขึ้น เพราะโอกาสของการเกิดค่า S ต่าง ๆ จะมากขึ้น ซึ่งในกรณีที่ $N \geq S$ แล้ว การแจกแจงของค่า τ จะใกล้เคียงกับการแจกแจงปกติ การทดสอบค่า τ จึงใช้ค่า Z และตรวจสอบความน่าจะเป็นจากตารางที่ 1 (ในภาคผนวก)

ทั้งนี้ ค่าเฉลี่ย

$$\mu_\tau = 0$$

$$\text{ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน } \sigma_\tau = \sqrt{\frac{2(2N+5)}{9N(N-1)}}$$

ดังนั้น

$$Z_\tau = \frac{\tau - \mu_\tau}{\sigma_\tau}$$

$$= \frac{\tau}{\sqrt{\frac{2(2N+5)}{9N(N-1)}}}$$

จากตารางที่ 1 (ในภาคผนวก) ปรากฏว่า โอกาสที่ค่า Z จะมากกว่าหรือเท่ากับ 3.03 มีความน่าจะเป็นเท่ากับ 0.0012 ดังนั้น จะไม่รับ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.0012 สรุปว่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์กัน

จากตัวอย่างนี้จะเห็นว่า ในการหาค่าสหสัมพันธ์แบบ τ และ r_s ในข้อมูลเดียวกัน แม้จะได้ค่าแตกต่างกันมาก (เพราะเป็นการวัดที่มีหน่วยไม่เหมือนกัน) แต่การทดสอบสมมติฐานจะได้ผลเหมือนกัน คือ สามารถจะไม่รับ H_0 ที่ระดับความมีนัยสำคัญเท่ากัน จึงสรุปได้ว่าทั้ง 2 วิธีมีประสิทธิภาพเท่ากัน

สรุปขั้นตอนของการคำนวณ

1. กำหนดให้คะแนน X และ Y มีอันดับที่เป็น 1 ถึง N
2. จัดเรียงอันดับ X จาก 1 ถึง N และจับคู่กับอันดับที่ของ Y ในแต่ละคน
3. หาค่า S จากอันดับที่ของ Y
4. ถ้าไม่มีอันดับที่ซ้ำกัน (Ties) ใช้สูตร

$$\tau = \frac{S}{\frac{1}{2}N(N-1)}$$

ถ้ามีอันดับที่ซ้ำกัน ใช้อันดับที่เฉลี่ย แล้วใช้สูตรปรับแก้ ดังนี้

$$\tau = \frac{S}{\sqrt{\frac{1}{2}N(N-1) - T_x} \sqrt{\frac{1}{2}N(N-1) - T_y}}$$

5. การทดสอบนัยสำคัญของค่า τ โดย

5.1 ถ้า $N \leq 10$ ใช้ตาราง Q ในภาคผนวก ซึ่งจะบอกโอกาสที่จะเกิดค่า S นั้น ๆ ว่ามีความน่าจะเป็นเท่าไร (เป็นการทดสอบทางเดียว)

- 5.2 ถ้า $N > 10$ ทดสอบโดยใช้ค่า Z ดังนี้

$$Z = \frac{\tau}{\sqrt{\frac{2(2N+5)}{9N(N-1)}}}$$

โดยใช้ตารางที่ 1 (ภาคผนวก)

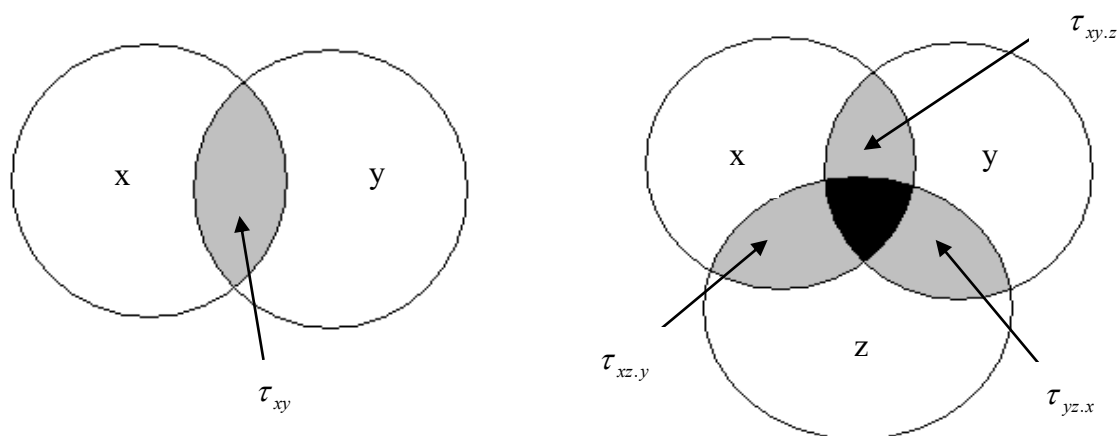
ค่าความน่าจะเป็นที่หาได้จากทั้ง 2 กรณี ในข้อ 5.1 และ 5.2 นั้น ถ้ามีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ α ก็จะไม่รับ H_0 นั้น

ประสิทธิภาพของการทดสอบ

การหาค่าสหสัมพันธ์ทั้งแบบ J และ r_s มีประสิทธิภาพเท่ากัน แต่ถ้าข้อมูลอยู่ในมาตราอันดับ ซึ่งสามารถจะหาสหสัมพันธ์แบบเพียร์สันได้ แต่นำมาหาสหสัมพันธ์แบบ τ หรือ r_s แล้ว จะมีประสิทธิภาพเพียง 91 % เมื่อเทียบกับการหาสหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน

7.5 สหสัมพันธ์พาเซิลของอันดับที่

ในการหาความสัมพันธ์ของอันดับที่ระหว่างตัวแปร 2 ตัว โดยวิธีของเคนดอลล์ (τ) นั้น ถ้าทราบว่าตัวแปรทั้ง 2 นั้นต่างก็มีความสัมพันธ์กับตัวแปรที่ 3 ซึ่งมีผลทำให้ค่าสหสัมพันธ์สูงกว่าที่ควรจะเป็นแล้ว สามารถตัดหรือกำจัดความสัมพันธ์อันเนื่องมาจากตัวแปรที่ 3 ออกเสียได้ เพื่อให้เหลือเฉพาะความสัมพันธ์จริง ๆ ของตัวแปร 2 ตัวแรกเท่านั้น ตัวอย่างเช่น ความสัมพันธ์ระหว่างส่วนสูงของนักเรียนกับความสามารถในการจำคำศัพท์ อาจจะมีผลจากความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้ง 2 นั้นกับอายุของนักเรียนก็ได้ ดังนั้น ถ้าทำให้ตัวแปรที่ 3 คือ อายุ คงที่ไว้ ความสัมพันธ์ระหว่างส่วนสูงกับความสามารถในการจำคำศัพท์ในนักเรียนที่มีอายุเท่า ๆ กัน ในทางปฏิบัติแล้ว มีวิธีการทางสถิติที่ช่วยได้ คือ หาสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่ละคู่ แล้วมาตัดหรือแบ่งส่วนของความสัมพันธ์ที่ไม่ต้องการออก ดังรูปภาพข้างล่าง



สหสัมพันธ์แบบพาเซิล ($\tau_{xy,z}$) นี้ ใช้กับข้อมูลที่อยู่ในมาตราเรียงอันดับ จากแผนผังข้างบน ด้านซ้ายมือแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร X กับ Y และด้านขวามือมีตัวแปร Z เพิ่มเข้ามา ซึ่ง Z มีความสัมพันธ์กับทั้ง X และ Y ในภาพแรกแต่ละส่วนแสดงค่าสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 2 ตัวที่ตัดผลมาจากตัวแปรที่ 3 (ช่องว่างสีดำตรงกลาง) ออก

ตัวอย่างเช่น มีนักเรียน 4 คน จัดอันดับของนักเรียนทั้ง 4 นี้ ด้วยคุณลักษณะ 3 อย่าง ดังนี้

คุณลักษณะ \ นักเรียน	ก	ข	ค	ง
Z	1	2	3	4
X	3	1	2	4
Y	2	1	3	4

ในที่นี้ ต้องการจะตัดคุณลักษณะแรกคือ Z ออก จึงจัดเรียงนักเรียนทั้ง 4 ตามลำดับในคุณลักษณะที่จะตัดออก ทั้งนี้เพื่อความสะดวกในการพิจารณาในนักเรียนทั้ง 4 คน ถ้านำนักเรียนมาพิจารณาทีละคู่ จะได้จำนวนคู่เท่ากับ $\binom{4}{2} = 6$ คู่ ดังนี้ (ก ข), (ก ค), (ก ง), (ข ค), (ข ง), (ค ง) นำมาพิจารณาทีละคู่ โดยกำหนดให้เครื่องหมาย + (บวก) ถ้าอันดับที่ต่ำอยู่หน้าอันดับที่สูง และให้เครื่องหมาย - (ลบ) ถ้าอันดับที่สูงอยู่หน้าอันดับที่ต่ำ ดังนี้

	ก ข	ก ค	ก ง	ข ค	ข ง	ค ง
Z	+	+	+	+	+	+
X	—	—	+	+	+	+
Y	—	+	+	+	+	+

จากนั้น นับจำนวนเครื่องหมายที่คุณลักษณะ X และ Y มีเครื่องหมายเหมือนและต่างกับคุณลักษณะ Z ดังตารางการเปรียบเทียบอันดับที่ต่อไปนี้

		จำนวนคู่ของ Y		รวม
		เครื่องหมายเหมือน Z	เครื่องหมายต่างจาก Z	
จำนวนคู่ของ X	เครื่องหมายเหมือน Z	4	0	4
	เครื่องหมายต่างจาก Z	1	1	2
	รวม	5	1	6

จะเห็นว่า ตารางนี้ก็คือตาราง 2 x 2 ที่ใช้คำนวณค่า Phi Coefficient (ϕ) คือ

A	B	A+B
C	D	C+D
A+C	B+D	$\left(\frac{N}{2}\right)$

ดังนั้น การคำนวณค่า $\tau_{xy.z}$ นำสูตรการคำนวณค่า ϕ มาใช้ ดังนี้

$$\tau_{xy.z} = \frac{AD - BC}{\sqrt{(A+B)(C+D)(A+C)(B+D)}}$$

จากตัวอย่างข้างต้น

$$\tau_{xy.z} = \frac{(4)(1) - (0)(1)}{\sqrt{(4)(2)(5)(1)}} = 0.63$$

จะเห็นว่า ค่าความสัมพันธ์ระหว่าง X กับ Y ควบคุมให้ค่า Z คงที่แล้ว ค่า $\tau_{xy.z}$ จะมีค่าเท่ากับ 0.63 แต่ถ้าไม่พิจารณาถึง Z แล้ว τ_{xy} จะมีค่าเท่ากับ 0.67

การหาค่าสหสัมพันธ์แบบนี้ ถ้ามีจำนวนคนเพิ่มขึ้นมาก ๆ การที่จะมาพิจารณาทีละคู่จะลำบาก เคนดอลล์จึงคิดสูตรสำเร็จขึ้นมา ดังนี้

$$\tau_{xy.z} = \frac{\tau_{xy} - \tau_{yz} \cdot \tau_{xz}}{\sqrt{(1 - \tau_{yz}^2)(1 - \tau_{xz}^2)}}$$

จากการคำนวณ $\tau_{xy} = .67$

$$\tau_{yz} = .67$$

$$\tau_{xz} = .33$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \tau_{xy.z} &= \frac{(.67) - (.67)(.33)}{\sqrt{(1 - (.67)^2)(1 - (.33)^2)}} \\ &= .63 \end{aligned}$$

การทดสอบนัยสำคัญทางสถิติ

เนื่องจากยังไม่สามารถจะหารูปแบบของการแจกแจงทางสถิติของสหสัมพันธ์แบบนี้ได้ ดังนั้น จึงไม่สามารถจะทดสอบนัยสำคัญทางสถิติได้ ไคสแควร์อาจจะนำมาใช้ได้ โดยให้ $\tau_{xy.z} = \sqrt{\frac{X^2}{N}}$ แต่เนื่องจากในช่องต่าง ๆ ของตาราง 4 ช่อง คือ A, B, C, และ D (ที่นำมาใช้โดยเทียบกับค่า ϕ นั้น) ไม่เป็นอิสระจากกัน ซึ่งไม่เป็นไปตามข้อจำกัดของการใช้การแจกแจงแบบไคสแควร์ จึงทำให้ไคสแควร์ก็ทดสอบไม่ได้

สรุปขั้นตอนดำเนินการ

1. มีตัวแปร 3 ตัว คือ X, Y และ Z ซึ่งมีความสัมพันธ์กันในแต่ละคู่ ต้องการจะหาความสัมพันธ์ระหว่าง X และ Y โดยตัดความสัมพันธ์ที่ทั้ง 2 มีกับตัวแปร Z ออก
2. หาค่าสหสัมพันธ์ τ ระหว่างตัวแปรแต่ละคู่ กล่าวคือ τ_{xy} , τ_{yz} และ τ_{zx}
3. แทนค่าสหสัมพันธ์ $\tau_{xy.z}$ ในสูตร

$$\tau_{xy,z} = \frac{\tau_{xy} - \tau_{yz} \cdot \tau_{xz}}{\sqrt{(1 - \tau_{yz}^2)(1 - \tau_{xz}^2)}}$$

บทสรุป

สหสัมพันธ์ซี ใช้กับข้อมูลที่อยู่ในมาตรานามบัญญัติ ส่วนอีก 4 ชนิด ได้แก่ สหสัมพันธ์พี สหสัมพันธ์ลำดับที่แบบสเปียร์แมน สหสัมพันธ์ลำดับที่แบบเคนดอลล์ และสหสัมพันธ์พาเซียล ของอันดับที่ ใช้กับข้อมูลที่อยู่ในมาตราเรียงลำดับ ซึ่งทั้งสี่ชนิดนี้เรียกว่าเป็นสหสัมพันธ์ของอันดับที่

ถ้าตัวแปรเป็นอันดับที่ 2 ชุด ใช้สหสัมพันธ์แบบ r_s หรือ τ ก็ได้ แต่ r_s คำนวณได้ง่ายกว่า และมีความสัมพันธ์โดยตรงกับ W สำหรับ τ นั้น สามารถจะคำนวณหาเฉลี่ยได้โดยทำเป็น $\tau_{xy,z}$ ทั้ง r_s และ τ มีประสิทธิภาพเท่ากัน (91%) ในการตรวจสอบนัยสำคัญของค่าสหสัมพันธ์

สหสัมพันธ์พาเซียล หรือ $\tau_{xy,z}$ นั้น เปรียบได้เช่นเดียวกับสหสัมพันธ์พาเซียลของพาราเมตริก ซึ่งมีจุดมุ่งหมายที่กำจัดอิทธิพลของตัวแปรที่ 3 (Z) ออกไปจากตัวแปร 2 ตัว คือ XY

คำถามทบทวน

1. จงอธิบายวิธีการหาสหสัมพันธ์ซีและสหสัมพันธ์พี พร้อมยกตัวอย่างประกอบ
2. จงเปรียบเทียบขั้นตอนการคำนวณของสหสัมพันธ์ลำดับที่สเปียร์แมนและสหสัมพันธ์เคนดอลล์

แบบฝึกหัดหน่วยที่ 7

1. ในการประกวดกล้วยไม้ครั้งหนึ่งในรอบแรกคณะกรรมการคัดเลือกไว้ 10 กระถาง แล้วให้กรรมการ 2 คน จัดอันดับตามความสวยงามได้ดังต่อไปนี้

กระถางที่	อันดับของกรรมการคนที่ 1	อันดับของกรรมการคนที่ 2
1	1	3
2	2	2
3	3	4
4	4	1
5	5	6
6	6	5
7	7	8
8	8	10
9	9	7

กระถางที่	อันดับของกรรมการคนที่ 1	อันดับของกรรมการคนที่ 2
10	10	9

จงคำนวณหาค่าสหสัมพันธ์ลำดับที่ของสเปียร์แมน พร้อมทั้งแสดงการทดลองสมมติฐาน และอภิปรายว่า การจัดอันดับของกรรมการทั้งสองท่านนี้สอดคล้องกันหรือไม่ ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05

2. ข้อมูลต่อไปนี้ เป็นค่าใช้จ่ายในการโฆษณาและยอดขายรายเดือนของสาขาต่าง ๆ ที่ตั้งอยู่ในจังหวัดต่าง ๆ 5 จังหวัด ซึ่งบริษัทสุ่มมาทำการวิเคราะห์

ค่าโฆษณา (หมื่นบาท)	ยอดขาย (ล้านบาท)
X	Y
2	5
5	6
3	5
6	9
8	10

จงทดสอบว่า ยอดขายมีความสัมพันธ์กับค่าโฆษณาหรือไม่ ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.01

3. ข้อมูลต่อไปนี้ เป็นค่าใช้จ่ายในการโฆษณาและยอดขายรายเดือนของบริษัทต่าง ๆ 10 บริษัทที่สุ่มมาทำการศึกษาว่า ยอดขายของแต่ละบริษัทมีความสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิดกับค่าใช้จ่ายในการโฆษณา เพื่อสนับสนุนความเชื่อดังกล่าว จึงขอให้ท่านดำเนินทดสอบว่า สมมติฐานดังกล่าวเป็นจริงหรือไม่ ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.01

บริษัทที่	ค่าโฆษณา (แสนบาท)	ยอดขายรายเดือน (ล้านบาท)
1	10	23
2	2	7
3	4	15
4	6	17
5	8	23

บริษัทที่	ค่าโฆษณา (แสนบาท)	ยอดขายรายเดือน (ล้านบาท)
6	7	22
7	4	10
8	6	14
9	7	20
10	6	19

4. ในการประกวดกล้วยไม้ครั้งหนึ่งในรอบแรก คณะกรรมการคัดเลือกไว้ 10 กระถาง แล้วให้กรรมการ 2 คน จัดอันดับตามความสวยงาม ได้ดังต่อไปนี้

กระถางที่	อันดับของกรรมการคนที่ 1	อันดับของกรรมการคนที่ 2
1	10	3
2	2	2
3	4	4
4	6	1
5	8	5
6	7	8
7	4	10
8	6	7
9	7	9
10	6	6

จงคำนวณค่าสหสัมพันธ์แบบตำแหน่งของเคนดอลล์ พร้อมทั้งทดสอบความมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05 และอภิปรายว่าการจัดอันดับของกรรมการทั้งสองเท่านี้สอดคล้องกันหรือไม่

5. ในการประกวดวาดภาพของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นครั้งหนึ่ง มีนักเรียนเข้าแข่งขัน 16 คน ผลการให้คะแนนของกรรมการ 2 คน เป็นดังนี้

นักเรียนคนที่	คะแนน	
	กรรมการ ก	กรรมการ ข
1	66	35
2	73	28

นักเรียนคนที่	คะแนน	
	กรรมการ ก	กรรมการ ข
3	67	45
4	61	63
5	68	72
6	74	70
7	55	59
8	71	68
9	56	42
10	65	59
11	51	49
12	49	51
13	42	52
14	69	71
15	50	55
16	44	36

จึงคำนวณหาสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ลำดับที่ของเคนดอลล์ของคะแนนของกรรมการทั้งสองคน และทดสอบความมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

6. ในการพิจารณาความดีความชอบครั้งหนึ่ง ผลการจัดอันดับผลงานของอาจารย์ 8 คน โดยผู้บริหาร 3 คน เป็นดังนี้

ผู้บริหาร	อาจารย์ที่ถูกประเมิน							
	1	2	3	4	5	6	7	8
คนที่ 1	7	5	4	3	2	1	6	8
คนที่ 2	8	4	6	2	1	3	5	7
คนที่ 3	6	4	5	3	1	2	7	8

จึงคำนวณหาสัมประสิทธิ์ความสอดคล้องของเคนดอลล์และทดสอบว่า การจัดลำดับของผู้บริหาร 3 คน นี้มีความสอดคล้องกันหรือไม่ ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.01

7. ผลการจัดอันดับความสำคัญของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น 7 เรื่อง โดยผู้เชี่ยวชาญ 10 คน เป็นดังนี้

ผู้เชี่ยวชาญ	เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น						
	เรื่องที่ 1	เรื่องที่ 2	เรื่องที่ 3	เรื่องที่ 4	เรื่องที่ 5	เรื่องที่ 6	เรื่องที่ 7
1	1	2	3	4	5	6	7
2	1.5	1.5	4	6	7	5	3
3	3	2	1	5	4	7	6
4	5	1	3	3	3	6	7
5	4	3	1	7	6	2	5
6	2	4	3	1	5	6	7
7	1	5	4	3	2	7	6
8	3	4	2	5	1	6.5	6.5
9	1	2	5	6	7	3	4
10	2	3	1	7	6	5	4

จงคำนวณหาสัมประสิทธิ์ความสอดคล้องของเคนดอลล์ และทดสอบว่าการจัดอันดับของผู้เชี่ยวชาญ 10 คน นี้ มีความสอดคล้องกันหรือไม่ ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05

8. ในการศึกษาเกี่ยวกับความสนใจในการเลือกอาชีพของนักเรียนชายและนักเรียนหญิงระดับมัธยมศึกษาตอนปลายแห่งหนึ่ง ปรากฏข้อมูลในตารางข้างล่างนี้ จงหาว่า

- 1) ความสนใจในอาชีพแตกต่างกันในระหว่างเพศหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01
- 2) ค่าสหสัมพันธ์ระหว่างความสนใจในการเลือกอาชีพกับเพศของนักเรียน

อาชีพที่สนใจ	เพศของนักเรียน		รวม
	ชาย	หญิง	
รับราชการ	32	44	76
นักการเมือง	9	5	14
ธุรกิจเอกชน	28	34	62
อาชีพอิสระ	36	25	61
รวม	105	108	213

9. ผู้วิจัยต้องการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสูงกับลักษณะการเป็นผู้นำ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 โดยการศึกษาครั้งนี้ แบ่งคนออกเป็นสองกลุ่มคือ เตี้ย กับ สูง และแบ่งลักษณะการเป็นผู้นำออกเป็นสองลักษณะคือ เป็นผู้นำ กับ เป็นผู้ตาม ข้อมูลที่ศึกษาเป็นดังนี้

ความสูง ลักษณะ	เตี้ย	สูง	รวม
เป็นผู้นำ	12	32	44
เป็นผู้ตาม	22	14	36
รวม	34	46	80

ให้พิจารณา 3 วิธี คือ

(1) การทดสอบค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบพี (ϕ Test) ว่า ความสูงกับลักษณะการเป็นผู้นำจะมีความสัมพันธ์กันหรือไม่

(2) การทดสอบความแตกต่างแบบไคสแควร์ (χ^2 Test for Two Independent Samples) ว่า คนเตี้ยกับคนสูงจะมีลักษณะการเป็นผู้นำแตกต่างกันหรือไม่

(3) การทดสอบความแตกต่างของฟิชเชอร์ (Fisher Exact Probability Test) ว่า คนเตี้ยกับคนสูงจะมีลักษณะการเป็นผู้นำแตกต่างกันหรือไม่

10. ในการสอบวิชาภาษาไทย มีผู้เข้าสอบ 30 คน เป็นนักเรียนชาย 16 คน หญิง 14 คน ผลการสอบปรากฏว่า นักเรียนชายสอบผ่าน 7 คน นักเรียนหญิงสอบผ่าน 8 คน จงหาความสัมพันธ์ระหว่างผลสอบและเพศของนักเรียน ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.01

11. ครูคนหนึ่งได้สังเกตความตั้งใจเรียนของนักเรียน 8 คน โดยให้เป็นอันดับที่จากตั้งใจสูงสุดเป็นที่ 1 เพื่อต้องการจะตรวจสอบดูความตั้งใจเรียนมีความสัมพันธ์กับลายมือของนักเรียนหรือไม่ คณะนลายมือได้มาจากการให้อันดับที่ของความสามารถสวยงามและความเรียบร้อยของการบ้านที่ส่ง ข้อมูลปรากฏดังนี้

นักเรียน อันดับที่ของ	1	2	3	4	5	6	7	8
ลายมือ	2	7	1	6	8	3	5	4
ตั้งใจเรียน	8	2	3	1	5	7	4	6

จงตรวจสอบว่า ลายมือและการตั้งใจเรียนมีความสัมพันธ์กันหรือไม่

12. จงเปรียบเทียบค่าสหสัมพันธ์แบบพาราเมตริกและนอนพาราเมตริก (สหสัมพันธ์ของอันดับที่) ของข้อมูลต่อไปนี้ว่า สามารถสรุปผลได้เหมือนกันหรือไม่ (ให้พิจารณาว่ามีค่าสัมประสิทธิ์เท่าไร และมีนัยสำคัญทางสถิติหรือไม่)

คะแนน นักเรียนคนที่	คณิตศาสตร์	วิทยาศาสตร์
1	50	60
2	26	40
3	35	45
4	76	50
5	38	56
6	42	42
7	39	41
8	55	43
9	47	37
10	62	58
11	56	48
12	46	39
13	33	31
14	68	46

13. ในการรับสมัครงานแห่งหนึ่ง มีคนสมัคร 6 คน บริษัทตั้งคณะกรรมการ 4 คน เป็นผู้ตรวจสอบคุณสมบัติและสัมภาษณ์บุคคลทั้ง 6 คน ผลการจัดอันดับปรากฏดังตารางข้างล่างนี้

ผู้สมัคร กรรมการ	1	2	3	4	5	6
1	2.5	2.5	1	5	5	5
2	1	4	2.5	2.5	5	6
3	1.5	1.5	4	4	4	6
4	1	2	3.5	3.5	5	6

จึงพิจารณาว่า กรรมการทั้ง 4 มีความเห็นสอดคล้องกันหรือไม่ และถ้ามีตำแหน่งว่างเพียงตำแหน่งเดียว จะมีผู้สมัครคนใดควรจะได้รับพิจารณาเข้าทำงานหรือไม่

เอกสารอ้างอิง

ทวี รื่นจินดา. (2524). สถิติไร้พารามิเตอร์. กรุงเทพฯ: O.S. PRINTING HOUSE CO. LTD.

บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์. (2543). สถิติวิเคราะห์เพื่อการวิจัย. กรุงเทพฯ: เรือนแก้ว.

วิสาข์ เกษประทุม. (2545). สถิตินอนพารามิเตอร์. กรุงเทพฯ: พ.ศ. พัฒนา.

วัฒนา สุนทรชัย. (2543). เรียนสถิติด้วย SPSS ภาคสถิติไม่อิงพารามิเตอร์. กรุงเทพฯ: วิทยพัฒน์.

ส. วาสนา ประवालพฤษ. (2526). เอกสารประกอบการสอนวิชา 217 713 สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์. ขอนแก่น: สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

อุมาพร จันทศร. (2542). สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ฟิลิกส์เซ็นเตอร์.

Daniel, Weyne W. (1990). *Applied Nonparametric Statistics*. 2nd ed. PWS-KENT Publishing Company.

Devore, Jay L. (1995). *Probability and Statistics for Engineering and the Sciences*. 4th ed. Tokyo: Thomson.

Siegel, Sidney and Castellan, N. John Jr. (1988). *Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences*. 2nd ed. New York: McGraw-Hill Inc.

<http://www.coursewares.mju.ac.th>

<http://www.kku.ac.th/~nikom/>

<http://www.health.nu.ac.th/stat32/index1.htm>

แผนบริหารการสอนหน่วยที่ 8

การประยุกต์ใช้สถิตินอนพาราเมตริก

เวลาสอน 8 ชั่วโมง

จุดมุ่งหมายรายวิชา

ข้อ 8 เพื่อให้สามารถนำสถิตินอนพาราเมตริกไปประยุกต์ใช้ในงานวิจัยทางการศึกษาได้
คุณลักษณะที่พึงประสงค์
ใฝ่รู้ มีทักษะการทำงานร่วมกัน

วัตถุประสงค์

เพื่อให้ผู้เรียนสามารถ

1. ใช้โปรแกรม SPSS FOR WINDOWS ในการวิเคราะห์ข้อมูล สำหรับการทดสอบแบบนอนพาราเมตริกบางชนิดได้ถูกต้อง

2. แปลผลและสรุปผลลัพธ์ (Output) ที่ได้จากการใช้โปรแกรม SPSS FOR WINDOWS โดยใช้การทดสอบแบบนอนพาราเมตริกบางชนิดได้ถูกต้อง

เนื้อหา

8.1 ตัวอย่างผลงานวิจัยทางการศึกษา

8.2 การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรม SPSS FOR WINDOWS

กิจกรรมการเรียนการสอน

ชั้นนำ

1. สะท้อนผลการทำแบบฝึกหัดหน่วยที่ 7

2. ชี้แจงวัตถุประสงค์ และเนื้อหาหน่วยที่ 8

ขั้นสอน (ตามลำดับเนื้อหา ๆ ละ 4 ชั่วโมง)

1. บรรยายเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้สถิตินอนพาราเมตริกในงานวิจัยทางการศึกษาและการใช้โปรแกรม SPSS FOR WINDOWS ในการวิเคราะห์ข้อมูลสำหรับการทดสอบแบบนอนพาราเมตริก ประกอบเพาเวอร์พอยท์และเอกสารประกอบการสอน

2. แบ่งกลุ่มศึกษาวิเคราะห์กรณีตัวอย่างงานวิจัยที่ใช้การทดสอบแบบนอนพาราเมตริก กลุ่มละ 1 เรื่อง

3. แบ่งกลุ่มศึกษาและฝึกปฏิบัติการใช้โปรแกรม SPSS FOR WINDOWS ในการวิเคราะห์ข้อมูลสำหรับการทดสอบแบบนอนพาราเมตริก กลุ่มละ 1 เรื่อง

4. นำเสนอผลการวิเคราะห์กรณีตัวอย่างงานวิจัยและผลการฝึกปฏิบัติการใช้โปรแกรม SPSS FOR WINDOWS ในการวิเคราะห์ข้อมูล อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

ขั้นสรุป

1. ร่วมพิจารณาข้อผิดพลาดในการใช้โปรแกรม SPSS FOR WINDOWS ในการวิเคราะห์ข้อมูลสำหรับการทดสอบแบบนอนพาราเมตริก

2. ร่วมตอบคำถามทบทวนท้ายหน่วยที่ 8

3. ให้ทำแบบฝึกหัดหน่วยที่ 8 จำนวน 1 ข้อ เป็นรายบุคคล

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบสอนหน่วยที่ 8

2. เพาเวอร์พอยท์ประกอบการบรรยายหน่วยที่ 8

3. อินเทอร์เน็ตเพื่อการสืบค้น

การวัดและประเมินผล

1. สังเกตพฤติกรรมใฝ่รู้ และการทำงานร่วมกัน

2. ตรวจแบบฝึกหัด

หน่วยที่ 8

การประยุกต์ใช้สถิตินอนพาราเมตริก

8.1 ตัวอย่างผลงานวิจัยทางการศึกษา

8.1.1 กรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่สัมพันธ์กัน

งานวิจัยที่ใช้การทดสอบวิลคอกซอน

ความเป็นมา

การเปลี่ยนแปลงสังคม เศรษฐกิจ และการเมืองของประเทศไทยเกิดขึ้นอย่างรวดเร็วและเห็นได้ชัดเจน ส่งผลกระทบต่อการเปลี่ยนในด้านความคิดเห็น ความเชื่อ ค่านิยม และการพัฒนาจิตใจของมนุษย์ รวมถึงผลกระทบต่อสภาพแวดล้อมตามธรรมชาติด้วย เพราะมนุษย์ไม่รู้จักใช้และอนุรักษ์ทรัพยากรธรรมชาติอย่างเหมาะสม จึงทำให้เกิดภาวะมลพิษ และเสียสมดุลในธรรมชาติ (สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ, 2534 : 172) ซึ่งจะทำให้สังคมนั้น ๆ ตกอยู่ในภาวะสับสน สมาชิกในสังคมขาดความมีวินัยในตนเอง ปราศจากจิตสำนึกที่จะรับผิดชอบสังคมร่วมกัน ต่างมุ่งหวังแย่งชิงผลประโยชน์เข้าสู่ตนโดยไม่มีขอบเขตจำกัด และท้ายที่สุดอาจนำไปสู่ความล่มสลายของสังคมนั้น ๆ หากไม่ได้รับการแก้ไขอย่างจริงจัง (สำนักงานคณะกรรมการวัฒนธรรมแห่งชาติ, 2537 : 7) วินัยเป็นคุณลักษณะที่บ่งบอกถึงความเป็นระเบียบและมีแบบแผนของคน อันเป็นคุณลักษณะที่ก่อให้เกิดความเรียบร้อยดีงามของแต่ละสังคม (สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ, 2528 : 20) ดังนั้นการอบรมปลูกฝังให้เด็กและเยาวชนของชาติมีวินัย รู้จักกับการเคารพสิทธิและหน้าที่ มีความรับผิดชอบเป็นสิ่งที่พึงกระทำอย่างยิ่งเป็นอันดับแรก (นิภา, 2523 : 48) ซึ่งพระธรรมปิฎก (ประยุทธ์ ปยุตโต, 2537 : 15) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความถึงพร้อมด้วยศีลหรือความมีวินัย ซึ่งเป็นปัจจัยของแสงเงินแสงทองของชีวิตที่ดีงามหรือรุ่งอรุณของการศึกษา 7 ประการ ได้แก่ 1) กัลยาณมิตตา ความมีกับกัลยาณมิตร คือมีผู้แนะนำสั่งสอนที่ปรักษา รู้จักเลือกคบหาเพื่อและบุคคลที่ดี หรือรู้จักเลือกเสวนากับบุคคลที่มีปัญญามีความสามารถ ซึ่งจะช่วยสนับสนุน ชี้ช่องทาง ชักจูงและเป็นแบบอย่างตลอดจนเป็นเครื่องอุดหนุนเกื้อกูลแก่กันและกันให้ดำเนินก้าวหน้าไปด้วยดีในการศึกษาอบรม การครองชีวิตและการประกอบกิจการ 2) ศีลสัมปทา ความถึงพร้อมด้วยศีล มีวินัย มีความเป็นระเบียบในชีวิตของตน และในการอยู่ร่วมกันในสังคม 3) จันทสัมปทา ความถึงพร้อมด้วยจันทะ มีแรงใจที่ถูกต้อง คือ ความพอใจ ใฝ่รักในปัญญา ในสัจธรรม และในจริยธรรม ใฝ่รู้ในความจริง และใฝ่ที่จะทำความดีงามทุกอย่าง 4) อตตสัมปทา ความถึงพร้อมด้วยการที่จะฝึกฝนพัฒนาตนเอง เห็นความสำคัญของการที่จะต้องฝึกฝนว่า ชีวิตของเรานี้จะดีงามได้จะต้องมีการฝึก 5) ทิฏฐิสัมปทา ความถึงพร้อมด้วยทิฐิ ยึดถือเชื่อถือในหลักการและมีความเห็นความเข้าใจพื้นฐานที่มองสิ่งทั้งหลายตามเหตุปัจจัย 6) อัปปมาทสัมปทา ความถึงพร้อมด้วยความไม่ประมาท คือความเป็นอยู่อย่างไม่ขาดสติ หรือความเพียรที่มีสติเป็นเครื่องเร่งรัดในการที่จะค้นหาให้เข้าถึง

ความจริง ควบคุมความประพฤติปฏิบัติและการกระทำทุกอย่าง ไม่ยอมถลำลงไปในทางเสื่อมแต่ ไม่ยอมพลาดโอกาสในการที่จะทำชีวิตที่ดีงามให้สำเร็จ 7) โยนิโสมนสิการสัมปทา ความถึงพร้อม ด้วยการรู้จักคิด รู้จักพิจารณา คิดเป็นมองสิ่งทั้งหลายด้วยความคิดพิจารณาสืบสาวหาเหตุผลจนตลอดสายด้วยปัญญาอย่างเป็นระเบียบ และเป็นไปตามสภาวะและตามความสัมพันธ์แห่งเหตุปัจจัย มองสิ่งทั้งหลายให้ได้ความรู้และได้ประโยชน์ที่จะเอามาใช้พัฒนาตนเองยิ่ง ๆ ขึ้นไป

การสร้างคนให้เป็นพลเมืองดีมีคุณภาพดำรงชีวิตอยู่ร่วมกันในสังคมอย่างมีความสุขและช่วยพัฒนาประเทศชาติให้เจริญก้าวหน้าได้นั้น จำเป็นต้องมีการปลูกฝังวินัยมาตั้งแต่วัยเด็ก ดังพระบรมราโชวาทบางตอนของพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัวภูมิพลอดุลยเดช ที่ได้พระราชทานเนื่องในวันเด็กแห่งชาติ ปี พ.ศ. 2516 และ ปี พ.ศ. 2523 ว่า “วัยเด็กเป็นเวลาสำคัญที่จะชวนหาความรู้ ความดีฝึกหัดตัดกายใจให้มีวินัยและมีความสุจริต สำหรับนำพาชีวิตให้ก้าวไปสู่ความสำเร็จตามที่พอใจปรารถนา” (คณะกรรมการจัดงานฉลองวันเด็กแห่งชาติ ประจำปี 2516, 2516 : 17) “เด็กต้องเรียนรู้ อบรมความดี ฝึกหัดวินัยให้มีความพร้อมแต่เยาว์วัย จึงมีความสุขความเจริญได้ทั้งในวันนี้และวันข้างหน้า” (คณะกรรมการจัดงานฉลองวันเด็กแห่งชาติ ประจำปี 2523, 2523 : 9) โรงเรียนนับว่ามีบทบาทสำคัญในการเสริมสร้างวินัยให้แก่เยาวชนของชาติ และได้รับการคาดหวังจากบุคคลหลายฝ่ายว่าโรงเรียนไม่เพียงมีบทบาทในการสร้างเสริมวิชาความรู้ให้แก่เด็กและเยาวชนเท่านั้น แต่จะต้องมุ่งพัฒนาเยาวชนให้เป็นผู้ที่มีวินัยอันดีงามตามอุดมการณ์ของชาติ เพื่อเติบโตเป็นพลเมืองที่ดีและเป็นกำลังสำคัญที่มีคุณภาพของชาติต่อไป ซึ่งในปัจจุบันนี้ครูและผู้บริหารโรงเรียนส่วนใหญ่มักประสบปัญหาหนักใจเกี่ยวกับพฤติกรรมนักเรียนที่ไม่มีวินัยในชั้นเรียน ซึ่งนับว่าเป็นพฤติกรรมที่เป็นปัญหารบกวนกิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้ไม่สามารถดำเนินไปในทิศทางที่พึงประสงค์ได้ ดังจะเห็นได้จากงานวิจัยของพัฒนา สุธุสนธิ์ (2526 : 78) ที่ศึกษาพบว่าการกระทำผิดวินัยของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เรียงลำดับจากมากไปหาน้อย 5 อันดับ คือ การพูดจาหยาบค้าย การแสดงกิริยามารยาทไม่สุภาพกับเพื่อน ทำงานเสร็จไม่ทันเวลา ล้อเลียนหรือแกล้งเพื่อน คุยหรือเล่นเสียงดังในห้องเรียน ดังนั้นการเสริมสร้างวินัยในชั้นเรียนจึงเป็นเรื่องที่จำเป็นอย่างยิ่งและมีความสำคัญยิ่ง เพราะเมื่อเด็กได้รับการฝึกฝนให้มีวินัยในชั้นเรียนแล้วก็จะส่งผลให้บรรยากาศการศึกษาและการเรียนรู้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น นอกจากนี้การส่งเสริมให้นักเรียนมีพฤติกรรมมีวินัยในชั้นเรียนยังช่วยให้บรรลุเป้าหมายของการจัดการศึกษาด้วย และจุดมุ่งหมายของการจัดการศึกษาในระดับมัธยมศึกษาชั้นนั้นนอกจากจะมุ่งฝึกให้นักเรียนมีความรู้ความสามารถในด้านวิชาสามัญและวิชาชีพบางประการแล้ว การมุ่งปลูกฝังให้เยาวชนในระดับนี้มีความประพฤติดี มีวินัยก็เป็นจุดมุ่งหมายที่สำคัญประการหนึ่งที่เป็นบทบาทหน้าที่ของโรงเรียนมัธยมศึกษา ในปัจจุบันจึงไม่เพียงแต่ปรับปรุงการเรียนการสอนให้นักเรียนได้มีความรู้และพัฒนาความสามารถของนักเรียนให้บรรลุตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้แต่เพียงอย่างเดียวเท่านั้น ปัญหาด้านพฤติกรรมของนักเรียนเป็นอุปสรรคต่อการเรียนการสอนและการเรียนรู้ หากมิได้หาทางป้องกันและแก้ไขให้เหมาะสมย่อมเป็นปัญหาต่อสังคมต่อไป ซึ่งบทบาทหนึ่งของครูใน

ฐานะผู้มีความรู้ทางจิตวิทยาการศึกษาที่น่าจะเพิ่มขึ้น คือ บทบาทในการจัดโปรแกรมอบรมเฉพาะ เพื่อแก้ปัญหาพฤติกรรมต่าง ๆ ผู้วิจัยจึงได้พัฒนาโปรแกรมการปรับพฤติกรรมทางปัญญาซึ่งเป็นโปรแกรมเฉพาะเพื่อเสริมสร้างวินัยในชั้นเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา

แนวคิดทฤษฎี

- 1) เอกสารเกี่ยวกับวินัยในชั้นเรียน
- 2) แนวคิดเกี่ยวกับการปรับพฤติกรรมทางปัญญา

วัตถุประสงค์

- 1) เพื่อศึกษาผลของโปรแกรมปรับพฤติกรรมทางปัญญาเพื่อเสริมสร้างวินัยในชั้นเรียน โดยการสังเกตพฤติกรรมตรง
- 2) เพื่อศึกษาผลของโปรแกรมการปรับพฤติกรรมทางปัญญาเพื่อเสริมสร้างวินัยในชั้นเรียนโดยเปรียบเทียบคะแนนพฤติกรรมมีวินัยในชั้นเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองก่อนและหลังเข้าร่วมโปรแกรม
- 3) เพื่อศึกษาผลของโปรแกรมการปรับพฤติกรรมทางปัญญาเพื่อเสริมสร้างวินัยในชั้นเรียนโดยเปรียบเทียบคะแนนพฤติกรรมมีวินัยในชั้นเรียน ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมหลังการทดลอง

สมมติฐานการวิจัย

- 1) นักเรียนกลุ่มทดลองมีพฤติกรรมมีวินัยในชั้นเรียนหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.05
- 2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีพฤติกรรมมีวินัยในชั้นเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมหลังการทดลองที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.05

ระเบียบวิธีวิจัย

เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2542 ของโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ที่มีพฤติกรรมมีวินัยในชั้นเรียนน้อย

กลุ่มตัวอย่างในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2542 ของโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ที่มีพฤติกรรมมีวินัยในชั้นเรียนน้อย จำนวน 16 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 8 คน โดยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยวิธีสุ่มอย่างง่ายมาจำนวน 2 ห้อง จากจำนวน 3 ห้องเรียน ได้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/1 และ 2/2

ตัวแปรที่ศึกษา

พฤติกรรมมีวินัยในชั้นเรียน

นิยามศัพท์

1) พฤติกรรมในชั้นเรียน หมายถึง พฤติกรรมที่แสดงออกตามระเบียบวินัยของชั้นเรียน ซึ่งนักเรียนได้ให้ข้อตกลงร่วมกันและยอมรับ โดยเป็นพฤติกรรมมีวินัยในชั้นเรียนขณะที่อาจารย์สอนให้งานทำ ดังนี้

ไม่แหย่หรือแกล้งเพื่อน คือ ไม่กระทำการใด ๆ ให้เป็นที่รบกวนเพื่อน และเพื่อนไม่ยินดีในการกระทำนั้น ๆ ด้วยการใช้อวัยวะส่วนต่าง ๆ ของร่างกายหรือวัตถุสิ่งของ

ไม่พูดคุยกัน คือ ไม่พูดหรือหัวเราะกับเพื่อนในกรณีที่ไม่เกี่ยวกับวิชาที่เรียน

ไม่ส่งเสียงดัง คือ ไม่กระทำการใด ๆ ที่ก่อให้เกิดเสียงดังรบกวนผู้อื่นในชั้นเรียน ด้วยการใช้อวัยวะส่วนต่าง ๆ ของร่างกายหรือวัตถุสิ่งของ

ไม่หยอกล้อเล่นกัน คือ ไม่กระทำการใด ๆ ที่เป็นการหยอกล้อเล่นกันและแสดงให้เห็นว่าไม่สนใจการเรียนการสอนของอาจารย์ ด้วยการใช้อวัยวะส่วนต่าง ๆ ของร่างกาย หรือวัตถุสิ่งของ และการที่ไม่นำวัตถุสิ่งของมาเล่น

ไม่กระทำกิจกรรมอื่นที่ไม่เกี่ยวข้องกับวิชาที่เรียน คือ ไม่นำงานวิชาอื่นขึ้นมาทำ ไม่อ่านหนังสือที่ไม่เกี่ยวข้องกับวิชาที่กำลังเรียนอยู่ และไม่นอนหลับหรือนั่งเหม่อลอย ไม่พูดแทรกหรือล้อเลียนอาจารย์ คือ ไม่พูดแทรกอาจารย์ก่อนได้รับอนุญาต และไม่กระทำการใด ๆ ที่เป็นการล้อเลียนหรือแกล้งอาจารย์

ตั้งใจเรียน คือ ให้ความสนใจการสอนของอาจารย์ โดยการฟัง ตอบคำถาม หรือซักถามข้อสงสัยเมื่อมีอาจารย์อนุญาต หรือจดบันทึกในเรื่องที่อาจารย์สอน

2) นักเรียน หมายถึง ผู้ที่เรียนอยู่ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2542 ของโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา มีพฤติกรรมการมีวินัยในชั้นเรียนน้อย เสริมสร้างวินัยในชั้นเรียน หมายถึง การพัฒนาให้พฤติกรรมมีวินัยในชั้นเรียนเพิ่มมากขึ้นหรือสูงขึ้น

3) การปรับพฤติกรรมทางปัญญา หมายถึง กระบวนการฝึกกระบวนการทางปัญญา โดยใช้หลักการเปลี่ยนแปลงทางปัญญา (ตัวแปรภายใน) และใช้หลักจิตวิทยาการทดลองมาผสมผสานกัน เพื่อที่จะให้เกิดการเปลี่ยนพฤติกรรม รวมทั้งเสริมสร้างพฤติกรรมที่ถึงประสงค์

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- 1) โปรแกรมปรับพฤติกรรมทางปัญญา
- 2) แบบประเมินพฤติกรรมมีวินัยในชั้นเรียน
- 3) แบบสอบถามพฤติกรรมมีวินัยในชั้นเรียน
- 4) แบบบันทึกสังเกตพฤติกรรมมีวินัยในชั้นเรียน
- 5) แถบบันทึกเสียงสัญญาณการสังเกตและบันทึกพฤติกรรม

6) แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการเข้าร่วมโปรแกรม

วิธีการรวบรวมข้อมูล

สอบถามความคิดเห็นของนักเรียน โดยใช้แบบสอบถาม

การวิเคราะห์ข้อมูล

1) คำนวณค่าเฉลี่ยและเบี่ยงเบนมาตรฐานจากการสังเกตพฤติกรรมมีวินัยในชั้นเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้จากการสังเกตในระยะเส้นฐานระยะทดลองและระยะติดตามผล

2) คำนวณค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบสอบถามพฤติกรรมมีวินัยในชั้นเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุม ก่อนการทดลอง หลังการทดลอง และหลังการติดตามผล

3) เปรียบเทียบคะแนนจากแบบสอบถามพฤติกรรมมีวินัยในชั้นเรียนระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม ก่อนการทดลอง หลังการทดลอง และหลังการติดตามผล โดยใช้สถิตินอนพาราเมตริก คือ The Wilcoxon Matched Pairs Signed-Ranks Test

4) เปรียบเทียบคะแนนจากแบบสอบถามพฤติกรรมมีวินัยในชั้นเรียน ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับนักเรียนกลุ่มควบคุม ก่อนการทดลอง หลังการทดลอง และหลังการติดตามผล โดยใช้สถิตินอนพาราเมตริก คือ The Wilcoxon Matched Pairs Signed-Ranks Test

สรุปผลวิจัย

ผลการวิจัยพบว่า

(1) นักเรียนกลุ่มทดลองมีพฤติกรรมมีวินัยในชั้นเรียนหลังการทดลองสูงกว่าก่อนทดลองที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.05

(2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีพฤติกรรมมีวินัยในชั้นเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมหลังการทดลองที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.05

(3) นักเรียนที่เข้าร่วมโปรแกรมการปรับพฤติกรรมทางปัญญามีความเห็นว่าโปรแกรมดังกล่าวเป็นโปรแกรมที่ดีมีประโยชน์หลายประการที่นำไปสู่การพัฒนาตนเองให้มีพฤติกรรมมีวินัยในชั้นเรียนมากขึ้น และสามารถนำความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน ตลอดจนรู้จักปรับตัวในการอยู่ร่วมกับเพื่อน ๆ และผู้อื่นได้

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1) โปรแกรมการปรับพฤติกรรมทางปัญญาสามารถเสริมสร้างวินัยได้เป็นอย่างดีควรนำไปใช้ส่งเสริมพฤติกรรมมีวินัยในชั้นเรียนของนักเรียนในรายวิชาอื่นด้วย ทั้งนี้เนื่องจากเป็นโปรแกรมที่ผู้ได้รับการฝึกเป็นผู้เริ่มต้นพัฒนาด้วยตนเอง โดยไม่ต้องรอโอกาสหรือจังหวะจากปัจจัยภายนอกมากระตุ้นให้แสดงพฤติกรรมที่พึงประสงค์

2) ครูแนะแนวหรือบุคลากรที่เกี่ยวข้องสามารถนำโปรแกรมการปรับพฤติกรรมทางปัญญาไปศึกษาเพื่อเป็นแนวทางในการจัดสร้างโปรแกรมต่อไป

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1) ควรนำไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีพฤติกรรมมีวินัยในชั้นเรียนที่ต่ำมาก ๆ เพื่อศึกษาถึงประสิทธิภาพของโปรแกรมการปรับพฤติกรรมทางปัญญา

2) โปรแกรมการปรับพฤติกรรมทางปัญญาควรมีการศึกษาความคงทนของการเกิดพฤติกรรม หรือเพิ่มระยะติดตามผลมากกว่า 1 ระยะ เพื่อศึกษาถึงผลการใช้โปรแกรมการปรับพฤติกรรมทางปัญญามีความคงทนยาวนานระดับใด หรือคงทนมากกว่าการใช้โปรแกรมอื่น ๆ หรือไม่

3) การวิจัยเกี่ยวกับการใช้โปรแกรมการปรับพฤติกรรมทางปัญญาอาจใช้เทคนิควิธีการปรับพฤติกรรมอื่น ๆ มาบูรณาการใช้ร่วมกันหรือเปรียบเทียบกัน เช่น การให้ข้อมูลย้อนกลับ การเสริมแรง เป็นต้น

ที่มา: <http://www.thaiedresearch.org/result/result.php?id=5143>

8.1.2 กรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่ไม่สัมพันธ์กัน

งานวิจัยที่ใช้การทดสอบแมน-วิทนี

Title	รายงานการวิจัยเรื่องผลของการเรียนรู้แบบร่วมมือต่อการพัฒนารูปแบบการคิดของนักศึกษา ชั้นปีที่ 1 สถาบันราชภัฏสวนสุนันทา
Title	The effect of paired-cooperative ;earning on first year undergraduate
Alternative	Students' cognitive style, Rajabhat Institute Suan Sunundha
Creator	Name: เอมอร กฤษณะรังสรรค์ Address: กรุงเทพมหานคร Organization : มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา คณะวิทยาการจัดการ
Creator	Name: สุภัททา ปิณฑะแพทย์ Address: กรุงเทพมหานคร Organization : มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา คณะวิทยาการจัดการ
Subject	Keyword: ความคิดและการคิด ThaSH: การเรียนรู้ ; การจัดการ Classification: DDC: 153
Publisher	มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา Address: กรุงเทพมหานคร Email: libraryssruacth@gmail.com
Contributor	Name: มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

Role: ผู้ให้ทุนสนับสนุนงานวิจัย

Date Created: 2007-09-26

Modified: 2007-09-26

Description Abstract:

การวิจัยนี้ จุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาผลของการเรียนรู้แบบร่วมมือต่อการพัฒนารูปแบบการคิดของนักศึกษา ชั้นปีที่ 1 สถาบันราชภัฏสวนสุนันทา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาปริญญาตรี ชั้นปีที่ 1 หลักสูตร 4 ปี สถาบันราชภัฏสวนสุนันทา ปีการศึกษา 2543 จำนวนกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด 65 คน แบ่งออกเป็นกลุ่มทดลอง 47 คน และกลุ่มควบคุม 18 คน การทดลองดำเนินในสภาพการณ์เรียนการสอน กลุ่มตัวอย่างทั้งหมดได้รับการทดสอบรูปแบบการคิด โดยใช้แบบทดสอบเดอะกรุป เอ็มเบ็ดเดด ฟิกเกอร์ เทสต์ (The Group Embedded Figures Test : GEFT) ในการจำแนกนักศึกษาเป็นผู้ที่มีรูปแบบการคิดแบบอิสระและผู้ที่มีรูปแบบการคิดแบบพึ่งพา และจัดกลุ่มตัวอย่างโดยกลุ่มทดลองเป็นกลุ่มผู้ที่มีรูปแบบการคิดแบบพึ่งพาคู่กับผู้ที่มีรูปแบบการคิดแบบพึ่ง การเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งสองกลุ่มแบ่งออกเป็น 2 ระยะ คือ การทดสอบก่อนการทดลองและหลังการทดลอง ข้อมูลที่ได้นำมาทดสอบด้วยสถิตินอนพาราเมตริก (Non-parametric) แบบแมน-วิทนี (Mann-Whitney U Test)

ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยของรูปแบบการคิดสูงกว่ากลุ่มควบคุมหลังการทดลองอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

8.1.3 กรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มและมากกว่าสองกลุ่มที่ไม่สัมพันธ์กัน

งานวิจัยที่ใช้การทดสอบแมน-วิทนี และการทดสอบครัสคัล-วอลลิส

Title: การเปรียบเทียบประสิทธิผลการให้ทันตสุขศึกษาวิธีสอนตัวต่อตัวและการเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยใช้สื่อวีดิทัศน์แก่ผู้ปกครองเด็กดาวน์ซินโดรมช่วงก่อนวัยเรียน

Other Titles: The comparison of the efficacy of oral hygiene instruction between chairside and video instruction to the parents of the preschool Down's syndrome children

Authors: วัลลภวิษฐ์ วิสุทธิศักดิ์

Advisor: บุษยรัตน์ สันติวงศ์

Advisor's Email: Busayarat.L@chula.ac.th

Subjects: กลุ่มอาการดาวน์ พันธุในเด็ก โรคปริทันต์ ทันตสุขศึกษา

Issue Date: 2545

Publisher: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Abstract:

เปรียบเทียบประสิทธิผลของรูปแบบการให้ทันตสุขศึกษา ด้วยวิธีการที่ต่างกันแก่ผู้ปกครองของเด็กดาวน์ซินโดรมช่วงก่อนวัยเรียนที่พาเด็กมารับบริการ ในแผนกกระตุ้นพัฒนาการในโรงพยาบาลของคณะแพทยศาสตร์ 3 แห่งในเขตกรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างทั้งหมดจำนวน 73 รายถูกจัดเข้าสู่กลุ่มศึกษา 3 กลุ่มคือ กลุ่มควบคุม กลุ่มที่ได้รับทันตสุขศึกษาแบบสอนตัวต่อตัวโดยทันตบุคลากร และกลุ่มที่ได้รับทันตสุขศึกษาแบบวิธีการเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยการที่ผู้ปกครองศึกษาจากสื่อการสอนแบบสื่อวีดิทัศน์ ประเมินประสิทธิภาพการแปร่งฟันของผู้ปกครองที่ผิวฟันเด็ก โดยวัดค่าดัชนีคราบลูนิทรีพื้นฐาน (PI1) ค่าดัชนีคราบลูนิทรีจากการแปร่งแบบเดิม (PI2) และค่าดัชนีคราบลูนิทรีหลังให้ทันตสุขศึกษา (PI3) เพื่อดูผลต่างค่าดัชนีคราบลูนิทรี (ΔPI) และประเมินความรู้ของผู้ปกครองจากค่าคะแนนความรู้ก่อนและหลังให้ทันตสุขศึกษา วิเคราะห์ความแตกต่างของประสิทธิผลการให้ทันตสุขศึกษาในทันที ด้วยสถิตินอนพาราเมตริกชนิดครุสคัล-วัลลิส ระหว่างกลุ่มศึกษา 3 กลุ่ม และสถิตินอนพาราเมตริกชนิดแมนนิตนีย์ ยู ระหว่างคู่กลุ่มศึกษาที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.05

ผลการศึกษาพบว่า ดัชนีคราบลูนิทรีพื้นฐาน (PI1) ก่อนเริ่มการศึกษาในกลุ่มศึกษาทั้ง 3 กลุ่มนั้นไม่แตกต่างกัน แสดงว่าแต่ละกลุ่มศึกษามีการกระจายลักษณะของประชากรที่ใกล้เคียงกัน ภายหลังให้ทันตสุขศึกษาพบผลต่างค่าดัชนีคราบลูนิทรี (ΔPI) และค่าคะแนนความรู้จากช่วงก่อนและหลังการให้ทันตสุขศึกษาระหว่างกลุ่มศึกษา 3 กลุ่มนั้นแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ โดยผลการเปรียบเทียบพบความแตกต่างระหว่างกลุ่มควบคุม และกลุ่มที่ได้รับทันตสุขศึกษาแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ แต่เมื่อเปรียบเทียบในระหว่างกลุ่มที่ได้รับทันตสุขศึกษา 2 กลุ่มนั้น พบว่ามีค่าแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญ แสดงให้เห็นว่าการให้ทันตสุขศึกษาแก่ผู้ปกครอง วิธีการเรียนรู้ด้วยตนเองโดยการที่ผู้ปกครองศึกษาจากสื่อการสอนแบบสื่อวีดิทัศน์นั้น น่าจะมีผลทำให้เกิดการพัฒนาทั้งความสามารถในการแปร่งฟัน และความรู้ของผู้ปกครองได้ไม่ต่างจาก การให้ทันตสุขศึกษาแบบสอนตัวต่อตัวโดยทันตบุคลากร

8.2 การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรม SPSS FOR WINDOWS

8.2.1 กรณีกลุ่มตัวอย่างหนึ่งกลุ่ม

การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟ

การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรโนฟสำหรับตัวอย่างหนึ่งกลุ่ม (Kolmogorov-Smirnov One-Sample Test) เป็นการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบข้อมูลที่ได้จากตัวอย่างว่า มีลักษณะของการแจกแจงเป็นไปตามทฤษฎีหรือไม่ หรือทดสอบรูปลักษณะของการแจกแจงตามตัวอย่าง ซึ่งนิยมใช้ในการทดสอบข้อมูลว่ามีการแจกแจงแบบปกติ (Normality) หรือไม่

ตัวอย่างที่ 8.1 จากการสุ่มผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นพื้นฐานของนักศึกษาที่ลงทะเบียนเรียนจำนวน 120 คน ปรากฏว่าได้เกรด A, B, C, D และ F จำนวน 6, 8, 55, 35 และ 6 คน

ตามลำดับ จงทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ว่า การแจกแจงของเกรดวิชาคณิตศาสตร์ชั้นพื้นฐานเป็นแบบปกติหรือไม่

วิธีทำ สมมติฐาน H_0 : การแจกแจงของเกรดวิชาคณิตศาสตร์ชั้นพื้นฐานเป็นแบบปกติ
 H_1 : การแจกแจงของเกรดวิชาคณิตศาสตร์ชั้นพื้นฐานไม่เป็นแบบปกติ

ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

การคำนวณค่าสถิติ

ข้อมูลมีตัวแปร 1 ตัว คือ เกรดของนักศึกษา และตัวแปรเกรดมีระดับการวัดค่าอยู่ในมาตราเรียงอันดับ จึงสามารถใช้การทดสอบไคโมโกรอฟ-สมิรโนฟได้

โปรแกรม

ให้ GARDE = ตัวแปรเกรด FREQ = จำนวนแต่ละเกรด

DATA LIST FREE /GRADE FREQ.	...	1
WEIGHT BY FREQ	...	2
BEGIN DATA	...	3
4 6		
3 18		
2 55		
1 35		
0 6		
END DATA.		
NPAR TEST /K-S (UNIFORM 0,4) = GRADE	...	4
/K-S (NORMAL) =	...	5
GRADE		
/K-S (POISSON) =	...	6
GRADE.		
FINISH.	...	7

ความหมายของโปรแกรม

...1 = การกำหนดข้อมูล

กำหนดข้อมูลด้วยรูปแบบอิสระ โดยมีตัวแปร 2 ตัว คือ GRADE และ FREQ

...2 = คำสั่งถ่วงน้ำหนัก

...3 = การป้อนข้อมูล

เริ่มต้นด้วยคำสั่ง BEGIN DATA แล้วป้อนข้อมูลตามลำดับ GRADE และ FREQ โดยตัวแปรเกรดให้ 4, 3, 2, 1 และ 0 แทนเกรด A, B, C, D และ F ตามลำดับ และสิ้นสุดคำสั่งที่ END DATA.

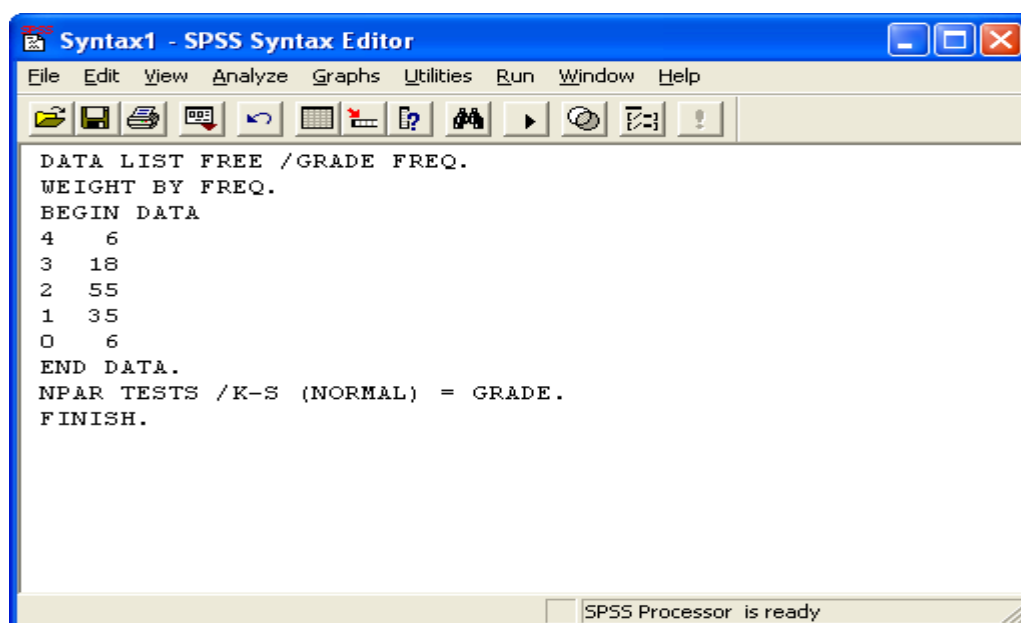
...4-6 = คำสั่งทดสอบแบบไม่อิงพารามิเตอร์ โดยใช้การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิร์นอฟ

คำสั่ง 5 (NORMAL) ถ้าต้องการทดสอบว่า ข้อมูลมีการแจกแจงปกติตามค่าเฉลี่ย (m) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (sd) ที่กำหนดหรือไม่ ให้เขียน m และ sd ต่อจากคำว่า NORMAL ได้ เช่น ถ้าต้องการทดสอบว่า ข้อมูลมีการแจกแจงปกติซึ่งมีค่าเฉลี่ย 2 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1 ก็เขียน (NORMAL 2, 1) เป็นต้น แต่ถ้าไม่ระบุ m และ sd แล้ว โปรแกรมจะใช้ m และ sd จากข้อมูลที่น่ามาทดสอบ

...7 = คำสั่งสิ้นสุดของโปรแกรม

การวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม SPSS FOR WINDOWS

คลิกเมาส์ที่คำสั่ง File – New – Syntax เพื่อเปิดหน้าต่าง SPSS Syntax Editor แล้วพิมพ์คำสั่ง ตัวแปร และข้อมูลลงในหน้าต่างนี้ สุดท้ายทำการประมวลผลโดยคลิกเมาส์ที่คำสั่ง Run – All ดังภาพ



One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		GRADE
N		120
Normal Parameters ^{a,b}	Mean	1.8583
	Std. Deviation	.91022
Most Extreme Differences	Absolute	.238
	Positive	.238
	Negative	-.220
Kolmogorov-Smirnov Z		2.609
Asymp. Sig. (2-tailed)		.000

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

ผลลัพธ์

การแจกแจงที่ต้องการทดสอบคือ การแจกแจงปกติ (Normal) ค่าเฉลี่ยและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานซึ่งคำนวณจากข้อมูลในตัวอย่าง ได้ 1.8583 และ 0.91022 ตามลำดับ

การตัดสินใจ

สามารถตัดสินใจได้ทั้งจาก K-S Z และ 2-tailed P โดยถ้า $K-S Z \geq Z$ ตาราง หรือ $2\text{-tailed } P \leq \alpha$ แล้ว ให้ปฏิเสธ H_0

ในที่นี้ ผลลัพธ์ของค่าสั่ง 5 ได้ $2\text{-tailed } P = 0.000$ ซึ่งมีค่าน้อยกว่า $\alpha = 0.05$ จึงปฏิเสธ H_0

การแปลผล

สรุปว่า การแจกแจงของเกรดวิชาคณิตศาสตร์ชั้นพื้นฐานไม่ปกติ

สรุปการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิร์นอฟแบบตัวอย่าง 1 กลุ่ม

การทดสอบนี้ ใช้ทดสอบว่าความถี่ที่ได้จากการสังเกตกับความถี่ที่คาดหวังสอดคล้องกัน (หรือเหมือนกัน) หรือไม่ โดยข้อมูลมาจากตัวอย่าง 1 กลุ่มที่มีตัวแปร 1 ตัว และตัวแปรต้องมีระดับการวัดค่าไม่ต่ำกว่ามาตราเรียงอันดับ

8.2.2 กรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่สัมพันธ์กัน

การทดสอบวิลคอกซัน

การทดสอบเครื่องหมายแบบวิลคอกซัน (Wilcoxon Signed-Rank Test) เพื่อต้องการทดสอบว่ากลุ่มตัวอย่างที่สัมพันธ์กัน 2 กลุ่มสุ่มมาจากประชากรกลุ่มเดียวกันหรือไม่ ซึ่งการทดสอบเครื่องหมายแบบวิลคอกซันใช้ทั้งขนาด (Magnitude) และทิศทาง (Direction) ของข้อมูลประกอบการคำนวณค่าสถิติ

ตัวอย่างที่ 8.2 ครูคนหนึ่งต้องการศึกษาทัศนคติของนักเรียนในวิชาของตนหลังจากการสอนจบแล้ว นักเรียนจะมีทัศนคติในวิชาที่สอนเปลี่ยนแปลงไปจากเดิมหรือไม่ (กำหนด $\alpha = 0.05$) จึงสุ่มนักเรียนมา 8 คน โดยให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบทดสอบทั้งก่อนเริ่มเรียนและหลังเรียนจบแล้ว ปรากฏว่าผลการสอบเป็นดังนี้

นักเรียน คนที่	คะแนนสอบ		ผลต่าง (ก่อน-หลัง)	ลำดับที่ ของผลต่าง	ลำดับเครื่องหมาย	
	ก่อน เริ่มเรียน	หลัง เรียนจบ			+	-
1	8	6	+2	5	5	

นักเรียน คนที่	คะแนนสอบ		ผลต่าง (ก่อน-หลัง)	ลำดับที่ ของผลต่าง	ลำดับเครื่องหมาย	
	ก่อน เริ่มเรียน	หลัง เรียนจบ			+	-
2	7	4	+3	7.5	7.5	2
3	7	8	-1	2		5
4	4	6	-2	5		
5	6	5	+1	2	2	
6	6	4	+2	5	5	
7	8	5	+3	7.5	7.5	2
8	8	9	-1	2		
รวม					$T^+ = 27$	9

วิธีทำ

สมมติฐาน H_0 : ทักษะคตินักเรียนหลังจากเรียนจบแล้วไม่แตกต่างไปจากก่อนเรียน

H_1 : ทักษะคตินักเรียนหลังจากเรียนจบแล้วดีขึ้นกว่าก่อนเรียน

ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$ (ทดสอบแบบทางเดียว)

การคำนวณค่าสถิติ

ข้อมูลมีตัวแปรเป็นคู่เป็นอันดับ คือนักเรียนคนหนึ่งวัดคะแนนทักษะคติ 2 ครั้ง
คะแนนดังกล่าวสามารถระบุความมากน้อยได้ ดังนั้นจึงสามารถใช้การทดสอบเครื่องหมายแบบ
วิลคอกสันได้

โปรแกรม

DATA LIST FREE /BEFORE, AFTER	...1
BEGIN DATA	...2
8 6	
7 4	
7 8	
4 6	
6 5	
6 4	
8 5	
8 9	
END DATA.	
NPAR TEST WILCOXON = BEFORE, AFTER	...3

FINISH.

...4

ความหมายของโปรแกรม

...1 = การกำหนดข้อมูล

กำหนดข้อมูลด้วยรูปแบบอิสระ โดยมีตัวแปร 2 ตัว คือ

คะแนนเริ่มเรียน = BEFORE

คะแนนหลังเรียน = AFTER

...2 = การป้อนข้อมูล

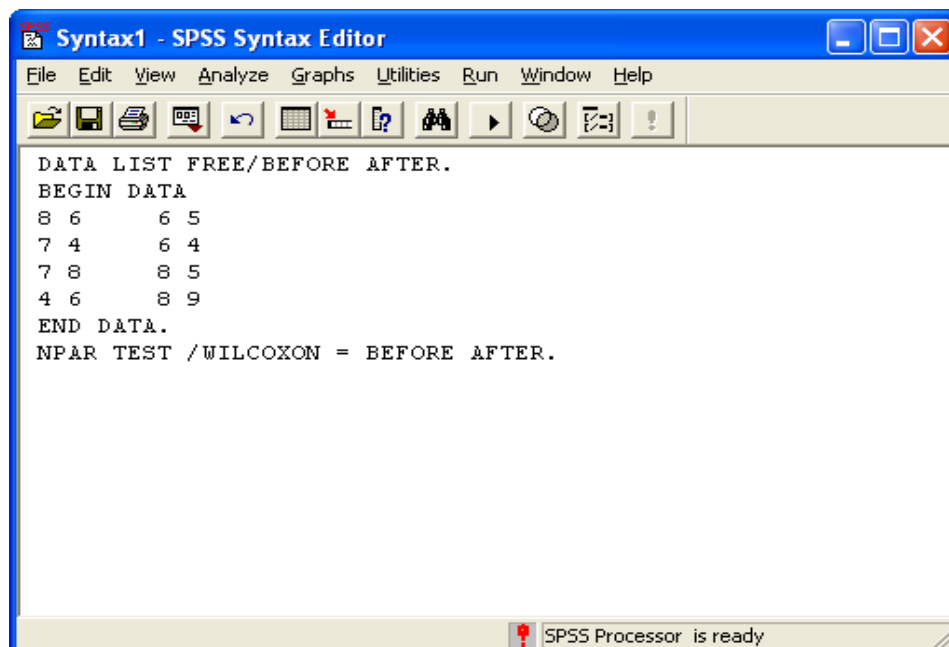
ถัดจากคำสั่ง BEGIN DATA ให้ป้อนข้อมูลเป็นคู่ ๆ และจบข้อมูลด้วยคำสั่ง END DATA

...3 = คำสั่งทดสอบแบบไม่อิงพารามิเตอร์โดยใช้การทดสอบเครื่องหมายแบบวิลคอกซัน

...4 = คำสั่งสิ้นสุดของโปรแกรม

วิเคราะห์ด้วยโปรแกรม SPSS/FW

คลิกเมาส์ที่คำสั่ง File – New – Syntax เพื่อเปิดหน้าต่าง SPSS Syntax Editor แล้วพิมพ์คำสั่ง ตัวแปร และข้อมูลลงในหน้าต่างนี้ สุดท้ายทำการประมวลผลโดยคลิกเมาส์ที่คำสั่ง Run – All ดังภาพ



ผลลัพธ์

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
AFTER - BEFORE	Negative Ranks	5 ^a	5.40	27.00
	Positive Ranks	3 ^b	3.00	9.00
	Ties	0 ^c		
	Total	8		

a. AFTER < BEFORE

b. AFTER > BEFORE

c. BEFORE = AFTER

Test Statistics^b

	AFTER - BEFORE
Z	-1.274 ^a
Asymp. Sig. (2-tailed)	.203

a. Based on positive ranks.

b. Wilcoxon Signed Ranks Test

การตัดสินใจ

ในที่นี้ความน่าจะเป็นแบบสองด้าน (2-tailed P) เท่ากับ 0.2076 แสดงว่า ความน่าจะเป็นแบบด้านเดียวเท่ากับ $(0.2076)/2 = 0.1038$

ถ้าความน่าจะเป็นแบบด้านเดียวมีค่าไม่เกิน $\alpha = 0.05$ แล้ว จะปฏิเสธ H_0 ที่ $\alpha = 0.05$ มิฉะนั้นไม่ปฏิเสธ H_0 ในที่นี้ ความน่าจะเป็นแบบด้านเดียวเท่ากับ 0.1038 ซึ่งมีค่าเกิน 0.05 ดังนั้นจึงไม่ปฏิเสธ H_0

การแปลผล

สรุป ทักษะคิดของนักเรียนหลังจากเรียนจบแล้วไม่แตกต่างจากก่อนเริ่มเรียน

สรุปการทดสอบโดยใช้การทดสอบเครื่องหมายแบบวิลคอกซัน

การทดสอบเครื่องหมายแบบวิลคอกซัน ใช้กับข้อมูลที่มีระดับการวัดค่าตั้งแต่มาตราเรียงลำดับหรือสูงกว่า และสุ่มมาจากตัวอย่าง 1 กลุ่ม แต่วัดค่า 2 ครั้งในเรื่องเดียวกัน การสรุปผลสามารถสรุปได้จากการเปิดตารางวิกฤติ เพื่อเปรียบเทียบความน่าจะเป็นแบบด้านเดียวเท่ากับครึ่งหนึ่งของความน่าจะเป็นทั้งสองด้าน

8.2.3 กรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่ไม่สัมพันธ์กัน

1) การทดสอบฟิชเชอร์

การทดสอบความน่าจะเป็นแบบแม่นยำตรงฟิชเชอร์ คือ ต้องการทดสอบว่าความน่าจะเป็นหรือโอกาสที่กลุ่มอิสระ 2 กลุ่มจะถูกจำแนกให้เป็นประเภทที่ 1 และ 2 เท่ากันหรือไม่ ประชากรที่

จะใช้ในการทดสอบจึงเป็นประชากรที่มีลักษณะแบ่งเป็น 2 ประเภท เช่น เพศชายกับเพศหญิง พ่อกับแม่ กลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม เป็นต้น ข้อมูลที่นำมาทดสอบจะต้องสามารถจัดให้อยู่ในประเภทใดประเภทหนึ่งโดยไม่ซ้ำซ้อนกัน (Two Mutually Exclusive Classes) และสามารถจัดให้เป็นตารางการจรขนาด 2×2 ได้ ซึ่งเหมาะกับการทดลองที่กลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก

ตัวอย่างที่ 8.3 ในการอบรมทางวิชาการ เรื่อง กฎหมายลิขสิทธิ์กับการผลิตผลงานทางวิชาการ ของสถาบันแห่งหนึ่ง หลังจากสิ้นสุดการอบรมแล้วได้สุ่มแจกแบบสอบถามมาจำนวนหนึ่ง ส่วนหนึ่งของแบบสอบถามเกี่ยวข้องกับเพศและการเผยแพร่ผลงานทางวิชาการ ดังนี้

เพศของผู้ตอบ

1 ☐ ชาย ☐ หญิง

ท่านเคยเผยแพร่ผลงานวิจัยหรือบทความทางวิชาการหรือไม่

2 ☐ เคย ☐ ไม่เคย

ปรากฏว่าจำนวนผู้ตอบคำถามทั้งสองข้อเป็นดังนี้

เพศ	การเผยแพร่ผลงานทางวิชาการ		รวม
	1 เคย	2 ไม่เคย	
1 ชาย	3	2	5
2 หญิง	4	13	17
รวม	7	15	22

จงทดสอบที่ระดับ $\alpha = 0.05$ ว่า เพศชายของประชากรในสถาบันการศึกษาแห่งนั้น เผยแพร่ผลงานทางวิชาการมากกว่าเพศหญิงหรือไม่

วิธีทำ

สมมติฐาน H_0 : เพศชายเผยแพร่ผลงานทางวิชาการไม่มากกว่าเพศหญิง

H_1 : เพศชายเผยแพร่ผลงานทางวิชาการไม่มากกว่าเพศหญิง

ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$ (ทดสอบแบบทางเดียว)

การคำนวณค่าสถิติ

ข้อมูลมาจากตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกันโดยข้อมูลมีระดับการวัดค่าอยู่ในมาตรา บัญญัติ ซึ่งสามารถจัดให้อยู่ในรูปตารางการจรขนาด 2×2 และเนื่องจากมีกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก ดังนั้นการทดสอบที่เหมาะสม คือการทดสอบความน่าจะเป็นแบบแม่นยำตรงพีเชอร์

โปรแกรม

DATA LIST FREE /SEX PUBLISH FREQ.	...1
BEGIN DATA	...2
1 1 03	
1 2 02	
2 1 04	
2 2 13	
END DATA.	
WEIGHT BY FREQ.	...3
CROSS SEX BY	
PUBLISH/CELL=COUNT,ROW,EXPECTED	...4
/STAR=CHISQUARE.	
FINISH.	...5

ความหมายของโปรแกรม

...1 = การกำหนดข้อมูล

กำหนดข้อมูลด้วยรูปแบบอิสระ โดยมีตัวแปร ตัว คือ

SEX = เพศ (มีค่าเป็น 1 กับ 2)

PUBLISH = การเผยแพร่ผลงานทางวิชาการ (มีค่าเป็น 1 กับ 2)

FREQ = จำนวนที่สังเกตได้ในแต่ละช่อง(มีค่าเป็น 3, 2, 4 และ 13)

...2 = การป้อนข้อมูล

ถัดจากคำสั่ง BEGIN DATA ให้ป้อนข้อมูลเป็นตามลำดับตัวแปร SEX PUBLISH และ FREQ จบข้อมูลด้วยคำสั่ง END DATA

...3 = คำสั่งถ่วงน้ำหนักในตัวแปร SEX กับ PUBLISH ด้วยตัวแปร FREQ

...4 = คำสั่ง CROSSTABS

/CELL=COUNT,ROW,EXPECTED เป็นคำสั่งที่สั่งให้หาจำนวนที่สังเกตเป็นค่าร้อยละตามแถว และความถี่ที่คาดหวัง

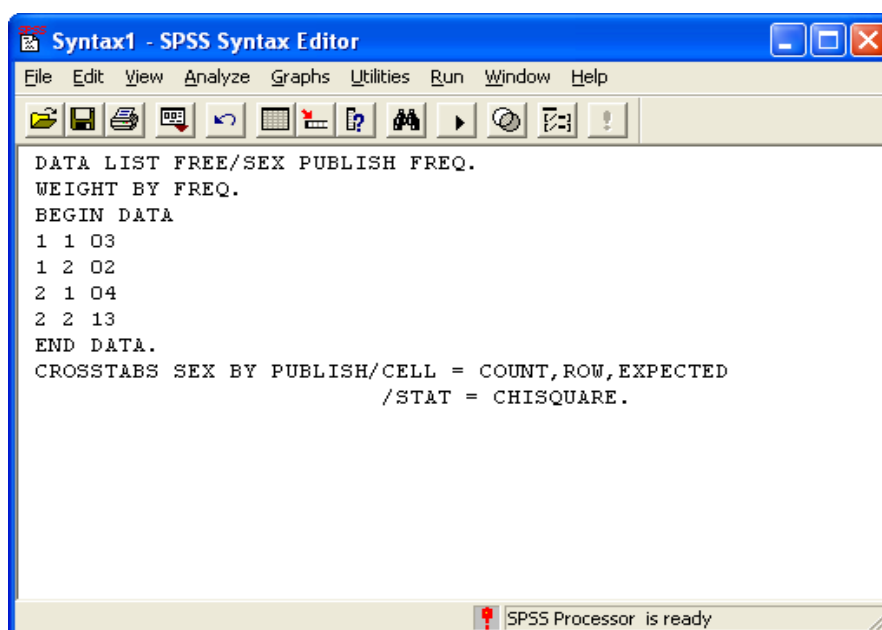
/STAR=CHISQUARE เป็นคำสั่งที่สั่งให้คำนวณค่าสถิติไคกำลังสอง หากตัวอย่างมีขนาดเล็ก

โปรแกรมจะคำนวณความน่าจะเป็นแบบแม่นยำตรงพิชเชอร์ให้โดยอัตโนมัติ

...5 = คำสั่งสิ้นสุดของโปรแกรม

วิเคราะห์ด้วยโปรแกรม SPSS/FW

คลิกเมาส์ที่คำสั่ง File – New – Syntax เพื่อเปิดหน้าต่าง SPSS Syntax Editor แล้วพิมพ์คำสั่ง ตัวแปร และข้อมูลลงในหน้าต่างนี้ สุดท้ายทำการประมวลผลโดยคลิกเมาส์ที่คำสั่ง Run – All ดังภาพ



ผลลัพธ์

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	2.369 ^b	1	.124		
Continuity Correction ^a	.986	1	.321		
Likelihood Ratio	2.241	1	.134		
Fisher's Exact Test				.274	.160
Linear-by-Linear Association	2.261	1	.133		
N of Valid Cases	22				

a. Computed only for a 2x2 table

b. 2 cells (50.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 1.59.

การตัดสินใจ

ถ้า $P \leq \alpha$ แล้วให้ปฏิเสธ H_0 มิฉะนั้นไม่ปฏิเสธ H_0

ในที่นี้ $p = 0.16$ ซึ่งมีค่ามากกว่า $\alpha = 0.05$ จึงไม่ปฏิเสธ H_0

การแปลผล

สรุปว่าเพศชายของประชากรในสถาบันการศึกษาแห่งนี้เผยแพร่ผลงานวิชาการไม่มากกว่าเพศหญิง

สรุปผลการทดสอบโดยการทดสอบความน่าจะเป็นแบบแมนตรงฟิชเชอร์

การทดสอบความน่าจะเป็นแบบแมนตรงฟิชเชอร์ใช้กับกลุ่มตัวอย่างที่เป็นอิสระต่อกัน 2 กลุ่ม โดยตัวแปรมีการวัดอยู่ในมาตรานามบัญญัติ และสามารถจัดข้อมูลให้อยู่ในรูปตารางการจรขนาด 2×2 การทดสอบความน่าจะเป็นแบบแมนตรงฟิชเชอร์เป็นการทดสอบแบบด้านเดียวที่มีกำลังการทดสอบมากที่สุดวิธีหนึ่ง

2) การทดสอบแมน-วิทนี

วัตถุประสงค์ของการทดสอบแมน-วิทนี (Mann-Whitney U test) คือต้องการทราบว่ากลุ่มตัวอย่างอิสระ 2 กลุ่ม สุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงเหมือนกันหรือไม่ หรือสุ่มมาจากประชากรเดียวกันหรือไม่ ข้อมูลที่นำมาทดสอบต้องมีการวัดค่าอยู่ในมาตราเรียงลำดับหรือสูงกว่าเช่นเดียวกับการทดสอบมัธยฐาน

ตัวอย่างที่ 8.4 ในการอบรมทางวิชาการ เรื่อง กฎหมายลิขสิทธิ์กับการผลิตผลงานทางวิชาการ ของสถาบันแห่งหนึ่ง หลังจากสิ้นสุดการอบรมแล้วได้สุ่มแจกแบบสอบถามมาจำนวนหนึ่ง ส่วนที่หนึ่งของแบบสอบถามข้อที่ 1 ในส่วนที่ 2 ถามเกี่ยวกับเพศของผู้ตอบ ข้อ 14 ในส่วนที่ 1 ถามเกี่ยวกับ ความเหมาะสมของอาหาร และ เครื่องดื่ม ที่ใช้ในการอบรม ดังนี้

ส่วนที่ 1 ข้อ 14 มีลำดับการประเมินดังนี้

- 1 [] น้อยที่สุด
- 2 [] น้อย
- 3 [] ปานกลาง
- 4 [] มาก
- 5 [] มากที่สุด

ส่วนที่ 2 ข้อ 1 เพศของผู้ตอบ

- 1 [] ชาย
- 2 [] หญิง

จำนวนข้อมูลที่มีค่าสมบูรณ์ทั้งข้อ 1 ในส่วนที่ 2 และข้อ 14 ในส่วนที่ 1 มีดังนี้

ความเหมาะสมของอาหาร และเครื่องดื่ม	เพศผู้ตอบ		รวม
	1 ชาย	2 หญิง	
1 น้อยที่สุด	0	0	0
2 น้อย	0	1	1
3 ปานกลาง	5	6	11
4 มาก	12	19	31

ความเหมาะสมของอาหาร และเครื่องดื่ม	เพศผู้ตอบ		รวม
	1 ชาย	2 หญิง	
5 มากที่สุด	2	11	13

จงทดสอบที่ระดับ $\alpha = 0.05$ ว่า ชายและหญิงประเมินความเหมาะสมในเรื่องอาหารและเครื่องดื่มแตกต่างกันหรือไม่

วิธีทำ

สมมติฐาน H_0 : ตัวอย่างสองกลุ่ม (ชายและหญิง) มาจากประชากรที่มีมัธยฐานไม่แตกต่างกัน

H_1 : ตัวอย่างสองกลุ่ม (ชายและหญิง) มาจากประชากรที่มีมัธยฐานแตกต่างกัน

ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

การคำนวณค่าสถิติ

ข้อมูลมาจากตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกันและมีตัวแปร 1 ตัว ซึ่งตัวแปรนี้มีระดับการวัดค่าอยู่ในมาตราเรียงลำดับ (จากน้อยที่สุดถึงมากที่สุด) และตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ($N=56$) ดังนั้นจึงสามารถทดสอบด้วยการทดสอบมัธยฐานได้

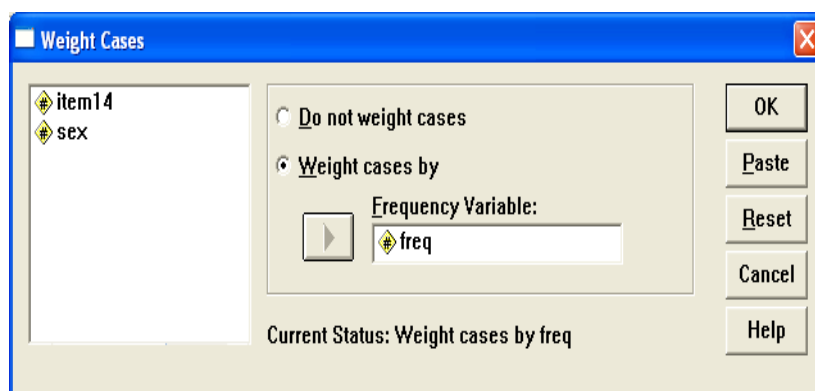
วิเคราะห์ด้วยโปรแกรม SPSS/FW

คลิกเมาส์ที่คำสั่ง File – New – Syntax เพื่อเปิดหน้าต่าง SPSS Syntax Editor แล้วพิมพ์คำสั่ง ตัวแปร และข้อมูลลงในหน้าต่างนี้ สุดท้ายทำการประมวลผลโดยคลิกเมาส์ที่คำสั่ง Run – All ดังภาพ

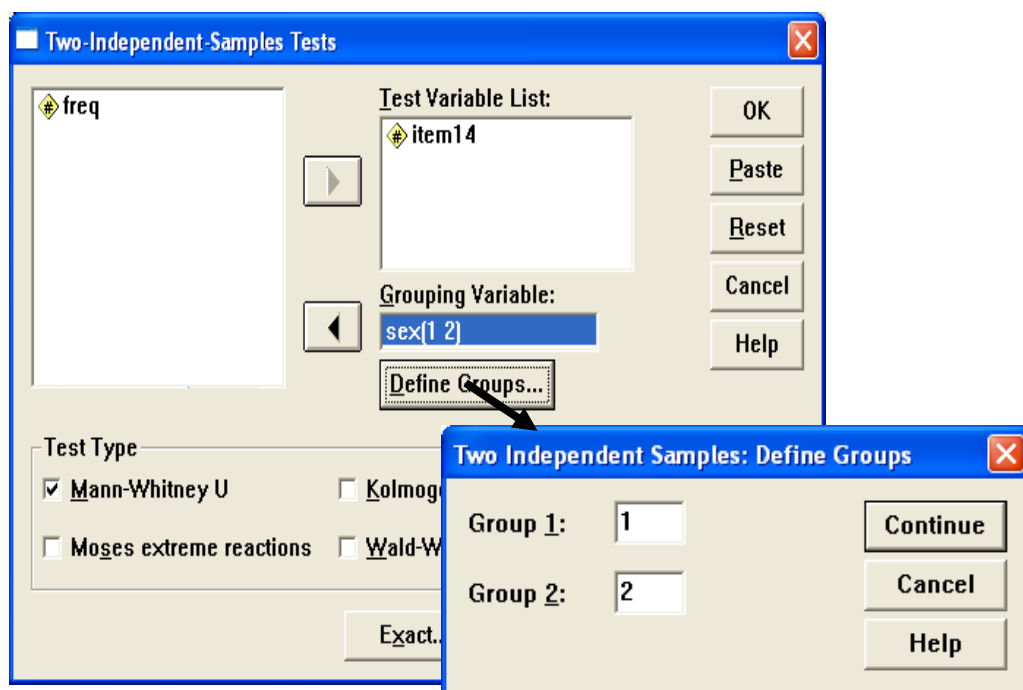
ขั้นตอนที่ 1

	item14	sex	freq	var	var	var
1	1	1	0			
2	1	2	0			
3	2	1	0			
4	2	2	1			
5	3	1	5			
6	3	2	6			
7	4	1	12			
8						

ขั้นตอนที่ 2



ขั้นตอนที่ 3



ผลลัพธ์

Ranks				
	SEX	N	Mean Rank	Sum of Ranks
ITEM14	1	17	15.12	257.00
	2	7	6.14	43.00
	Total	24		

Test Statistics^b

	ITEM14
Mann-Whitney U	15.000
Wilcoxon W	43.000
Z	-3.200
Asymp. Sig. (2-tailed)	.001
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	.003 ^a

a. Not corrected for ties.

b. Grouping Variable: SEX

การตัดสินใจ

ถ้า $\chi^2_{\text{คำนวณ}} \geq \chi^2_{\text{ตาราง}}$ แล้ว ให้ปฏิเสธ H_0 ในที่นี้เปิดตารางไคกำลังสอง ที่ $\alpha = 0.05$ และ $df = 1$ แล้ว ได้ $\chi^2_{\text{ตาราง}} = 3.48$ ซึ่ง $\chi^2_{\text{คำนวณ}} = 1.6315$ มีค่าน้อยกว่า $\chi^2_{\text{ตาราง}} = 3.48$ จึงไม่ปฏิเสธ H_0

การแปลผล

สรุปว่า ตัวอย่างสองกลุ่มมาจากประชากรที่มีมัธยฐานเท่ากัน หรือชายและหญิงประเมินความเหมาะสมของอาหารและเครื่องดื่มในการอบรมวิชาการไม่แตกต่างกัน

สรุปผลการทดสอบโดยใช้การทดสอบแมน-วิทนี

ค่าสถิติ U ใช้กับกลุ่มอิสระ 2 ตัวแปรและมีตัวแปร 1 ตัว โดยตัวแปรมีการวัดค่าอยู่ในมาตราเรียงลำดับหรือสูงกว่า การสรุปผลการทดสอบนั้น หากกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็กมาก (n_1 และ $n_2 \leq 8$) ให้หาค่า U แล้วเปิดตารางความน่าจะเป็นเพื่อสรุปผล หากกลุ่มตัวอย่างมีขนาดปานกลาง (n_2 มากกว่า 8 แต่ไม่เกิน 20) ให้คำนวณค่า U แล้วเปิดตารางหาค่าวิกฤติเพื่อสรุปผล และถ้ากลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n_1 และ $n_2 > 20$) แล้ว ค่าสถิติ U จะมีการแจกแจงใกล้เคียงกับการแจกแจงปกติ จึงสามารถสรุปผลจาก Z ได้

8.2.4 กรณีกลุ่มตัวอย่างมากกว่าสองกลุ่มที่ไม่สัมพันธ์กัน

การทดสอบครัสคัล-วอลลิส

จุดประสงค์ของการทดสอบครัสคัล-วอลลิส (Kruskal-Wallis Test) หรือเรียกอีกชื่อหนึ่งคือการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวครัสคัล-วอลลิส (Kruskal-Wallis One-Way ANOVA Test) คือต้องการทดสอบว่ากลุ่มตัวอย่างที่เป็นอิสระต่อกัน k กลุ่มสุ่มมาจากประชากรเดียวกันหรือไม่ หรือประชากร k ชุดมีการแจกแจงเหมือนกันหรือไม่ หรือประชากร k ชุดมีมัธยฐานเท่ากันหรือไม่

ตัวอย่างที่ 8.5 ในการสอนวิชาหนึ่ง ผู้สอนต้องการเปรียบเทียบวิธีการสอน 3 วิธีที่แตกต่างกันว่า จะให้ผลต่างกันหรือไม่ โดยพิจารณาจากคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซึ่งผู้สอนได้แบ่งนักเรียนออก 3 กลุ่ม โดยวิธีสุ่ม และมีคะแนนดังนี้

คะแนนจากการสอนแต่ละวิธี		
วิธีที่ 1	วิธีที่ 2	วิธีที่ 3
77	56	39
75	71	44
68	43	60
65	73	40
74	64	55
59	58	63
66		49
		57

จงทดสอบที่ระดับ $\alpha = 0.05$ ว่า วิธีการสอนที่ต่างกัน 3 วิธีดังกล่าว จะทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันด้วยหรือไม่

วิธีทำ

สมมติฐาน H_0 : ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากวิธีการสอน 3 วิธีไม่แตกต่างกัน

H_1 : ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากวิธีการสอน 3 วิธีแตกต่างกัน

ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

การคำนวณค่าสถิติ

ตัวแปรมีการวัดอยู่ในมาตราอันตรภาค ข้อมูลมาจากตัวอย่าง 3 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน และมีตัวแปร 1 ตัว จึงสามารถใช้การทดสอบครัสคัล-วิลลิสได้

โปรแกรม

DATA LIST FREE /MRTHOD SCORE.	...1
BEGIN DATA	...2
1 74 2 64 3 55	
1 77 2 56 3 39	
1 75 2 71 3 44	
1 68 2 43 3 60	
1 65 2 73 3 40	
1 59 2 58 3 63	
1 66 3 49	
3 57	

END DATA.	
NPAR TESTS/K – W=SCORE BY METHOD (1,3).	...3
FINISH.	...4

ความหมายของโปรแกรม

...1 = การกำหนดข้อมูล

กำหนดข้อมูลด้วยรูปแบบอิสระ โดยมีตัวแปร 2 ตัว คือ METHOD และ SCORE แทนคะแนนสอบ

...2 = การป้อนข้อมูล

ถัดจากคำสั่ง BEGIN DATA ให้ป้อนข้อมูลตามลำดับกลุ่มและคะแนนสอบ และพิมพ์คำ

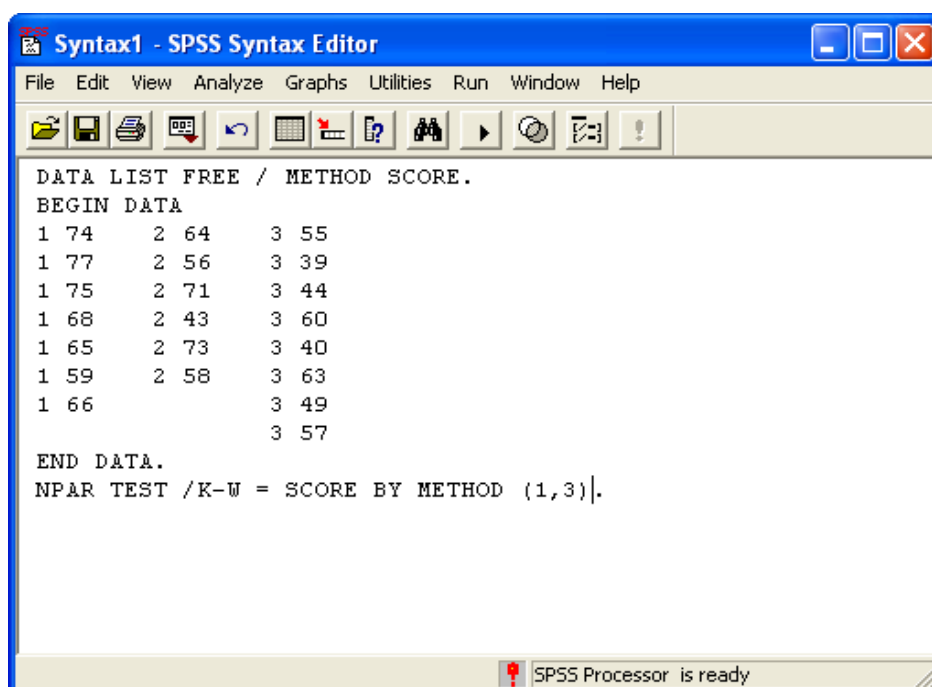
END DATA หลังจากการป้อนข้อมูลรายการสุดท้าย

...3 = คำสั่งทดสอบแบบไม่อิงพารามิเตอร์โดยใช้การทดสอบครัสคัล-วัลลิส

...4 = คำสั่งสิ้นสุดของโปรแกรม

วิเคราะห์ด้วยโปรแกรม SPSS/FW

คลิกเมาส์ที่คำสั่ง File – New – Syntax เพื่อเปิดหน้าต่าง SPSS Syntax Editor แล้วพิมพ์คำสั่ง ตัวแปร และข้อมูลลงในหน้าต่างนี้ สุดท้ายทำการประมวลผลโดยคลิกเมาส์ที่คำสั่ง Run – All ดังภาพ



ผลลัพธ์

Ranks

	METHOD	N	Mean Rank
SCORE	1.00	7	16.43
	2.00	6	11.17
	3.00	8	6.13
	Total	21	

Test Statistics^{a,b}

	SCORE
Chi-Square	10.301
df	2
Asymp. Sig.	.006

a. Kruskal Wallis Test

b. Grouping Variable: METHOD

การตัดสินใจ

เนื่องจาก KW มีการแจกแจงใกล้เคียงกับไคกำลังสองที่ $df = k - 1$ เมื่อ $k =$ จำนวนกลุ่ม เปิดตารางไคกำลังสองเพื่อหาค่าวิกฤติที่ $\alpha = 0.05$ และ $df = 3 - 1$ จะได้ $\chi^2_{\text{ตาราง}} = 5.99$ ซึ่ง KW (หรือ $\chi^2_{\text{คำนวณ}}$) = 10.30 มีค่ามากกว่า $\chi^2_{\text{ตาราง}} = 5.99$

ดังนั้น จึงปฏิเสธ H_0

การแปลผล

สรุปว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากวิธีการสอนทั้ง 3 วิธีแตกต่างกัน

สรุปการทดสอบด้วยการทดสอบครัสคัล-วิลลิส

การทดสอบครัสคัล-วิลลิสใช้กับตัวแปรที่มีระดับการวัดค่าอยู่ในมาตราเรียงลำดับหรือสูงกว่า และข้อมูลมาจากตัวอย่างอิสระ k กลุ่มที่มีตัวแปร 1 ตัว

บทสรุป

1. งานวิจัยทางการศึกษาส่วนมาก ใช้สถิตินอนพาราเมตริกในการวิเคราะห์ข้อมูลที่อยู่ในระดับมาตรนามบัญญัติหรือมาตราเรียงลำดับ เพราะการอนุมานแบบไม่อิงพารามิเตอร์เป็นการอนุมานที่ประชากรไม่จำเป็นต้องมีรูปแบบของการแจกแจงเป็นแบบใดแบบหนึ่งโดยเฉพาะ ข้อมูลที่ได้จากตัวอย่างมักมีขนาดเล็กหรือได้มาอย่างง่าย ๆ เช่น การนับความถี่ การพิจารณาลำดับหรือการนับเครื่องหมาย เป็นต้น

2. การวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรม SPSS FOR WINDOW สำหรับสถิตินอนพาราเมตริกทำได้สะดวก เนื่องจากมีข้อมูลไม่มากนัก รูปแบบการใช้โปรแกรมไม่ซับซ้อน อย่างไรก็ตาม การเลือกใช้สถิติที่ถูกต้องเหมาะสมสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูล ยังมีความสำคัญอย่างมาก เพราะจะมีผลต่อการแปลผลการวิเคราะห์และความน่าเชื่อถือของงานวิจัยได้

คำถามทบทวน

1. ขั้นตอนในการเขียนงานวิจัยมีกี่ขั้นตอน อะไรบ้าง และให้อธิบายความสำคัญของการเขียนแต่ละขั้นตอน

2. กำหนดกลุ่มตัวอย่าง ดังต่อไปนี้

2.1 กลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มสัมพันธ์กัน

2.2 กลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มไม่สัมพันธ์กัน

2.3 กลุ่มตัวอย่างมากกว่า 2 กลุ่มไม่สัมพันธ์กัน

ให้ท่านเลือกการทดสอบไม่อิงพารามेटริก(นอนพารามेटริก) วิเคราะห์ข้อมูลที่กำหนดให้ดังกล่าว (ยกตัวอย่างเพียง 1 ตัวอย่าง) พร้อมอธิบายวิธีการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรม SPSS FOR WINDOW

แบบฝึกหัดหน่วยที่ 8

จงใช้โปรแกรม SPSS/FW วิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาคำตอบของโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. ต้องการตรวจสอบความแตกต่างของทัศนคติของผู้เข้าอบรม 10 คน ที่มีต่อการบริหารงานของผู้บริหารของมหาวิทยาลัย โดยให้ผู้เข้าอบรมให้คะแนนการทำงานของผู้บริหารก่อนและหลังการอบรมเกี่ยวกับระบบการทำงานของผู้บริหาร โดยกำหนดการให้คะแนนตั้งแต่ 1-10 ปรากฏว่าคะแนนในตาราง ให้ทดสอบว่า มีความแตกต่างในการให้คะแนนก่อนและหลังการอบรมที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ผลการให้คะแนนก่อนและหลังการอบรม

คนที่	คะแนนก่อนการอบรม	คะแนนหลังการอบรม
1	1	3
2	3	5
3	4	4
4	5	6
5	3	5
6	2	3
7	1	6
8	7	4
9	6	3
10	2	3

2. การสุ่มตัวอย่างนักศึกษาที่เรียนวิชาสถิติเบื้องต้นมา 20 คน เป็นชาย 8 คน หญิง 12 คน ปรากฏว่า นักเรียนชายสอบผ่าน 6 คน ส่วนนักเรียนหญิงสอบผ่าน 10 คน จงหาสมมติฐานว่า สัดส่วนของนักศึกษาชายที่สอบผ่านมากกว่าสัดส่วนของนักศึกษาหญิงสอบผ่านใช่หรือไม่ โดยใช้ระดับความมีนัยสำคัญ 0.01

3. ฝ่ายจัดทำรายการภาพยนตร์โทรทัศน์เพื่อการศึกษาสำหรับเด็กต้องการทดสอบว่า การใช้ภาพยนตร์การ์ตูนประกอบจะทำให้เด็กมีความเข้าใจในเนื้อหาวิชาแตกต่างกันหรือไม่ จึงทำการสุ่มตัวอย่างเด็กมา 2 กลุ่ม กลุ่มหนึ่งดูรายการโทรทัศน์ที่มีภาพยนตร์ประกอบ แต่อีกกลุ่มหนึ่งไม่มี ภาพยนตร์การ์ตูนประกอบ หลังจากนั้นจึงทำการทดสอบความเข้าใจในเนื้อหาวิชา ให้ทดสอบว่า วิธีทั้งสองให้ผลการเข้าใจเนื้อหาวิชาแตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

คะแนนกลุ่มที่ 1 (มีภาพยนตร์ประกอบ)	คะแนนกลุ่มที่ 2 (ไม่มีภาพยนตร์ประกอบ)
86	80
84	74
80	72
78	69
73	64
71	62
68	59
67	57
65	54
63	53
60	50

4. ในการทดสอบรสชาติของขนมคุกกี้ 4 ยี่ห้อ (A, B, C, D) ว่าแตกต่างกันหรือไม่ โดยการสุ่มผู้บริโภคมาเป็นกรรมการ 12 คน ให้กรรมการแต่ละคนชิมขนมคุกกี้ทั้ง 4 ยี่ห้อ แล้วระบุว่าชอบหรือไม่ชอบ ถ้าชอบให้ใส่เลข 1 ถ้าไม่ชอบให้ใส่เลข 0 ปรากฏว่าได้ข้อมูลต่อไปนี้

ยี่ห้อคุกกี้	กรรมการ											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
B	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0

ยี่ห้อคุกกี้	กรรมการ											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1
D	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0

จงทดสอบสมมติฐานว่าคณะกรรมการชอบรสชาดขนมคุกกี้ 4 ยี่ห้อนี้แตกต่างกันหรือไม่
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

เอกสารอ้างอิง

- วิสาข์ เกษประทุม. (2545). สถิตินอนพาราเมตริก. กรุงเทพฯ: พ.ศ. พัฒนา.
- วัฒนา สุนทรชัย. (2543). เรียนสถิติด้วย SPSS ภาคสถิติไม่อิงพารามิเตอร์. กรุงเทพฯ: วิทยพัฒน์.
- ส. วาสนา ประवालพฤษ. (2526). เอกสารประกอบการสอนวิชา 217 713 สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์. ขอนแก่น: สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- อำนาจ วังจัน และ พรณี บุญสุยา. (2548). สถิติทั่วไป. กรุงเทพฯ: วิ.เจ. พรินติ้ง.
- อุมาพร จันทศร. (2542). สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ฟิสิกส์เซ็นเตอร์.
- Siegel, Sidney. (1956). **Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences**. New York: McGraw-Hill Inc.
- Siegel, Sidney and Castellan, N. John Jr. (1988). **Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences**. 2nd ed. New York: McGraw-Hill Inc.

บรรณานุกรม

- ทวี รื่นจินดา. (2524). สถิติไร้พารามิเตอร์. กรุงเทพฯ: O.S. PRINTING HOUSE CO. LTD.
- บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์. (2543). สถิติวิเคราะห์เพื่อการวิจัย. กรุงเทพฯ: เรือนแก้ว.
- มัลลิกา บุญนาค. (2537). สถิติเพื่อการตัดสินใจ. กรุงเทพฯ: พี.เอ็น. การพิมพ์.
- ลัดดาวัลย์ หวังพานิช. (2528). สถิติเพื่อการวิจัยพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์. กรุงเทพฯ: สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- วิสาข์ เกษประทุม. (2545). สถิตินอนพาราเมตริก. กรุงเทพฯ: พ.ศ. พัฒนา.
- วัฒนา สุนทรชัย. (2543). เรียนสถิติด้วย SPSS ภาคสถิติไม่อิงพารามิเตอร์. กรุงเทพฯ: วิทยพัฒน์.
- ส. วาสนา ประवालพฤษ. (2526). เอกสารประกอบการสอนวิชา 217 713 สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์. ขอนแก่น: สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- อำนาจ วังจัน และ พรณี บุญสุยา. (2548). สถิติทั่วไป. กรุงเทพฯ: วี.เจ. พรินติ้ง.
- อานวย เลิศชัยนัต. (2539). สถิตินอนพาราเมตริก. กรุงเทพฯ: ศิลปะการพิมพ์.
- อุมพร จันทศร. (2542). สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ฟิสส์เซ็นเตอร์.
- Daniel, Weyne W. (1990). *Applied Nonparametric Statistics*. 2nd ed. PWS-KENT Publishing Company.
- Devore, Jay L. (1995). *Probability and Statistics for Engineering and the Sciences*. 4th ed. Tokyo: Thomson.
- Siegel, Sidney. (1956). *Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences*. New York: McGraw-Hill Inc.
- Siegel, Sidney and Castellan, N. John Jr. (1988). *Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences*. 2nd ed. New York: McGraw-Hill Inc.
- <http://www.coursewares.mju.ac.th>
- <http://www.kku.ac.th/~nikom/>
- <http://www.health.nu.ac.th/stat32/index1.htm>
- <http://www.wijai48.com/journal/journal-topic.htm>
- http://www.en.wikipedia.org/wiki/binomial_test

ภาคผนวก

ตารางที่ 1 ความน่าจะเป็นส่วนที่อยู่เหนือค่า Z ของการแจกแจงปกติ

Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641
.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
.2	.4027	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
.3	.3821	.3783	.3745	.3737	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1804	.1867
.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1020	.1020	.1003	.0985
1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
1.7	.0440	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0322	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0088	.0087	.0084
2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
3.2	.0007									
3.3	.0005									
3.4	.0003									
3.5	.00023									
3.6	.00016									
3.7	.00011									
3.8	.00007									
3.9	.00005									
4.0	.00003									

The body of the table gives one-tailed probabilities under H_0 of Z . The left-hand marginal column gives various values of s to one decimal place. The top row gives various values to the second decimal place. Thus, for example, the one-tailed p of $Z \geq .11$ or $Z \leq -.11$ is $p = .4562$

ตารางที่ 2 การแจกแจงทวินาม

$$P(Y = k) = \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k}$$

N	k	p												
		.01	.05	.10	.15	.20	.25	.30	1/3	.40	.45	.50		
2	0	9801	9052	8100	7225	6400	5625	4900	4444	3600	3025	2500	2	2
	1	198	950	1800	2550	3200	3750	4200	4444	4800	4950	5000	1	
	2	1	25	100	225	400	625	900	1111	0600	2025	2500	0	
3	0	9703	8574	7290	6141	5120	4219	3430	2963	2160	1664	1250	3	3
	1	294	1354	2430	3251	3840	4219	4410	4444	4320	4084	3750	2	
	2	3	71	270	574	960	1406	1890	2222	2880	3341	3750	1	
	3	0	1	10	34	80	156	270	370	640	911	1250	0	
4	0	9606	8145	6561	5220	4096	3164	2401	1975	1296	915	625	4	4
	1	388	1715	2916	3685	4096	4219	4116	3951	3456	2995	2500	3	
	2	6	135	486	975	1536	2109	2646	2963	3456	3675	3750	2	
	3	0	5	36	115	256	469	756	988	1536	2005	2500	1	
	4	0	0	1	5	16	39	81	123	256	410	625	0	
5	0	9510	7738	5905	4437	3277	2373	1681	1317	778	503	312	5	5
	1	480	2036	3280	3915	4906	3955	3602	3292	2592	2059	1562	4	
	2	10	214	729	1382	2048	2637	3087	3292	3456	3369	3125	3	
	3	0	11	81	244	512	879	1323	1646	2304	2757	3125	2	
	4	0	0	4	22	64	146	283	412	768	1128	1562	1	
	5	0	0	0	1	3	10	24	41	102	185	312	0	
6	0	9415	7351	5314	3771	2621	1780	1176	878	467	277	156	6	6
	1	571	2321	3543	3993	3932	3560	3025	2634	1866	1359	938	5	
	2	14	305	984	1762	2458	2966	3241	3292	3110	2780	2344	4	
	3	0	21	146	415	819	1318	1852	2195	2765	3032	3152	3	
	4	0	1	12	55	154	330	595	823	1382	1861	2344	2	
	5	0	0	1	4	15	44	102	165	369	609	938	1	
	6	0	0	0	0	1	2	7	14	41	80	156	0	
		.99	.95	.90	.85	.80	.75	.70	2/3	.60	.55	.50	k	N
		p												

ตารางที่ 2 การแจกแจงทวินาม (ต่อ)

N	k	p												
		.01	.05	.10	.15	.20	.25	.30	1/3	.40	.45	.50		
7	0	9321	6983	4783	3206	2097	1335	824	585	280	152	78	7	7
	1	659	2573	3720	3960	3670	3115	2471	2048	1360	872	547	6	
	2	20	406	1240	2097	2753	3115	3177	3073	2613	2140	1641	5	
	3	0	36	230	617	1147	1730	2269	2561	2903	2918	2734	4	
	4	0	2	26	109	287	577	972	1280	1935	2388	2734	3	
	5	0	0	2	12	43	115	250	384	774	1172	1641	2	
	6	0	0	0	1	4	13	36	64	172	320	547	1	
	7	0	0	0	0	0	1	2	5	16	37	78	0	
8	0	9227	6634	4305	2725	1678	1001	576	390	168	84	39	8	8
	1	746	2763	3826	3847	3355	2670	1977	1561	896	548	312	7	
	2	26	515	1488	2376	2936	3115	2965	2731	2090	1569	1094	6	
	3	1	54	331	839	1468	2076	2541	2731	2787	2568	2188	5	
	4	0	4	46	185	459	865	1361	1707	2322	2627	2734	4	
	5	0	0	4	26	92	231	467	683	1239	1719	2188	3	
	6	0	0	0	2	11	38	100	171	413	703	1094	2	
	7	0	0	0	0	1	4	12	24	79	164	312	1	
	8	0	0	0	0	0	0	1	2	7	17	39	0	
9	0	9135	6302	3874	2316	1342	751	404	260	101	46	20	9	9
	1	830	2985	3874	3679	3032	2253	1556	117	605	339	176	8	
	2	34	629	1722	2579	3032	3003	2668	2341	1612	1110	703	7	
	3	0	77	446	1069	1762	2336	2668	2731	2508	2119	1614	6	
	4	0	6	74	283	661	1198	1715	2048	2508	2600	2461	5	
	5	0	0	8	50	165	389	735	1024	1672	2128	2461	4	
	6	0	0	1	6	28	87	210	341	743	1160	1641	3	
	7	0	0	0	0	3	12	39	73	212	407	703	2	
	8	0	0	0	0	0	1	4	9	35	83	176	1	
	9	0	0	0	0	0	0	0	1	3	6	20	0	
		.99	.95	.90	.85	.80	.75	.70	2/3	.60	.55	.50	k	N
		p												

ตารางที่ 2 การแจกแจงทวินาม (ต่อ)

N	k	p												
		.01	.05	.10	.15	.20	.25	.30	1/3	.40	.45	.50		
10	0	9044	5987	3487	1969	1047	563	282	173	60	25	10	10	10
	1	914	3151	3874	3474	2864	1877	1211	857	403	207	98	9	
	2	42	746	1937	2759	3020	2816	2335	1951	1209	763	439	8	
	3	1	105	574	1298	2013	2503	2668	2601	2150	1665	1172	7	
	4	0	10	112	401	881	1460	2001	2276	2508	2384	2051	6	
	5	0	1	15	85	246	584	1029	1366	2007	2340	2461	5	
	6	0	0	1	12	55	162	368	569	1115	1596	2051	4	
	7	0	0	0	1	8	31	90	163	425	746	1172	3	
	8	0	0	0	0	1	4	14	30	106	229	439	2	
	9	0	0	0	0	0	0	1	3	16	42	98	1	
	10	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	10	0	
12	0	8864	5405	2824	1422	687	317	138	77	22	8	2	12	12
	1	1074	3413	3766	3012	2062	1267	712	463	174	75	29	11	
	2	60	988	2301	2924	2835	2323	1678	1272	639	339	161	10	
	3	2	173	852	1720	2362	2581	2397	2120	1419	923	537	9	
	4	0	21	213	683	1392	1936	2311	2356	2128	1700	1208	8	
	5	0	2	38	193	532	1032	1585	1907	2270	2225	1934	7	
	6	0	0	5	40	155	401	792	1112	1766	2124	2256	6	
	7	0	0	0	6	33	115	291	477	1009	1489	1934	5	
	8	0	0	0	1	5	24	78	149	420	762	1208	4	
	9	0	0	0	0	1	4	15	33	125	277	537	3	
	10	0	0	0	0	0	0	2	5	25	68	161	2	
	11	0	0	0	0	0	0	0	0	3	10	29	1	
	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0	
		.99	.95	.90	.85	.80	.75	.70	2/3	.60	.55	.50	k	N
		p												

ตารางที่ 2 การแจกแจงทวินาม (ต่อ)

N	k	p												
		.01	.05	.10	.15	.20	.25	.30	1/3	.40	.45	.50		
20	0	8179	3385	1216	388	115	32	8	3	0	0	0	20	20
	1	1650	3774	2702	1368	576	211	68	30	5	1	0	19	
	2	159	1887	2852	2293	1369	669	278	143	31	8	2	18	
	3	0	596	1901	2428	2054	1339	716	429	123	40	11	17	
	4	0	0	898	1812	2182	1897	1304	911	350	139	46	16	
	5	0	0	319	1028	1746	2023	1789	1457	746	365	148	15	
	6	0	0	89	454	1091	1686	1916	1821	1244	746	370	14	
	7	0	0	20	160	545	1124	1643	1821	1659	1221	739	13	
	8	0	0	4	46	222	609	1144	1480	1797	1623	1201	12	
	9	0	0	1	11	74	271	654	987	1597	1771	1602	11	
	10	0	0	0	2	20	99	308	543	1171	1593	1762	10	
	11	0	0	0	0	5	30	120	247	710	1185	1602	9	
	12	0	0	0	0	1	8	39	92	355	727	1201	8	
	13	0	0	0	0	0	2	10	28	146	366	739	7	
	14	0	0	0	0	0	0	2	7	49	150	370	6	
	15	0	0	0	0	0	0	0	1	13	49	148	5	
	16	0	0	0	0	0	0	0	0	3	13	46	4	
	17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	11	3	
	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	
	19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		.99	.95	.90	.85	.80	.75	.70	2/3	.60	.55	.50	k	N
		p												

ตารางที่ 2 การแจกแจงทวินาม (ต่อ)

N	k	p												
		.01	.05	.10	.15	.20	.25	.30	1/3	.40	.45	.50		
25	0	7778	2774	718	172	38	8	1	0	0	0	0	25	25
	1	1964	3650	1994	759	236	63	14	5	0	0	0	24	
	2	238	2305	2659	1607	708	251	74	30	4	1	0	23	
	3	18	930	2265	2174	1358	641	243	114	19	4	1	22	
	4	1	269	1384	2110	1867	1175	572	313	71	18	4	21	
	5	0	60	646	1564	1960	1645	1030	658	199	63	16	20	
	6	0	10	239	920	1633	1828	1472	1096	442	172	53	19	
	7	0	1	72	441	1108	1654	1712	1487	800	381	143	18	
	8	0	0	18	175	623	1241	1651	1673	1200	701	322	17	
	9	0	0	4	58	294	781	1336	1580	1511	1084	609	16	
	10	0	0	1	16	118	417	916	1264	1612	1419	974	15	
	11	0	0	0	4	40	189	536	862	1465	1583	1328	14	
	12	0	0	0	1	12	74	268	503	1140	1551	1550	13	
	13	0	0	0	0	3	25	115	251	760	1236	1550	12	
	14	0	0	0	0	1	7	42	108	434	867	1328	11	
	15	0	0	0	0	0	2	13	40	212	520	974	10	
	16	0	0	0	0	0	0	4	12	88	266	609	9	
	17	0	0	0	0	0	0	1	3	31	115	322	8	
	18	0	0	0	0	0	0	0	1	9	42	143	7	
	19	0	0	0	0	0	0	0	0	2	13	53	6	
	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	16	5	
	21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	4	4	
	22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	
	23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	
	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
	25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		.99	.95	.90	.85	.80	.75	.70	2/3	.60	.55	.50	k	N
		p												

ตารางที่ 2 การแจกแจงทวินาม (ต่อ)

N	k	p												
		.01	.05	.10	.15	.20	.25	.30	1/3	.40	.45	.50		
30	0	739	2146	424	76	12	2	0	0	0	0	0	30	30
	1	2242	3389	1413	404	93	18	3	1	0	0	0	29	
	2	31	1270	2277	1034	337	86	18	6	0	0	0	28	
	3	2	451	2361	1703	785	169	72	26	3	0	0	27	
	4	0	124	1771	2028	1325	604	208	89	12	2	0	26	
	5	0	27	1023	1861	1723	1047	464	232	41	8	1	25	
	6	0	5	474	1368	1795	1455	829	484	115	29	6	24	
	7	0	1	180	828	1538	1662	1219	829	263	81	19	23	
	8	0	0	58	420	1106	1593	1501	1192	505	191	55	22	
	9	0	0	16	181	676	1298	1573	1457	823	382	133	21	
	10	0	0	4	67	355	909	1416	1530	1152	656	280	20	
	11	0	0	1	22	161	551	1103	1391	1396	976	509	19	
	12	0	0	0	6	64	291	749	1101	1474	1265	805	18	
	13	0	0	0	1	22	134	444	762	1360	1433	1115	17	
	14	0	0	0	0	7	54	231	463	1101	1424	1354	16	
	15	0	0	0	0	2	19	106	247	783	1242	1445	15	
	16	0	0	0	0	0	6	42	116	489	953	1354	14	
	17	0	0	0	0	0	2	15	48	269	624	1115	13	
	18	0	0	0	0	0	0	5	17	129	379	805	12	
	19	0	0	0	0	0	0	1	5	54	196	509	11	
	20	0	0	0	0	0	0	0	1	20	88	280	10	
	21	0	0	0	0	0	0	0	0	6	34	133	9	
	22	0	0	0	0	0	0	0	0	1	12	55	8	
	23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	19	7	
	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6	6	
	25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	5	
		.99	.95	.90	.85	.80	.75	.70	2/3	.60	.55	.50	k	N
		p												

ตารางที่ 2 การแจกแจงทวินาม (ต่อ)

N	k	p												
		.01	.05	.10	.15	.20	.25	.30	1/3	.40	.45	.50		
30	26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	30
	27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	
	28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	
	29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		.99	.95	.90	.85	.80	.75	.70	2/3	.60	.55	.50	k	N
		p												

ที่มา: Siegel & Castellan (1988, 326-329)

หมายเหตุ

ถ้า $p \leq .50$ ใช้ค่า p บรรทัดบน และค่า k ทางซ้ายมือ

ถ้า $p \geq .50$ ใช้ค่า p บรรทัดล่าง และค่า k ทางขวามือ

ตารางที่ 3 ค่าความน่าจะเป็นของค่า k ที่เป็นค่าน้อยกว่าในการทดสอบทวินาม

สำหรับการทดสอบทางเดียว เมื่อ $H_0 : p = q = \frac{1}{2}$

$\begin{matrix} k \\ N \end{matrix}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4	062	312	688	938	1.0											
5	031	188	500	812	969	1.0										
6	016	109	344	656	891	984	1.0									
7	008	062	227	500	773	938	992	1.0								
8	004	053	145	363	637	855	965	996	1.0							
9	002	020	090	254	500	746	910	980	998	1.0						
10	001	011	055	172	377	623	828	945	989	999	1.0					
11		006	033	113	274	500	726	887	967	994	999	1.0				
12		003	019	073	194	387	613	806	927	981	997	999	1.0			
13		002	011	046	133	291	500	709	867	954	989	998	999	1.0		
14		001	006	029	090	212	395	605	788	910	971	994	999	999	1.0	
15			003	018	059	151	304	500	696	849	941	982	996	999	999	1.0

ตารางที่ 3 ค่าความน่าจะเป็นของค่า k ที่เป็นค่าน้อยกว่าในการทดสอบทวินาม

สำหรับการทดสอบทางเดียว เมื่อ $H_0 : p = q = \frac{1}{2}$ (ต่อ)

N \ k																					
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17			
16			002	011	038	105	227	402	598	773	895	962	989	998	999	999	1.0				
17			001	006	025	072	166	315	500	685	834	928	975	994	999	999	999	1.0			
18			001	004	015	048	119	240	407	593	760	881	952	985	996	999	999	999			
19				002	010	032	084	180	324	500	676	820	916	968	990	998	999	999			
20				001	006	021	058	132	252	412	588	748	868	942	979	994	999	999			
21					001	004	013	039	095	192	332	500	668	808	905	961	987	996			
22						002	008	026	067	143	262	416	584	738	857	933	974	992			
23						001	005	017	047	105	202	339	500	661	798	895	953	983			
24						001	003	011	032	076	154	271	419	581	729	846	924	968			
25							002	007	022	054	115	212	345	500	655	788	885	946			
26							001	005	014	038	084	163	279	423	577	721	837	916			
27							001	003	010	026	061	124	221	351	500	649	779	876			
28								002	006	018	044	092	172	286	425	575	714	828			
29								001	004	012	031	068	132	229	356	500	644	771			
30								001	003	008	021	049	100	181	292	428	572	708			
31									002	005	015	035	075	141	237	360	500	640			
32									001	004	010	025	055	108	189	298	430	570			
33									001	002	007	018	040	081	148	243	364	500			
34										001	005	012	029	061	115	196	304	432			
35										001	003	008	020	045	088	155	250	368			

ที่มา: Siegel & Castellan (1988, 324-325)

หมายเหตุ จุดทศนิยม และค่าน้อยกว่า 0.0005 ไม่ได้แสดงไว้ในตาราง

ตารางที่ 4 ค่าวิกฤตของไคกำลังสอง

df	$\chi^2_{0.100}$	$\chi^2_{0.050}$	$\chi^2_{0.025}$	$\chi^2_{0.010}$	$\chi^2_{0.005}$
1	2.70554	3.84146	5.02389	6.63490	7.87944
2	4.60517	5.99147	7.37776	9.21034	10.5966
3	6.25139	7.81473	9.34840	11.3449	12.8381
4	7.7794	9.48773	11.1433	13.2767	14.8602
5	9.23635	11.0705	12.8325	15.0863	16.7196
6	10.6446	12.5916	14.4494	16.8119	18.5476
7	12.0170	14.0671	16.0128	18.4753	20.2777
8	13.3616	15.5073	17.5346	20.0902	21.9550
9	14.6837	16.9190	19.0228	21.6660	23.5893
10	15.9071	18.3070	20.4831	23.2093	25.1882
11	17.2750	19.6751	21.9200	24.7250	26.7569
12	18.5494	21.0261	23.3367	26.2170	28.2995
13	19.8119	22.3621	24.7356	27.6883	29.8194
14	21.0642	23.6848	26.1190	29.1413	31.3193
15	22.3072	24.9958	27.4884	30.5779	32.8013
16	23.5418	26.2962	28.8454	31.9999	34.2672
17	24.7690	27.5871	30.1910	33.4087	35.7185
18	25.9894	28.0693	31.5264	34.8053	37.1564
19	27.2036	30.1435	32.8523	36.1908	38.5822
20	28.4120	31.4104	34.1696	37.5662	39.9968
21	29.6151	32.6705	35.4789	38.9321	41.4010
22	30.8133	33.9244	36.7807	40.2894	42.7956
23	32.0069	35.1725	38.0757	41.6348	44.1813
24	33.1963	36.4151	39.3641	42.9798	45.5585
25	34.3816	37.6252	40.6465	44.3141	46.9278
26	35.5631	38.8852	41.9232	45.6417	48.2899
27	36.7412	40.1133	43.1944	46.9630	49.6649
28	37.9159	41.3372	44.4607	48.2782	50.9933
29	39.0075	42.5569	45.7222	49.5879	52.3356
30	40.2560	43.7729	46.9792	50.8922	53.6720
40	51.8050	55.7585	59.3417	63.6907	66.7659
50	63.1671	67.5048	71.4202	76.1539	79.4900
60	54.3970	79.0819	83.2976	88.3794	91.9517
70	85.5271	90.5312	95.0231	100.425	104.215
80	96.5782	101.879	106.629	112.329	116.321
90	107.565	113.145	118.136	124.116	128.299
100	118.498	124.342	129.561	135.807	140.169

ตารางที่ 4 ค่าวิกฤตของไคกำลังสอง (ต่อ)

df	$\chi^2_{0.995}$	$\chi^2_{0.990}$	$\chi^2_{0.975}$	$\chi^2_{0.950}$	$\chi^2_{0.900}$
1	0.0000393	0.0001571	0.0009821	0.0039321	0.0157908
2	0.0100251	0.201007	0.0506356	0.102587	0.210720
3	0.0717212	0.114832	0.215795	0.351846	0.584375
4	0.206990	0.297110	0.484419	0.710721	1.063623
5	0.411740	0.554300	0.831211	1.145476	1.61031
6	0.675727	0.872085	1.237347	1.63539	2.20413
7	0.909265	1.239043	1.68987	2.16735	2.83311
8	1.344419	1.646482	2.17973	2.73264	3.48954
9	1.734926	2.087912	2.70039	3.32511	4.16816
10	2.15585	2.55821	3.24697	3.94030	4.86518
11	2.60321	3.05357	3.81575	4.57481	5.57779
12	3.07382	3.57056	4.40379	5.22603	6.30380
13	3.56503	4.10691	5.00874	5.89106	7.04150
14	4.07468	4.66043	5.62872	6.57063	7.78953
15	4.60094	5.22935	6.26214	7.26094	8.54675
16	5.14224	5.81221	6.90766	7.96164	9.31223
17	5.69724	6.40776	7.56418	8.67176	10.0852
18	6.26181	7.01491	8.23075	9.39046	10.8649
19	6.84398	7.63273	8.90655	10.1170	11.6509
20	7.43386	8.26040	9.59083	10.8508	12.4426
21	8.03366	8.89720	10.28293	11.5913	13.2396
22	8.64272	9.54249	10.9823	12.3380	14.0415
23	9.26042	10.19567	11.6885	13.0905	14.8479
24	9.88623	10.8564	12.4011	13.8484	15.6587
25	10.5197	11.5240	13.1197	14.6114	16.4734
26	11.1603	12.1981	13.8439	15.3791	17.2919
27	11.8076	12.8786	14.5733	16.1513	18.1138
28	12.4613	13.5648	15.3079	16.9279	18.9392
29	13.1211	14.2565	16.0471	17.7083	19.7677
30	13.7867	14.9535	16.7908	18.4926	20.5992
40	20.7065	22.1643	24.4331	26.5093	29.0505
50	27.9907	29.7067	32.3574	34.7642	37.6886
60	35.5346	37.4848	40.4817	43.1879	46.4589
70	43.2752	45.4410	48.7576	51.7393	55.3290
80	51.1720	53.5400	57.1532	60.3915	64.2778
90	59.1963	61.7541	65.6466	69.1260	73.2912
100	67.3276	70.0648	74.2219	77.9295	82.3581

ตารางที่ 5 ค่าวิกฤตของ D ในการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิธโนฟ สำหรับกลุ่มตัวอย่าง
กลุ่มเดียว

ขนาดของ กลุ่มตัวอย่าง (N)	ระดับนัยสำคัญสำหรับ $D = \text{Maximum } F_0(x) - S_N(x) $				
	.20	.15	.10	.05	.01
1	.900	.925	.950	.975	.995
2	.684	.726	.776	.842	.929
3	.565	.597	.642	.708	.828
4	.494	.525	.564	.624	.733
5	.446	.474	.510	.565	.669
6	.410	.436	.470	.521	.618
7	.381	.405	.438	.486	.577
8	.358	.381	.411	.475	.543
9	.339	.360	.388	.432	.514
10	.332	.342	.368	.410	.490
11	.307	.326	.352	.391	.468
12	.295	.313	.338	.375	.450
13	.284	.302	.325	.361	.433
14	.274	.292	.314	.349	.418
15	.266	.283	.304	.338	.404
16	.258	.274	.295	.328	.392
17	.250	.266	.286	.318	.381
18	.244	.259	.278	.309	.371
19	.237	.252	.272	.301	.363
20	.231	.246	.264	.249	.356
25	.210	.220	.240	.270	.320
30	.190	.200	.220	.240	.290
35	.180	.190	.210	.230	.270
มากกว่า 35	$\frac{1.07}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.14}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.22}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.36}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.63}{\sqrt{N}}$

ที่มา : Siegel & Castellan (1988)

ตารางที่ 6 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบสองทางของ $mnD_{m,n}$ ในการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิร์นอฟ กรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มตัวเลขในแถวที่ 1,2 และ 3 สำหรับแต่ละ (m,n) เป็นค่าวิกฤตเมื่อระดับความมีนัยสำคัญเป็น .10, .05 และ .01 ตามลำดับ

n	m											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1												
2					10	12	14	16	18	18	20	22
								16	18	20	22	24
3			9	12	15	15	18	21	21	24	27	27
					15	18	21	21	24	27	30	30
									27	30	33	36
4			12	16	16	18	21	24	27	28	29	36
				16	20	20	24	28	28	30	33	36
						24	28	32	36	36	40	44
5		10	15	16	20	24	25	27	30	35	35	36
			15	20	25	24	28	30	35	40	39	43
					25	30	35	35	40	45	45	50
6		12	15	18	24	30	28	30	33	36	38	48
			18	20	24	30	30	34	39	40	43	48
				24	30	36	36	40	45	48	54	60
7		14	18	21	25	28	35	34	36	40	44	46
			21	24	28	30	42	40	42	46	48	53
				28	35	36	42	48	49	53	59	60
8		16	21	24	27	30	34	40	40	44	48	52
			16	21	28	30	34	40	48	46	53	60
				32	35	40	48	56	55	60	64	68
9		18	21	27	30	33	36	40	54	50	52	57
			18	24	28	35	39	42	46	54	53	63
				27	36	40	45	29	55	63	63	75
10		18	24	28	35	36	40	44	50	60	57	60
			20	27	30	40	40	46	48	53	70	66
				30	36	45	48	53	60	63	80	80
11		20	27	29	35	38	44	48	52	57	66	64
			22	30	33	39	43	48	53	59	60	72
				33	40	45	54	59	64	70	77	86

ตารางที่ 6 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบสองทางของ $mnD_{m,n}$ ในการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ กรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มตัวเลขในแถวที่ 1,2 และ 3 สำหรับแต่ละ (m,n) เป็นค่าวิกฤตเมื่อระดับความมีนัยสำคัญเป็น .10, .05 และ .01 (ต่อ)

n	m												
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1							19	20	21	22	23	24	25
2	24	24	26	28	30	32	32	34	36	38	38	40	42
	26	26	28	30	32	34	36	38	38	40	42	44	48
							38	40	42	44	46	48	50
3	30	33	33	36	36	39	42	42	45	48	48	51	54
	33	36	36	39	42	45	45	48	51	51	54	57	60
	36	42	42	45	48	51	54	57	57	60	63	66	69
4	35	38	40	44	44	46	49	52	52	56	57	60	63
	39	42	44	48	48	50	53	60	59	62	64	68	68
	48	48	52	56	60	60	64	68	72	72	76	80	84
5	40	42	50	48	50	52	56	60	60	63	65	67	75
	45	46	55	54	55	60	61	65	69	70	72	76	80
	53	56	60	64	68	70	71	80	80	83	87	90	95
6	46	48	51	54	56	66	64	66	69	70	73	78	78
	52	54	57	60	62	72	70	72	75	78	80	90	88
	60	64	69	72	73	84	83	88	90	92	97	102	107
7	50	56	56	59	61	65	69	72	77	77	80	84	86
	56	63	62	64	68	72	76	79	91	84	89	92	97
	65	77	75	77	84	87	91	93	105	103	108	112	115
8	54	58	60	72	68	72	74	80	81	84	89	96	95
	62	64	67	80	77	80	82	88	89	94	98	104	104
	72	76	81	88	88	94	98	104	107	112	115	128	125
9	59	63	69	69	74	81	80	84	90	91	94	99	101
	65	70	75	78	82	90	89	93	99	101	106	111	114
	78	84	90	94	99	108	107	111	117	122	126	133	135
10	64	68	75	76	79	82	85	100	95	98	101	106	110
	70	74	80	84	89	92	94	110	105	108	114	118	125
	84	90	100	100	106	108	113	130	126	130	137	140	150
11	67	73	76	80	85	88	92	96	101	110	108	111	117
	75	82	84	89	93	97	102	107	112	121	119	124	129
	91	96	102	106	110	118	122	127	134	143	142	150	154

ตารางที่ 6 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบสองทางของ $mnD_{m,n}$ ในการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ กรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มตัวเลขในแถวที่ 1,2 และ 3 สำหรับแต่ละ (m,n) เป็นค่าวิกฤตเมื่อระดับความมีนัยสำคัญเป็น .10, .05 และ .01 ตามลำดับ (ต่อ)

n	m												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
12	22	27	36	36	48	46	52	57	60	64	72	71	
	23	30	36	43	48	53	60	63	66	72	84	81	
		36	44	50	60	60	68	75	80	86	96	95	
13	24	30	35	40	46	50	54	59	64	67	71	91	
	26	33	39	45	52	56	62	65	70	75	81	91	
		39	48	52	60	65	72	78	84	91	95	117	
14	24	33	38	42	48	56	58	63	68	73	78	78	
	26	36	42	46	54	63	64	70	74	82	86	89	
		42	48	56	64	77	76	84	90	96	104	104	
15	26	33	40	50	51	56	60	69	75	76	84	87	
	28	36	44	55	57	62	67	75	80	84	93	96	
		42	52	60	69	75	81	90	100	102	108	115	
16	28	36	44	48	54	59	72	69	76	80	88	91	
	30	39	48	54	60	64	80	78	84	89	96	101	
		45	56	64	72	77	88	94	100	106	116	121	
17	30	36	44	50	56	61	68	74	79	85	90	96	
	32	42	48	55	62	68	77	82	89	93	100	105	
		48	60	68	73	84	88	99	106	110	119	127	
18	32	39	46	52	66	65	72	81	82	88	96	99	
	34	45	50	60	72	72	80	90	92	97	108	110	
		51	60	70	84	87	94	108	108	118	126	131	
19	19	32	42	49	56	64	69	74	80	85	92	99	104
		36	45	53	61	70	76	82	89	94	102	108	114
		38	54	64	71	83	91	98	107	113	122	130	138
20	20	34	42	52	60	66	72	80	84	100	96	104	108
		38	48	60	65	72	79	88	93	110	107	116	120
		40	57	68	80	88	93	104	111	130	127	140	143
21	21	36	45	52	60	69	77	81	90	95	101	108	113
		38	51	59	69	75	91	89	99	105	112	120	126
		42	57	72	80	90	105	107	117	126	134	141	150
22	22	38	48	56	63	70	77	84	91	98	110	110	117
		40	51	62	70	78	84	94	101	108	120	124	130
		44	60	72	83	92	103	112	122	130	143	148	156

ตารางที่ 6 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบสองทางของ $mnD_{m,n}$ ในการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ กรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มตัวเลขในแถวที่ 1,2 และ 3 สำหรับแต่ละ (m,n) เป็นค่าวิกฤตเมื่อระดับความมีนัยสำคัญเป็น .10, .05 และ .01 ตามลำดับ (ต่อ)

n	m											
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
12	78	84	88	90	96	99	104	108	110	113	132	120
	86	93	96	100	108	108	116	120	124	125	144	138
	104	108	116	119	126	130	140	141	148	149	168	165
13	78	87	91	96	99	104	108	113	117	120	125	131
	89	96	101	105	110	114	120	126	130	135	140	145
	104	115	121	127	131	138	143	150	156	161	166	172
14	98	92	96	100	104	110	114	126	124	127	132	136
	112	98	106	111	116	121	126	140	138	142	146	150
	126	123	126	134	140	148	152	161	164	170	176	182
15	92	105	101	105	111	114	125	126	130	134	141	145
	98	120	114	116	123	127	135	138	144	149	156	160
	123	135	133	142	147	152	160	168	173	179	186	195
16	96	101	112	109	116	120	128	130	136	141	152	149
	106	114	128	124	128	133	140	145	150	157	168	167
	126	133	160	143	154	160	168	173	180	187	200	199
17	100	105	109	136	118	126	132	136	142	146	151	156
	111	116	124	136	133	141	146	151	157	163	168	173
	134	142	143	170	164	166	175	180	187	196	203	207
18	104	111	116	118	144	133	136	144	148	152	162	162
	116	123	128	133	162	142	152	159	164	170	180	180
	140	147	154	164	180	176	182	189	196	204	216	216
19	110	114	120	126	133	152	144	147	152	159	164	168
	121	127	133	141	142	171	160	163	169	177	183	187
	148	152	160	166	176	190	187	199	204	209	218	224
20	114	125	128	132	136	144	160	154	160	164	172	180
	126	135	140	146	152	160	180	173	176	184	192	200
	152	160	168	175	182	187	220	199	212	219	228	235
21	126	126	130	136	144	147	154	168	163	171	177	182
	140	138	145	151	159	163	173	189	183	189	198	202
	161	168	173	180	189	199	199	231	223	227	237	244
22	124	130	136	142	148	152	160	163	198	173	182	189
	138	144	150	157	164	169	176	183	198	194	204	209
	164	173	180	187	196	204	212	223	242	237	242	250

ตารางที่ 6 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบสองทางของ $mnD_{m,n}$ ในการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ กรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มตัวเลขในแถวที่ 1,2 และ 3 สำหรับแต่ละ (m,n) เป็นค่าวิกฤตเมื่อระดับความมีนัยสำคัญเป็น .10, .05 และ .01 ตามลำดับ (ต่อ)

n	m												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
23	23	38	48	57	65	73	80	89	94	101	108	113	120
		42	54	64	72	80	89	98	106	114	119	125	135
		46	63	76	87	97	108	115	126	137	142	149	161
24	24	40	51	60	67	78	84	96	99	106	111	132	125
		44	57	68	76	90	92	104	111	118	124	144	140
		48	66	80	90	102	112	128	132	140	150	168	166
25	25	42	54	63	75	78	86	95	101	110	117	120	131
		46	60	68	80	88	97	104	114	125	129	138	145
		50	69	84	95	107	115	125	135	150	154	165	172

n	m												
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
23	127	134	141	146	152	159	164	171	173	207	183	195	
	142	149	157	163	170	177	184	189	194	230	205	216	
	170	179	187	196	204	209	219	227	273	253	249	262	
24	132	141	152	151	162	164	172	177	182	183	216	204	
	146	156	168	168	180	183	192	198	204	205	240	225	
	176	186	200	203	216	218	228	237	242	249	288	262	
25	136	145	149	156	162	168	180	182	189	195	204	225	
	150	160	167	173	180	187	200	202	209	216	225	250	
	182	195	199	207	216	224	235	244	250	262	262	300	

Siegel & Castellan (1988, 350-350)

ตารางที่ 7 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบทางเดียวของ $mnD_{m,n}$ ในการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิร์นอฟ กรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มตัวเลขในแถวที่ 1,2 และ 3 สำหรับแต่ละ (m,n) เป็นค่าวิกฤตเมื่อระดับความมีนัยสำคัญเป็น .10, .05 และ .01 ตามลำดับ

n	m											
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
3	9	10	11	15	15	16	21	19	22	24	25	26
	9	10	13	15	16	19	21	22	25	27	28	31
	**	**	**	**	19	22	27	28	31	33	34	37
4	10	16	13	16	18	24	21	24	26	32	29	32
	10	16	16	18	21	24	25	28	29	36	33	38
	**	**	17	22	25	32	29	34	37	40	41	46
5	11	13	20	19	21	23	26	30	30	32	35	37
	13	16	20	21	24	26	28	35	35	36	40	42
	**	17	25	26	29	33	36	40	41	46	48	51
6	15	16	19	24	24	26	30	32	33	42	37	42
	15	18	21	30	25	30	33	36	38	48	43	48
	**	22	26	36	31	38	42	44	49	54	54	60
7	15	18	21	24	35	28	32	34	38	40	44	49
	16	21	24	25	35	34	36	40	43	45	50	56
	19	25	29	31	42	42	46	50	53	57	59	70
8	16	24	23	26	28	40	33	40	41	48	47	50
	19	24	26	30	34	40	40	44	48	52	53	58
	22	32	33	38	42	48	49	56	59	64	66	72
9	21	21	26	30	32	33	45	43	45	51	51	54
	21	25	28	33	36	40	54	46	51	57	57	63
	27	29	36	42	46	49	63	61	62	69	73	77
10	19	24	30	32	34	40	43	50	48	52	55	60
	22	28	35	36	40	44	46	60	57	60	62	68
	28	34	40	44	50	56	61	70	69	74	78	84
11	22	26	30	33	38	41	45	48	66	54	59	63
	25	29	35	38	43	48	51	57	66	64	67	72
	31	37	41	49	53	59	62	69	88	77	85	89

ตารางที่ 7 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบทางเดียวของ $mnD_{m,n}$ ในการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ กรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มตัวเลขในแถวที่ 1,2 และ 3 สำหรับแต่ละ (m,n) เป็นค่าวิกฤตเมื่อระดับความมีนัยสำคัญเป็น .10, .05 และ .01 ตามลำดับ (ต่อ)

n	m										
	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
3	30	30	32	36	36	37	42	40	43	45	46
	33	34	35	39	40	41	45	46	47	51	52
	42	43	43	48	49	52	54	55	58	63	64
4	34	40	37	40	41	48	45	48	49	56	53
	38	44	44	46	49	52	52	56	57	60	61
	46	52	53	56	57	64	64	66	69	76	73
5	45	41	44	46	47	55	51	54	56	58	65
	50	46	49	51	56	60	60	62	63	67	75
	60	56	61	63	67	75	75	76	81	82	90
6	43	48	49	54	54	56	60	62	63	72	67
	51	54	56	60	61	66	69	70	73	78	78
	63	66	68	78	77	80	84	88	91	96	96
7	48	51	54	56	59	61	70	68	70	72	74
	36	58	61	64	68	72	77	77	79	83	85
	70	71	75	81	85	87	98	97	99	103	106
8	52	64	57	62	64	72	71	74	76	88	81
	60	72	65	72	73	80	81	84	89	96	95
	75	88	81	88	91	100	100	106	107	120	118
9	60	61	65	72	70	73	78	79	82	87	88
	69	68	74	81	80	83	90	91	94	99	101
	84	86	92	99	99	103	111	111	117	123	124
10	65	66	69	72	74	90	80	86	88	92	100
	75	76	77	82	85	100	91	98	101	106	110
	90	94	97	104	104	120	118	120	125	130	140
11	66	69	72	76	79	84	85	99	95	98	100
	76	80	83	87	92	95	101	110	108	111	116
	95	100	104	108	114	117	124	143	132	138	143

ตารางที่ 7 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบทางเดียวของ $mnD_{m,n}$ ในการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิร์นอฟ กรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มตัวเลขในแถวที่ 1,2 และ 3 สำหรับแต่ละ (m,n) เป็นค่าวิกฤตเมื่อระดับความมีนัยสำคัญเป็น .10, .05 และ .01 ตามลำดับ (ต่อ)

n	m											
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
12	24	32	32	42	40	48	51	52	54	72	61	68
	27	36	36	48	45	52	57	60	64	72	71	78
	33	40	46	54	57	64	69	74	77	96	92	94
13	25	29	35	37	44	47	51	55	59	61	78	72
	28	33	40	43	50	53	57	62	67	71	91	78
	34	41	48	54	59	66	73	78	85	92	104	102
14	26	32	37	42	49	50	54	60	63	68	72	84
	31	38	42	48	56	58	63	68	72	78	78	98
	37	46	51	60	70	72	77	84	89	94	102	112
15	30	34	45	45	48	52	60	65	66	72	75	80
	33	38	50	51	56	60	69	75	76	84	86	92
	42	46	60	63	70	75	84	90	95	102	106	111
16	30	40	41	48	51	64	61	66	69	76	79	84
	34	44	46	54	58	72	68	76	80	88	90	96
	43	52	56	66	71	88	86	94	100	108	112	120
17	32	37	44	49	54	57	65	69	72	77	81	87
	35	44	49	56	61	65	74	77	83	89	94	99
	43	53	60	68	75	81	92	97	104	111	118	124
18	36	40	46	54	56	62	72	72	76	84	87	92
	39	46	51	66	64	72	81	82	87	96	98	104
	48	56	63	78	81	88	99	104	108	120	121	130
19	36	41	47	54	59	64	70	74	79	85	89	94
	40	49	56	61	68	73	80	85	92	98	102	108
	49	57	67	77	85	91	99	104	114	121	127	135
20	37	48	55	56	61	72	73	90	84	92	95	100
	41	52	60	66	72	80	83	100	95	104	108	114
	52	64	75	80	87	100	103	120	117	128	135	142
21	42	45	51	60	70	71	78	80	85	93	97	112
	45	52	60	69	77	81	90	91	101	108	112	126
	54	64	75	84	98	100	111	118	124	132	138	154
22	40	48	54	62	68	74	79	86	99	98	100	108
	43	56	62	70	77	84	91	98	110	110	117	124
	55	66	76	88	97	106	111	120	143	138	143	152

ตารางที่ 7 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบทางเดียวของ $mnD_{m,n}$ ในการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ กรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มตัวเลขในแถวที่ 1,2 และ 3 สำหรับแต่ละ (m,n) เป็นค่าวิกฤตเมื่อระดับความมีนัยสำคัญเป็น .10, .05 และ .01 ตามลำดับ (ต่อ)

n	m										
	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
12	72	76	77	84	85	92	93	98	100	108	106
	84	88	89	96	98	104	108	110	113	132	120
	102	108	111	120	121	128	132	138	138	156	153
13	75	79	81	87	89	95	97	100	105	109	111
	86	90	94	98	102	108	112	117	120	124	131
	106	112	118	121	127	135	138	143	150	154	160
14	80	84	87	92	94	100	112	108	110	116	119
	92	96	99	104	108	114	126	124	127	132	136
	111	120	124	130	135	142	154	152	157	164	169
15	90	87	91	99	100	110	111	111	117	123	130
	105	101	111	111	113	125	126	130	134	141	145
	135	120	130	138	142	150	156	160	165	174	180
16	87	112	94	100	104	112	114	118	122	136	130
	101	112	109	116	120	128	130	136	140	152	148
	120	144	139	142	149	156	162	168	174	184	185
17	91	94	119	102	108	113	118	122	128	132	137
	105	109	136	118	125	130	135	141	146	150	156
	130	139	153	150	157	162	168	175	181	187	192
18	99	100	102	126	116	120	126	128	133	144	142
	111	116	118	144	127	136	144	148	151	162	161
	138	142	150	180	160	170	177	184	189	198	201
19	100	104	108	116	133	125	126	132	137	142	148
	113	120	125	127	152	144	147	151	159	162	168
	142	149	157	160	190	171	183	189	197	204	211
20	110	112	113	120	125	140	134	138	143	152	155
	125	128	130	136	144	160	154	160	163	172	180
	150	156	162	170	171	200	193	196	203	212	220
21	111	114	118	126	128	134	147	142	147	156	158
	126	130	135	144	147	154	168	163	170	177	182
	156	162	168	177	183	193	210	205	212	222	225
22	111	118	122	128	132	138	142	176	151	158	163
	130	136	141	148	151	160	163	198	173	182	188
	160	168	175	184	189	196	205	242	217	228	234

ตารางที่ 7 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบทางเดียวของ $mnD_{m,n}$ ในการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมีร์นอฟ กรณีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มตัวเลขในแถวที่ 1,2 และ 3 สำหรับแต่ละ (m,n) เป็นค่าวิกฤตเมื่อระดับความมีนัยสำคัญเป็น .10, .05 และ .01 ตามลำดับ (ต่อ)

n	m											
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
23	43	49	56	63	70	76	82	88	95	100	105	110
	47	57	65	73	79	89	94	101	108	113	120	127
	58	69	81	91	99	107	117	125	132	138	150	157
24	45	56	58	72	72	88	87	92	98	108	109	116
	51	60	67	78	83	96	99	106	111	132	124	132
	63	76	82	96	103	120	123	130	138	156	154	164
25	46	53	65	67	74	81	88	100	100	106	111	119
	52	61	75	78	85	95	101	110	116	120	131	136
	64	73	90	96	106	118	124	140	143	153	160	169

n	m											
	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
23	117	122	128	133	137	143	147	151	184	160	169	
	134	140	146	151	159	163	170	173	207	183	194	
	165	174	181	189	197	203	212	217	253	228	242	
24	123	136	132	144	142	152	156	158	160	192	178	
	141	152	150	162	162	172	177	182	183	216	204	
	174	184	187	198	204	212	222	228	228	264	254	
25	130	130	137	142	148	155	158	163	169	178	200	
	145	148	156	161	168	181	182	188	194	204	225	
	180	185	192	201	211	220	225	234	242	254	275	

ที่มา : Siegel & Castellan (1988, 348-349)

ตารางที่ 8 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบของ $D_{m,n}$ ในการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิร์นอฟ
แบบสองทาง กรณีกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ 2 กลุ่ม

Level of significance	Value of D so large as to call for rejection of H_0 at the indicated level of significance, where $D = \text{maximum } S_{n_1}(X) - S_{n_2}(X) $
0.10	$1.22 \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}}$
0.05	$1.36 \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}}$
0.025	$1.48 \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}}$
0.01	$1.63 \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}}$
0.005	$1.73 \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}}$
0.001	$1.95 \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}}$

ตารางที่ 9 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบของ K_D ในการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิร์นอฟ
แบบสองทาง กรณีกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ 2 กลุ่ม

N	One-tailed test *		Two-tailed test *	
	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$
3	3	–	–	–
4	4	–	4	–
5	4	5	5	5
6	5	6	5	6
7	5	6	6	6
8	5	7	6	7
9	6	7	6	7
10	6	8	7	8
11	6	8	7	8
12	6	8	7	8
13	7	8	7	9
14	7	8	8	9
15	7	9	8	9
16	7	9	8	10
17	8	9	8	10
18	8	10	9	10
19	8	10	9	10
20	8	10	9	11
21	8	10	9	11
22	9	11	9	11
23	9	11	10	11
24	9	11	10	12
25	9	11	10	12
26	9	11	10	12
27	9	12	11	12
28	10	12	11	13
29	10	12	11	13
30	10	12	11	13
35	11	13	12	–
40	11	14	13	–

ตารางที่ 10 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบวิลคอกซอล

	Significance level: two-tailed/non-directional	
	.05	.01
	Significance level: two-tailed/non-directional	
	.025	.005
6	0	–
7	2	–
8	3	0
9	5	1
10	8	3
11	10	5
12	13	7
13	17	9
14	21	12
15	25	15
16	29	19
17	34	23
18	40	27
19	46	32
20	52	37
21	58	42
22	65	48
23	73	54
24	81	61
25	89	68

ตารางที่ 11 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบ D ในการทดสอบฟิชเชอร์

Totals in right margin		B (or A) †	Level of significance			
			.05	.025	.01	.005
A + B = 3	C + D = 3	3	0	—	—	—
A + B = 4	C + D = 4	4	0	0	—	—
	C + D = 3	4	0	—	—	—
A + B = 5	C + D = 5	5	1	1	0	0
		4	0	0	—	—
	C + D = 4	5	1	0	0	—
		4	0	—	—	—
	C + D = 3	5	0	0	—	—
	C + D = 2	5	0	—	—	—
A + B = 6	C + D = 6	6	2	1	1	0
		5	1	0	0	—
		4	0	—	—	—
	C + D = 5	6	1	0	0	0
		5	0	0	—	—
		4	0	—	—	—
	C + D = 4	6	1	0	0	0
		5	0	0	—	—
	C + D = 3	6	0	0	—	—
		5	0	—	—	—
	C + D = 2	6	0	—	—	—
C + D = 7	C + D = 7	7	3	2	1	1
		6	1	1	0	0
		5	0	0	—	—
		4	0	—	—	—
	C + D = 6	7	2	2	1	1
		6	1	0	0	0
		5	0	0	—	—
		4	0	—	—	—
	C + D = 5	7	2	1	0	0
		6	1	0	0	—
		5	0	—	—	—

† When B is entered in the middle column, the significance levels are for D . When A is used in place of B , the significance levels are for C .

ตารางที่ 11 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบ D ในการทดสอบฟิชเชอร์ (ต่อ)

Totals in right margin		B (or A) †	Level of significance			
			.05	.025	.01	.005
	$C + D = 4$	7	1	1	0	0
		6	0	0	—	—
		5	0	—	—	—
	$C + D = 3$	7	0	0	0	—
		6	0	—	—	—
	$C + D = 2$	7	0	—	—	—
$A + B = 8$	$C + D = 8$	8	4	3	2	2
		7	2	2	1	0
		6	1	1	0	0
		5	0	0	—	—
		4	0	—	—	—
	$C + D = 7$	8	3	2	2	1
		7	2	1	1	0
		6	1	0	0	—
		5	0	0	—	—
		4	0	—	—	—
	$C + D = 6$	8	2	2	1	1
		7	1	1	0	0
		6	0	0	0	—
		5	0	—	—	—
		4	0	—	—	—
	$C + D = 5$	8	2	1	1	0
		7	1	0	0	0
		6	0	0	—	—
		5	0	—	—	—
		4	0	—	—	—
	$C + D = 4$	8	1	1	0	0
		7	0	0	—	—
		6	0	—	—	—
		5	0	—	—	—
		4	0	—	—	—
	$C + D = 3$	8	0	0	0	—
		7	0	0	—	—
		6	0	—	—	—
		5	0	—	—	—
		4	0	—	—	—
	$C + D = 2$	8	0	0	—	—

† When B is entered in the middle column, the significance levels are for D . When A is used in place of B , the significance levels are for C .

ตารางที่ 11 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบ D ในการทดสอบฟิชเชอร์ (ต่อ)

Totals in right margin		B (or A) †	Level of significance			
			.05	.025	.01	.005
A + B = 9	C + D = 9	9	5	4	3	3
		8	3	3	2	1
		7	2	1	1	0
		6	1	1	0	0
		5	0	0	—	—
	C + D = 8	4	0	—	—	—
		9	4	3	3	2
		8	3	2	1	1
		7	2	1	0	0
		6	1	0	0	—
	C + D = 7	5	0	0	—	—
		9	3	3	2	2
		8	2	2	1	0
		7	1	1	0	0
		6	0	0	—	—
	C + D = 6	5	0	—	—	—
		9	3	2	1	1
		8	2	1	0	0
		7	1	0	0	—
		6	0	0	—	—
	C + D = 5	5	0	—	—	—
		9	2	1	1	1
		8	1	1	0	0
		7	0	0	—	—
		6	0	—	—	—
	C + D = 4	9	1	1	0	0
		8	0	0	0	—
		7	0	0	—	—
		6	0	—	—	—
	C + D = 3	9	1	0	0	0
		8	0	0	—	—
		7	0	—	—	—
	C + D = 2	9	0	0	—	—

† When B is entered in the middle column, the significance levels are for D . When A is used in place of B , the significance levels are for C .

ตารางที่ 11 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบ D ในการทดสอบฟิชเชอร์ (ต่อ)

Totals in right margin		B (or A) †	Level of significance			
			.05	.025	.01	.005
A + B = 10	C + D = 10	10	6	5	4	3
		9	4	3	3	2
		8	3	2	1	1
		7	2	1	1	0
		6	1	0	0	—
		5	0	0	—	—
	C + D = 9	4	0	—	—	—
		10	5	4	3	3
		9	4	3	2	2
		8	2	2	1	1
		7	1	1	0	0
		6	1	0	0	—
	C + D = 8	5	0	0	—	—
		10	4	4	3	2
		9	3	2	2	1
		8	2	1	1	0
		7	1	1	0	0
		6	0	0	—	—
	C + D = 7	5	0	—	—	—
		10	3	3	2	2
		9	2	2	1	1
		8	1	1	0	0
		7	1	0	0	—
		6	0	0	—	—
	C + D = 6	5	0	—	—	—
		10	3	2	2	1
		9	2	1	1	0
		8	1	1	0	0
		7	0	0	—	—
		6	0	—	—	—

† When B is entered in the middle column, the significance levels are for D . When A is used in place of B , the significance levels are for C .

ตารางที่ 11 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบ D ในการทดสอบฟิชเชอร์ (ต่อ)

Totals in right margin		B (or A) †	Level of significance			
			.05	.025	.01	.005
A + B = 10	C + D = 5	10	2	2	1	1
		9	1	1	0	0
		8	1	0	0	—
		7	0	0	—	—
		6	0	—	—	—
	C + D = 4	10	1	1	0	0
		9	1	0	0	0
		8	0	0	—	—
		7	0	—	—	—
	C + D = 3	10	1	0	0	0
		9	0	0	—	—
		8	0	—	—	—
	C + D = 2	10	0	0	—	—
		9	0	—	—	—
A + B = 11	C + D = 11	11	7	6	5	4
		10	5	4	3	3
		9	4	3	2	2
		8	3	2	1	1
		7	2	1	0	0
		6	1	0	0	—
		5	0	0	—	—
		4	0	—	—	—
	C + D = 10	11	6	5	4	4
		10	4	4	3	2
		9	3	3	2	1
		8	2	2	1	0
		7	1	1	0	0
		6	1	0	0	—
		5	0	—	—	—

† When B is entered in the middle column, the significance levels are for D . When A is used in place of B , the significance levels are for C .

ตารางที่ 11 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบ D ในการทดสอบฟิชเชอร์ (ต่อ)

Totals in right margin		B (or A) †	Level of significance			
			.05	.025	.01	.005
A + B = 11	C + D = 9	11	5	4	4	3
		10	4	3	2	2
		9	3	2	1	1
		8	2	1	1	0
		7	1	1	0	0
		6	0	0	—	—
	C + D = 8	5	0	—	—	—
		11	4	4	3	3
		10	3	3	2	1
		9	2	2	1	1
		8	1	1	0	0
		7	1	0	0	—
	C + D = 7	6	0	0	—	—
		5	0	—	—	—
		11	4	3	2	2
		10	3	2	1	1
		9	2	1	1	0
		8	1	1	0	0
	C + D = 6	7	0	0	—	—
		6	0	0	—	—
		11	3	2	2	1
		10	2	1	1	0
		9	1	1	0	0
		8	1	0	0	—
	C + D = 5	7	0	0	—	—
		6	0	—	—	—
		11		2	1	1
		10		1	0	0
		9		0	0	0
		8		0	—	—
		7		—	—	—

† When B is entered in the middle column, the significance levels are for D . When A is used in place of B , the significance levels are for C .

ตารางที่ 11 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบ D ในการทดสอบฟิชเชอร์ (ต่อ)

Totals in right margin		B (or A) †	Level of significance			
			.05	.025	.01	.005
A + B = 11	C + D = 4	11	1	1	1	0
		10	1	0	0	0
		9	0	0	—	—
	C + D = 3	8	0	—	—	—
		11	1	0	0	0
	C + D = 2	10	0	0	—	—
		9	0	—	—	—
		11	0	0	—	—
		10	0	—	—	—
		10	0	—	—	—
A + B = 12	C + D = 12	12	8	7	6	5
		11	6	5	4	4
		10	5	4	3	2
		9	4	3	2	1
		8	3	2	1	1
		7	2	1	0	0
		6	1	0	0	—
		5	0	0	—	—
		4	0	—	—	—
		12	7	6	5	5
	C + D = 11	11	5	5	4	3
		10	4	3	2	2
		9	3	2	2	1
		8	2	1	1	0
		7	1	1	0	0
		6	1	0	0	—
		5	0	0	—	—

† When B is entered in the middle column, the significance levels are for D . When A is used in place of B , the significance levels are for C .

ตารางที่ 11 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบ D ในการทดสอบฟิชเชอร์ (ต่อ)

Totals in right margin		B (or A) †	Level of significance			
			.05	.025	.01	.005
A + B = 12	C + D = 10	12	6	5	5	4
		11	5	4	3	3
		10	4	3	2	2
		9	3	2	1	1
		8	2	1	0	0
		7	1	0	0	0
		6	0	0	—	—
		5	0	—	—	—
	C + D = 9	12	5	5	4	3
		11	4	3	3	2
		10	3	2	2	1
		9	2	2	1	0
		8	1	1	0	0
		7	1	0	0	—
		6	0	0	—	—
		5	0	—	—	—
	C + D = 8	12	5	4	3	3
		11	3	3	2	2
		10	2	2	1	1
		9	2	1	1	0
		8	1	1	0	0
		7	0	0	—	—
		6	0	0	—	—
		5	0	—	—	—
	C + D = 7	12	4	3	3	2
		11	3	2	2	1
		10	2	1	1	0
		9	1	1	0	0
		8	1	0	0	—
		7	0	0	—	—
		6	0	—	—	—
		5	0	—	—	—

† When B is entered in the middle column, the significance levels are for D . When A is used in place of B , the significance levels are for C .

ตารางที่ 11 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบ D ในการทดสอบฟิชเชอร์ (ต่อ)

Totals in right margin		B (or A) †	Level of significance			
			.05	.025	.01	.005
A + B = 12	C + D = 6	12	3	3	2	2
		11	2	2	1	1
		10	1	1	0	0
		9	1	0	0	0
		8	0	0	—	—
		7	0	0	—	—
	C + D = 5	6	0	—	—	—
		12	2	2	1	1
		11	1	1	1	0
		10	1	0	0	0
		9	0	0	0	—
		8	0	0	—	—
	C + D = 4	7	0	—	—	—
		12	2	1	1	0
		11	1	0	0	0
		10	0	0	0	—
		9	0	0	—	—
		8	0	—	—	—
	C + D = 3	12	1	0	0	0
		11	0	0	0	—
		10	0	0	—	—
		9	0	—	—	—
	C + D = 2	12	0	0	—	—
		11	0	—	—	—
A + B = 13	C + D = 13	13	9	8	7	6
		12	7	6	5	4
		11	6	5	4	3
		10	4	4	3	2
		9	3	3	2	1
		8	2	2	1	0

† When B is entered in the middle column, the significance levels are for D . When A is used in place of B , the significance levels are for C .

ตารางที่ 11 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบ D ในการทดสอบฟิชเชอร์ (ต่อ)

Totals in right margin		B (or A) †	Level of significance			
			.05	.025	.01	.005
A + B = 13	C + D = 12	7	2	1	0	0
		6	1	0	0	—
		5	0	0	—	—
		4	0	—	—	—
		13	8	7	6	5
		12	6	5	5	4
		11	5	4	3	3
		10	4	3	2	2
		9	3	2	1	1
		8	2	1	1	0
		7	1	1	0	0
		6	1	0	0	—
	C + D = 11	5	0	0	—	—
		13	7	6	5	5
		12	6	5	4	3
		11	4	4	3	2
		10	3	3	2	1
		9	3	2	1	1
		8	2	1	0	0
		7	1	0	0	0
		6	0	0	—	—
		5	0	—	—	—
	C + D = 10	13	6	6	5	4
		12	5	4	3	3
		11	4	3	2	2
		10	3	2	1	1
		9	2	1	1	0
		8	1	1	0	0
		7	1	0	0	—
		6	0	0	—	—
		5	0	—	—	—

† When B is entered in the middle column, the significance levels are for D . When A is used in place of B , the significance levels are for C .

ตารางที่ 11 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบ D ในการทดสอบฟิชเชอร์ (ต่อ)

Totals in right margin		B (or A) †	Level of significance			
			.05	.025	.01	.005
A + B = 13	C + D = 9	13	5	5	4	4
		12	4	4	3	2
		11	3	3	2	1
		10	2	2	1	1
		9	2	1	0	0
		8	1	1	0	0
		7	0	0	—	—
		6	0	0	—	—
	C + D = 8	5	0	—	—	—
		13	5	4	3	3
		12	4	3	2	2
		11	3	2	1	1
		10	2	1	1	0
		9	1	1	0	0
		8	1	0	0	—
		7	0	0	—	—
	C + D = 7	6	0	—	—	—
		13	4	3	3	2
		12	3	2	2	1
		11	2	2	1	1
		10	1	1	0	0
		9	1	0	0	0
		8	0	0	—	—
		7	0	0	—	—
	C + D = 6	6	0	—	—	—
		13	3	3	2	2
		12	2	2	1	1
		11	2	1	1	0
		10	1	1	0	0
		9	1	0	0	—
		8	0	0	—	—
		7	0	—	—	—

† When B is entered in the middle column, the significance levels are for D . When A is used in place of B , the significance levels are for C .

ตารางที่ 11 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบ D ในการทดสอบฟิชเชอร์ (ต่อ)

Totals in right margin		B (or A) †	Level of significance			
			.05	.025	.01	.005
A + B = 13	C + D = 5	13	2	2	1	1
		12	2	1	1	0
		11	1	1	0	0
		10	1	0	0	—
		9	0	0	—	—
	C + D = 4	8	0	—	—	—
		13	2	1	1	0
		12	1	1	0	0
		11	0	0	0	—
		10	0	0	—	—
	C + D = 3	9	0	—	—	—
		13	1	1	0	0
		12	0	0	0	—
		11	0	0	—	—
		10	0	—	—	—
	C + D = 2	13	0	0	0	—
		12	0	1	—	—
A + B = 14	C + D = 14	14	10	9	8	7
		13	8	7	6	5
		12	6	6	5	4
		11	5	4	3	3
		10	4	3	2	2
		9	3	2	2	1
		8	2	2	1	0
		7	1	1	0	0
		6	1	0	0	—
		5	0	0	—	—
		4	0	—	—	—

† When B is entered in the middle column, the significance levels are for D . When A is used in place of B , the significance levels are for C .

ตารางที่ 11 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบ D ในการทดสอบฟิชเชอร์ (ต่อ)

Totals in right margin		B (or A) †	Level of significance			
			.05	.025	.01	.005
A + B = 14	C + D = 13	14	9	8	7	6
		13	7	6	5	5
		12	6	5	4	3
		11	5	4	3	2
		10	4	3	2	2
		9	3	2	1	1
		8	2	1	1	0
		7	1	1	0	0
		6	1	0	—	—
	C + D = 12	5	0	0	—	—
		14	8	7	—	6
		13	6	6	6	4
		12	5	4	5	3
		11	4	3	4	2
		10	3	3	3	1
		9	2	2	2	1
		8	2	1	1	0
		7	1	0	0	—
	C + D = 11	6	0	0	0	—
		5	0	—	—	—
		14	7	6	—	5
		13	6	5	6	4
		12	5	4	4	3
		11	4	3	3	2
		10	3	2	2	1
		9	2	1	1	0
		8	1	1	1	0
		7	1	0	0	—
		6	0	0	0	—
		5	0	—	—	—

† When B is entered in the middle column, the significance levels are for D . When A is used in place of B , the significance levels are for C .

ตารางที่ 11 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบ D ในการทดสอบฟิชเชอร์ (ต่อ)

Totals in right margin		B (or A) †	Level of significance			
			.05	.025	.01	.005
A + B = 14	C + D = 10	14	6	6	5	4
		13	5	4	4	3
		12	4	3	3	2
		11	3	3	2	1
		10	2	2	1	1
		9	2	1	0	0
		8	1	1	0	0
		7	0	0	0	—
		6	0	0	—	—
		5	0	—	—	—
	C + D = 9	14	5	5	4	4
		13	4	4	3	3
		12	3	3	2	2
		11	3	2	1	1
		10	2	1	1	0
		9	1	1	0	0
		8	1	0	0	—
		7	0	0	—	—
	C + D = 8	6	0	—	—	—
		14	5	4	4	3
		13	4	3	2	2
		12	3	2	2	1
		11	2	2	1	1
		10	2	1	0	0
		9	1	0	0	0
		8	0	0	0	—
		7	0	0	—	—
		6	0	—	—	—

† When B is entered in the middle column, the significance levels are for D . When A is used in place of B , the significance levels are for C .

ตารางที่ 11 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบ D ในการทดสอบฟิชเชอร์ (ต่อ)

Totals in right margin		B (or A) †	Level of significance			
			.05	.025	.01	.005
A + B = 14	C + D = 7	14	4	3	3	2
		13	3	2	2	1
		12	2	2	1	1
		11	2	1	1	0
		10	1	1	0	0
		9	1	0	0	—
		8	0	0	—	—
		7	0	—	—	—
	C + D = 6	14	3	3	2	2
		13	2	2	1	1
		12	2	1	1	0
		11	1	1	0	0
		10	1	0	0	—
		9	0	0	—	—
		8	0	0	—	—
		7	0	—	—	—
	C + D = 5	14	2	2	1	1
		13	2	1	1	0
		12	1	1	0	0
		11	1	0	0	0
		10	0	0	—	—
		9	0	0	—	—
		8	0	—	—	—
		7	0	—	—	—
	C + D = 4	14	2	1	1	1
		13	1	1	0	0
		12	1	0	0	0
		11	0	0	—	—
		10	0	0	—	—
		9	0	—	—	—
		8	0	—	—	—

† When B is entered in the middle column, the significance levels are for D . When A is used in place of B , the significance levels are for C .

ตารางที่ 11 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบ D ในการทดสอบฟิชเชอร์ (ต่อ)

Totals in right margin		B (or A) †	Level of significance			
			.05	.025	.01	.005
A + B = 14	C + D = 3	14	1	1	0	0
		13	0	0	0	—
		12	0	0	—	—
	C + D = 2	11	0	—	—	—
		14	0	0	0	—
		13	0	0	—	—
		12	0	—	—	—
A + B = 15	C + D = 15	15	11	10	9	8
		14	9	8	7	6
		13	7	6	5	5
		12	6	5	4	4
		11	5	4	3	3
		10	4	3	2	2
		9	3	2	1	1
		8	2	1	1	0
		7	1	1	0	0
	C + D = 14	6	1	0	0	—
		5	0	0	—	—
		4	0	—	—	—
		15	10	9	8	7
		14	8	7	6	6
		13	7	6	5	4
		12	6	5	4	3
		11	5	4	3	2
		10	4	3	2	1
		9	3	2	1	1
		8	2	1	1	0
		7	1	1	0	0
		6	1	0	—	—
		5	0	—	—	—

† When B is entered in the middle column, the significance levels are for D . When A is used in place of B , the significance levels are for C .

ตารางที่ 11 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบ D ในการทดสอบฟิชเชอร์ (ต่อ)

Totals in right margin		B (or A) †	Level of significance			
			.05	.025	.01	.005
A + B = 15	C + D = 13	15	9	8	7	7
		14	7	7	6	5
		13	6	5	4	4
		12	5	4	3	3
		11	4	3	2	2
		10	3	2	2	1
		9	2	2	1	0
		8	2	1	0	0
		7	1	0	0	—
		6	0	0	—	—
	C + D = 12	5	0	—	—	—
		15	8	7	7	6
		14	7	6	5	4
		13	6	5	4	3
		12	5	4	3	2
		11	4	3	2	2
		10	3	2	1	1
		9	2	1	1	0
		8	1	1	0	0
		7	1	0	0	—
		6	0	0	—	—
		5	0	—	—	—
		15	7	7	6	5
		14	6	5	4	4
		13	5	4	3	3
		12	4	3	2	2
		11	3	2	2	1
		10	2	2	1	1
		9	2	1	0	0
		8	1	1	0	0
		7	1	0	0	—
		6	0	0	—	—
		5	0	—	—	—

† When B is entered in the middle column, the significance levels are for D . When A is used in place of B , the significance levels are for C .

ตารางที่ 11 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบ D ในการทดสอบฟิชเชอร์ (ต่อ)

Totals in right margin		B (or A) †	Level of significance			
			.05	.025	.01	.005
A + B = 15	C + D = 10	15	6	6	5	5
		14	5	5	4	3
		13	4	4	3	2
		12	3	3	2	2
		11	23	2	1	1
		10	2	1	1	0
		9	1	1	0	0
		8	1	0	0	—
		7	0	0	—	—
		6	0	—	—	—
	C + D = 9	15	6	5	4	4
		14	5	4	3	3
		13	4	3	2	2
		12	3	2	2	1
		11	2	2	1	1
		10	2	1	0	0
		9	1	1	0	0
		8	1	0	0	—
		7	0	0	—	—
		6	0	—	—	—
	C + D = 8	15	5	4	4	3
		14	4	3	3	2
		13	3	2	2	1
		12	2	2	1	1
		11	2	1	1	0
		10	1	1	0	0
		9	1	0	0	—
		8	0	0	—	—
		7	0	—	—	—
		6	0	—	—	—

† When B is entered in the middle column, the significance levels are for D . When A is used in place of B , the significance levels are for C .

ตารางที่ 11 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบ D ในการทดสอบฟิชเชอร์ (ต่อ)

Totals in right margin		B (or A) †	Level of significance			
			.05	.025	.01	.005
A + B = 15	C + D = 7	15	4	4	3	3
		14	3	3	2	2
		13	2	2	1	1
		12	2	1	1	0
		11	1	1	0	0
		10	1	0	0	0
		9	0	0	—	—
		8	0	0	—	—
	C + D = 6	7	0	—	—	—
		15	3	3	2	2
		14	2	2	1	1
		13	2	1	1	0
		12	1	1	0	0
		11	1	0	0	0
		10	0	0	0	—
		9	0	0	—	—
	C + D = 5	8	0	—	—	—
		15	2	2	2	1
		14	2	1	1	1
		13	1	1	0	0
		12	1	0	0	0
		11	0	0	0	—
		10	0	0	—	—
		9	0	—	—	—
	C + D = 4	15	2	1	1	1
		14	1	1	0	0
		13	1	0	0	0
		12	0	0	0	—
		11	0	0	—	—
		10	0	—	—	—

† When B is entered in the middle column, the significance levels are for D . When A is used in place of B , the significance levels are for C .

ตารางที่ 11 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบ D ในการทดสอบฟิชเชอร์ (ต่อ)

Totals in right margin		B (or A) †	Level of significance			
			.05	.025	.01	.005
A + B = 15	C + D = 3	15	1	1	0	0
		14	0	0	0	0
		13	0	0	—	—
		12	0	0	—	—
		11	0	—	—	—
	C + D = 2	15	0	0	0	—
		14	0	0	—	—
		13	0	—	—	—

† When B is entered in the middle column, the significance levels are for D . When A is used in place of B , the significance levels are for C .

ตารางที่ 12 ความน่าจะเป็นที่ได้จากค่าต่ำสุดของ U ในการทดสอบแมน-วิทนี

$n_2 = 3$			
$U \backslash n_1$	1	2	3
0	.250	.100	.050
1	.550	.200	.100
2	.750	.400	.200
3		.600	.350
4			.500
5			.650

$n_2 = 4$				
$U \backslash n_1$	1	2	3	4
0	.200	.067	.028	.014
1	.400	.133	.057	.029
2	.600	.267	.114	.057
3		.400	.200	.100
4		.600	.314	.171
5			.429	.243
6			.571	.343
7				.443
8				.557

$U \backslash n_1$	1	2	3	4	5
0	.167	.047	.018	.008	.004
1	.333	.095	.036	.016	.008
2	.500	.190	.071	.032	.016
3	.667	.286	.125	.056	.028
4		.429	.196	.095	.048
5		.517	.286	.143	.075
6			.393	.206	.111
7			.500	.278	.155
8			.607	.365	.210
9				.452	.274
10				.548	.345
11					.421
12					.500
13					.579

$U \backslash n_1$	1	2	3	4	5	6
0	.143	.036	.012	.005	.002	.001
1	.286	.071	.024	.010	.004	.002
2	.428	.143	.048	.019	.009	.004
3	.571	.214	.083	.033	.015	.008
4		.321	.131	.057	.026	.013
5		.429	.190	.086	.041	.021
6		.571	.274	.129	.063	.032
7			.357	.176	.089	.047
8			.452	.238	.123	.066
9			.548	.305	.165	.090
10				.381	.214	.120
11				.457	.268	.155
12				.545	.331	.197
13					.364	.242
14					.396	.294
15					.465	.350
16					.535	.409
17						.469
18						.531

ตารางที่ 12 ความน่าจะเป็นที่ได้จากค่าต่ำสุดของ U ในการทดสอบแมน-วิทนี (ต่อ)

$$n_2 = 3$$

U \ n_1	1	2	3	4	5	6	7
0	.125	.028	.008	.003	.001	.001	.000
1	.250	.056	.017	.006	.003	.001	.001
2	.375	.111	.033	.012	.005	.002	.001
3	.500	.167	.058	.021	.009	.004	.002
4	.625	.250	.092	.036	.015	.007	.003
5		.333	.133	.055	.024	.011	.006
6		.444	.192	.082	.037	.017	.009
7		.556	.258	.115	.053	.026	.013
8			.333	.158	.074	.037	.019
9			.417	.206	.101	.051	.027
10			.500	.264	.134	.069	.036
11			.583	.324	.172	.090	.49
12				.394	.216	.117	.064
13				.464	.265	.147	.082
14				.538	.319	.183	.104
15					.378	.223	.130
16					.438	.267	.159
17					.500	.314	.191
18					.562	.365	.228
19						.418	.267
20						.473	.310
21						.527	.355
22							.402
23							.451
24							.500
25							.549

ตารางที่ 12 ความน่าจะเป็นที่ได้จากค่าต่ำสุดของ U ในการทดสอบแมน-วิทนี (ต่อ)

$$n_2 = 3$$

$U \backslash n_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	t	Normal
0	.111	.022	.006	.022	.001	.000	.000	.000	3.308	.001
1	.222	.044	.012	.004	.002	.001	.000	.000	3.203	.001
2	.333	.089	.024	.014	.003	.001	.001	.000	3.098	.001
3	.444	.133	.042	.024	.005	.002	.001	.001	2.993	.001
4	.555	.200	.067	.036	.009	.004	.002	.001	2.888	.002
5		.267	.097	.055	.015	.006	.003	.001	2.783	.003
6		.356	.139	.077	.023	.010	.005	.002	2.678	.004
7		.444	.188	.107	.033	.015	.007	.003	2.573	.005
8		.556	.248	.141	.047	.021	.010	.005	2.468	.007
9			.315	.184	.064	.030	.014	.007	2.363	.009
10			.387	.230	.085	.041	.020	.010	2.258	.012
11			.461	.285	.111	.054	.036	.014	2.153	.016
12			.539	.341	.142	.071	.047	.019	2.048	.20
13				.404	.177	.091	.060	.025	1.943	.26
14				.467	.217	.114	.076	.032	1.838	.033
15				.533	.262	.141	.095	.041	1.733	.41
16					.311	.172	.116	.052	1.628	.052
17					.362	.207	.140	.065	1.523	.064
18					.416	.245	.168	.080	1.418	.078
19					.472	.286	.198	.097	1.313	.094
20					.528	.331	.268	.117	1.208	.113
21						.377	.232	.139	1.102	.135
22						.426	.268	.164	.998	.159
23						.475	.306	.191	.893	.185
24						.525	.347	.221	.788	.215
25							.389	.253	.683	.247
26							.433	.287	.578	.282
27							.478	.323	.473	.318
28							.522	.360	.368	.356
29								.390	.263	.396
30								.430	.158	.437
31								.480	.052	.481
32								.520		

ตารางที่ 13 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบของ U ในการทดสอบแมน-วิทนี
กรณีทดสอบทางเดียว $\alpha = .001$ หรือสองทาง $\alpha = .002$

$n_1 \backslash n_2$	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1												
2												
3									0	0	0	0
4		0	0	0	1	1	1	2	2	3	3	3
5	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	7	7
6	2	3	4	4	5	6	7	8	9	10	11	12
7	3	5	6	7	8	9	10	11	13	14	15	16
8	5	6	8	9	11	12	14	15	17	18	20	21
9	7	8	10	12	14	15	17	19	21	23	25	26
10	8	10	12	14	17	19	21	23	25	27	29	32
11	10	12	15	17	20	22	24	27	29	32	34	37
12	12	14	17	20	23	25	28	31	34	37	40	42
13	14	17	20	23	26	29	32	35	38	42	45	48
14	15	19	22	25	29	32	36	39	43	46	50	54
15	17	21	24	28	32	36	40	43	47	51	55	59
16	19	23	27	31	35	39	43	48	52	56	60	65
17	21	25	29	34	38	43	47	52	57	61	66	70
18	23	27	32	37	42	46	51	56	61	66	71	76
19	25	29	34	40	45	50	55	60	66	71	77	82
20	26	32	37	42	48	54	59	65	70	76	82	88

ตารางที่ 13 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบของ U ในการทดสอบแมน-วิทนี (ต่อ)
กรณีทดสอบทางเดียว $\alpha = .01$ หรือสองทาง $\alpha = .02$

$n_1 \backslash n_2$	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1												
2					0	0	0	0	0	0	1	1
3	1	1	1	2	2	2	3	3	4	4	4	5
4	3	3	4	5	5	6	7	7	8	9	9	10
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
6	7	8	9	11	12	13	15	16	18	19	20	22
7	9	11	12	14	16	17	19	21	23	24	26	28
8	11	13	15	17	20	22	24	26	28	30	32	34
9	14	16	18	21	23	26	28	31	33	36	38	40
10	16	19	22	24	27	30	33	36	38	41	44	47
11	18	22	25	28	31	34	37	41	44	47	50	53
12	21	24	28	31	35	38	42	46	49	53	56	60
13	23	27	31	35	39	43	47	51	55	59	63	67
14	26	30	34	38	43	47	51	56	60	65	69	73
15	28	33	37	42	47	51	56	61	66	70	75	80
16	31	36	41	46	51	56	61	66	71	76	82	87
17	33	38	44	49	55	60	66	71	77	82	88	93
18	36	41	47	53	59	65	70	76	82	88	94	100
19	38	44	50	56	63	69	75	82	88	94	101	107
20	40	47	53	60	67	73	80	87	93	100	107	114

ตารางที่ 13 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบของ U ในการทดสอบแมน-วิทนี (ต่อ)
กรณีทดสอบทางเดียว $\alpha = .025$ หรือสองทาง $\alpha = .05$

$n_1 \backslash n_2$	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1												
2	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2
3	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
4	4	5	6	7	8	9	10	11	11	12	13	13
5	7	8	9	11	12	13	14	15	17	18	19	20
6	10	11	13	14	16	17	19	21	22	24	25	27
7	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
8	15	17	19	22	24	26	29	31	34	36	38	41
9	17	20	23	26	28	31	34	37	39	42	45	48
10	20	23	26	29	33	36	39	42	45	48	52	55
11	23	26	30	33	37	40	44	47	51	55	58	62
12	26	29	33	37	41	45	49	53	57	61	65	69
13	28	33	37	41	45	50	54	59	63	67	72	76
14	31	36	40	45	50	55	59	64	67	74	78	83
15	34	39	44	49	54	59	64	70	75	80	85	90
16	37	42	47	53	59	64	70	75	81	86	92	98
17	39	45	51	57	63	67	75	81	87	93	99	105
18	42	48	55	61	67	74	80	86	93	99	106	112
19		.52	58	65	72	78	85	92	99	106	113	119
20	48	.55	62	69	76	83	90	98	105	112	119	127

ตารางที่ 13 ค่าวิกฤตสำหรับการทดสอบของ U ในการทดสอบแมน-วิทนี (ต่อ)
กรณีทดสอบทางเดียว $\alpha = .05$ หรือสองทาง $\alpha = .10$

$n_1 \backslash n_2$	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1											0	0
2	1	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4	4
3	3	4	5	5	6	7	7	8	9	9	10	11
4	6	7	8	9	10	11	12	14	15	16	17	18
5	9	11	12	13	15	16	18	19	20	22	23	25
6	12	14	16	17	19	21	23	25	26	28	30	32
7	15	17	19	21	24	26	28	30	33	35	37	39
8	18	20	23	26	28	31	33	36	39	41	44	47
9	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54
10	24	27	31	34	37	41	44	48	51	55	58	62
11	27	31	34	38	42	46	50	54	57	61	65	69
12	30	34	38	42	47	51	55	60	64	68	72	77
13	33	37	42	47	51	56	61	65	70	75	80	84
14	36	41	46	51	56	61	66	71	77	82	87	92
15	39	44	50	55	61	66	72	77	83	88	94	100
16	42	48	54	60	65	71	77	83	89	95	101	107
17	45	51	57	64	70	77	83	89	96	102	109	115
18	48	55	61	68	75	82	88	95	102	109	116	123
19	51	58	65	72	80	87	94	101	109	116	123	130
20	54	62	69	77	84	92	100	107	115	123	130	138

ตารางที่ 14 ค่าวิกฤตของ KW ในการทดสอบคอครัน-คิ้ว

(ใช้ค่าวิกฤตของ χ^2 ที่ $df = k - 1$ จากตารางที่ 4 ในภาคผนวก)

df	$\chi^2_{0.100}$	$\chi^2_{0.050}$	$\chi^2_{0.025}$	$\chi^2_{0.010}$	$\chi^2_{0.005}$
1	2.70554	3.84146	5.02389	6.63490	7.87944
100	67.3276	70.0648	74.2219	77.9295	82.3581

ตารางที่ 15 ค่าวิกฤต Xr^2 ในการทดสอบฟรีดแมนTable $N_{r..}$ $k = 3$

$N = 2$		$N = 3$		$N = 4$		$N = 5$	
Xr^2	p	Xr^2	p	Xr^2	p	Xr^2	p
0	1.000	.000	1.000	.0	1.000	.0	1.000
1	.833	.667	.944	.5	.931	.4	.954
3	.500	2.000	.528	1.5	.653	1.2	.691
4	.167	2.667	.361	2.0	.431	1.6	.522
		4.667	.194	3.5	.273	2.8	.367
		6.000	.028	4.5	.125	3.6	.182
				6.0	.069	4.8	.124
				6.5	.042	5.2	.093
				8.0	.0046	6.4	.039
						7.6	.024
						8.4	.0085
						10.0	.00077
$N = 6$		$N = 7$		$N = 8$		$N = 9$	
Xr^2	p	Xr^2	p	Xr^2	p	Xr^2	p
.00	1.000	.000	1.000	.00	1.000	.000	1.000
.33	.956	.286	.964	.25	.967	.222	.971
1.00	.740	.857	.768	.75	.794	.667	.814
1.33	.570	1.143	.620	1.00	.654	.889	.865
2.33	.430	2.000	.486	1.75	.531	1.556	.569
3.00	.252	2.571	.305	2.25	.355	2.000	.398
4.00	.184	3.429	.237	3.00	.285	2.667	.328
4.33	.142	3.714	.192	3.25	.236	2.889	.278
5.33	.072	4.571	.112	4.00	.149	3.556	.187
6.33	.052	5.429	.085	4.75	.120	4.222	.154
7.00	.029	6.000	.052	5.25	.079	4.667	.107
8.33	.012	7.143	.027	6.25	.047	5.556	.069
9.00	.0081	7.714	.021	6.75	.038	6.000	.057
9.33	.0055	8.000	.016	7.00	.030	6.222	.048
10.33	.0017	8.857	.0084	7.75	.018	6.889	.031
12.00	.00013	10.280	.0036	9.00	.0099	8.000	.019
		10.571	.0027	9.25	.0080	8.222	.016
		11.143	.0012	9.75	.0048	8.007	.010
		12.286	.00032	10.75	.0024	9.556	.0060
		14.000	.000021	12.00	.0011	10.667	.0035
				12.25	.00086	10.880	.0029
				13.00	.00026	11.556	.0013
				14.25	.000061	12.667	.00066
				16.00	.0000030	13.556	.00035
						14.000	.00020
						14.222	.000097
						14.889	.000054
						16.222	.000011
						18.000	.0000006

ตารางที่ 15 ค่าวิกฤต Xr^2 ในการทดสอบฟรีดแมน (ต่อ)Table N_{II} , $k = 4$

$N = 2$		$N = 3$		$N = 4$		$N = 5$	
Xr^2	p	Xr^2	p	Xr^2	p	Xr^2	p
.0	1.000	.2	1.000	.0	1.000	5.7	.141
.6	.958	.6	.958	.3	.992	6.0	.105
1.2	.834	1.0	.910	.6	.928	6.3	.094
1.8	.792	1.8	.727	.9	.900	6.6	.077
2.4	.625	2.2	.608	1.2	.800	6.9	.068
3.0	.542	2.6	.524	1.5	.754	7.2	.054
3.6	.458	3.4	.446	1.8	.677	7.5	.052
4.2	.375	3.8	.342	2.1	.649	7.8	.036
4.8	.208	4.2	.300	2.4	.524	8.1	.033
5.4	.167	5.0	.207	2.7	.508	8.4	.019
6.0	.042	5.4	.175	3.0	.432	8.7	.014
		5.8	.148	3.3	.389	9.3	.012
		6.6	.075	3.6	.355	9.6	.0069
		7.0	.054	3.9	.324	9.9	.0062
		7.4	.033	4.5	.242	10.2	.0027
		8.2	.017	4.8	.200	10.8	.0016
		9.0	.0017	5.1	.190	11.1	.00094
				5.4	.158	12.0	.000072

ตารางที่ 16 ค่าวิกฤตของ t

df	Level of significance for one-tailed test					
	.10	.05	.025	.01	.005	.0005
	Level of significance for two-tailed test					
	.20	.10	.05	.02	.01	.001
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.598
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.941
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.601	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.859
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.405
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.833
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.767
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.470	2.779	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

ตารางที่ 17 ค่าวิกฤตของ r_s สำหรับการทดสอบสเปียร์แมน

N	Significance levels (one-tailed test)	
	.05	.01
4	1.000	
5	.900	1.000
6	.829	.943
7	.714	.893
8	.643	.833
9	.600	.783
10	.564	.746
12	.506	.712
14	.456	.645
16	.425	.601
18	.399	.564
20	.377	.534
22	.359	.508
24	.343	.485
26	.329	.465
28	.317	.448
30	.306	.432

ตารางที่ 18 ค่าความน่าจะเป็นของ τ ในการทดสอบสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ลำดับที่ของ
เคนดอล

S	Values of N				S	Values of N		
	4	5	8	9		6	7	10
0	.625	.592	.548	.540	1	.500	.500	.500
2	.375	.408	.452	.460	3	.360	.386	.431
4	.167	.242	.360	.381	5	.235	.281	.364
6	.042	.117	.274	.306	7	.136	.191	.300
8		.042	.199	.238	9	.068	.119	.242
10		.0083	.138	.179	11	.028	.068	.190
12			.089	.130	13	.0083	.035	.146
14			.054	.090	15	.0014	.015	.108
16			.031	.060	17		.0054	.078
18			.016	.038	19		.0014	.054
20			.0071	.022	21		.00020	.036
22			.0028	.012	23			.023
24			.00087	.0063	25			.014
26			.00019	.0029	27			.0083
28			.000025	.0012	29			.0040
30				.00043	31			.0023
32				.00012	33			.0011
34				.000025	35			.00047
36				.0000028	37			.00018
					39			.000058
					41			.000015
					43			.0000028
					45			.00000028

ประวัติผู้เขียน

ผู้เขียน	อาจารย์ ดร.ผดุง เพชรสุข	
การศึกษา	พ.ศ. 2512	มัธยมศึกษาปีที่ 5 (สายวิทยาศาสตร์) โรงเรียนราชสีมามหาวิทยาลัย
	พ.ศ. 2516	ศึกษาศาสตรบัณฑิต วิชาเอกฟิสิกส์-คณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น
	พ.ศ. 2530	ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการวัดและประเมินผล มหาวิทยาลัยขอนแก่น
	พ.ศ. 2548	ศึกษาศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยขอนแก่น

วิทยานิพนธ์

- ผดุง เพชรสุข. (2530). การสร้างและการประเมินแบบทดสอบรูปปริมาตรในวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต. สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. (ThaiJO)
- ผดุง เพชรสุข. (2548). “กระบวนการพัฒนาครูในการสร้างหน่วยการเรียนรู้บูรณาการสำหรับการศึกษาระดับขั้นพื้นฐาน ช่วงชั้นที่ 3”. *ประมวลองค์ความรู้และงานวิจัยหลักสูตรและการเรียนรู้*. ขอนแก่น : แอนนา ออฟเซต. 80-88.

ผลงานวิจัย

- ผดุง เพชรสุข. (2539). การพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอนโดยใช้ครูแกนนำ โรงเรียนบ้านไผ่ จังหวัดขอนแก่น. รายงานประสบการณ์เชิงบริหาร ฝ่ายวิชาการ โรงเรียนบ้านไผ่ จังหวัดขอนแก่น.
- _____. (2547). การพัฒนาบทเรียนบนอินเทอร์เน็ตเรื่องความรู้พื้นฐานการวิจัยเพื่อพัฒนาการเรียนรู้สำหรับ *ครูผู้สอนระดับมัธยมศึกษา*. รายงานการวิจัย หน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 11 จังหวัดนครราชสีมา.
- ผดุง เพชรสุข. (2550). การวิจัยเชิงปฏิบัติการพัฒนาหน่วยการเรียนรู้บูรณาการสำหรับการศึกษาระดับขั้นพื้นฐาน : *กรณีศึกษา โรงเรียนบ้านนาแคนหัก อำเภอนองบัวแดง จังหวัดชัยภูมิ*. รายงานการวิจัย สาขาวิชา หลักสูตรและการสอน สถาบันบัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏชัยภูมิ.

เอกสารประกอบการสอน

- ผดุง เพชรสุข. (2550). เอกสารประกอบการสอนรายวิชา 1045302 สถิติอนพารามตริกในการวิจัย. ชัยภูมิ : สาขาวิชาวิจัยและประเมินผลการศึกษา สถาบันบัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏชัยภูมิ.

ประสบการณ์การทำงาน

- พ.ศ. 2516 ครูโรงเรียนช่างกลพณิชยการนครราชสีมา
เริ่มรับราชการ 1 กรกฎาคม 2517
- พ.ศ. 2517-2520 ครูโรงเรียนเมืองพลพิทยาคม จังหวัดขอนแก่น
- พ.ศ. 2521-2542 ครูโรงเรียนบ้านไผ่ จังหวัดขอนแก่น

พ.ศ. 2522-2526 หัวหน้าหมวดวิชาคณิตศาสตร์
 พ.ศ. 2528 รองหัวหน้าฝ่ายวิชาการ
 พ.ศ. 2529 หัวหน้าฝ่ายวิชาการ
 พ.ศ. 2530-2542 ผู้ช่วยผู้อำนวยการโรงเรียนบ้านไผ่ (ฝ่ายวิชาการ)

พ.ศ. 2542-2546 ศึกษาธิการ เทศบาล 8 กรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 11
 พ.ศ. 2546-2548 ศึกษาธิการ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาขอนแก่น เขต 2
 พ.ศ. 2548-ปัจจุบัน (2550) ประธานคณะกรรมการสถานศึกษาขั้นพื้นฐาน โรงเรียนอนุบาล ก ไก่
 นครราชสีมา

พ.ศ. 2548-ปัจจุบัน (2550) อาจารย์มหาวิทยาลัยราชภัฏชัยภูมิ
 พ.ศ. 2548 ผู้ช่วยอธิการบดีฝ่ายสถาบันบัณฑิตศึกษา
 พ.ศ. 2548-ปัจจุบัน ผู้อำนวยการสถาบันบัณฑิตศึกษา
 ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต
 สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน
 ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตรประกาศนียบัตรบัณฑิตวิชาชีพครู
 รองประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต
 สาขาวิชาวิจัยและประเมินผลการศึกษา
 กรรมการบริหารโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์
 พ.ศ. 2550 ผู้อำนวยการโครงการจัดตั้งคณะครุศาสตร์

ตำแหน่งทางวิชาการ

พ.ศ. 2539 ผู้ช่วยผู้อำนวยการโรงเรียนบ้านไผ่ ระดับ 8
 พ.ศ. 2542 ศึกษาธิการ 8 หน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 11
 พ.ศ. 2548 อาจารย์ 3 มหาวิทยาลัยราชภัฏชัยภูมิ

ผลงานดีเด่น

พ.ศ. 2542 “หัวหน้าฝ่ายวิชาการดีเด่น” จากกลุ่มโรงเรียนมัธยมศึกษาจังหวัดขอนแก่น กลุ่มที่ 1
 พ.ศ. 2542 “ครูดีศรีบ้านไผ่ สายบริหารสถานศึกษา” จากคุรุสภาอำเภอบ้านไผ่ จังหวัดขอนแก่น
 พ.ศ. 2548 “วิทยานิพนธ์ดีเด่น ระดับปริญญาเอก กลุ่มสาขาวิชามนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์
 ประจำปีการศึกษา 2547” จากบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น